

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΤΟΠΟΙ

1. Να βρείτε το γ.τ των σημείων του επιπέδου $M (2t_0+1, t_0-2)$
2. Να βρείτε το γ.τ των σημείων του επιπέδου $M (3t-2, 2t+1)$,
 $t \in (-2, 5]$
3. Να βρείτε το γ.τ των σημείων του επιπέδου M για τα οποία ισχύει
 $(MAB)=8$, όπου $A(-1, -2)$ και $B(3, 1)$
4. Να βρείτε το γ.τ των σημείων του επιπέδου M για τα οποία ο λόγος
των αποστάσεων τους από τις ευθείες $\varepsilon_1: 3x-2y=1$ και $\varepsilon_2: 5x-12y=2$
είναι $13/5$
5. Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν
οι ευθείες $3x-4y+1=0$ και $5x+12y+4=0$
6. Να βρείτε το γ.τ του σημείου τομής των ευθειών: $m x+(m-1)y=2m$ και
 $(m+1)x+my=2m+1$
7. Έστω η ευθεία $\varepsilon: 3x-y+2=0$ και το σημείο $A(1, 2)$. Αν B είναι τυχαίο
σημείο και M το μέσον του AB , να βρείτε το γ.τ του M όταν το B
κινείται στην ε .
8. Δίνονται οι ευθείες (ε): $\lambda x-y-1=0$ και (δ): $x+\lambda y-\lambda=0$
I) Δείξτε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ευθείες αυτές τέμνονται.
II) Να βρείτε το γ.τ των σημείων τομής τους.
9. Να βρείτε το γ.τ των σημείων του επιπέδου που έχουν σταθερό
άθροισμα αποστάσεων από τις ευθείες $x+y=0$ και $x-y=0$.
10. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και M τυχαίο σημείο στη βάση του
 $B\Gamma$. Οι παράλληλες από το M στις πλευρές AB και $A\Gamma$ τέμνουν τις $A\Gamma$
και AB στα Δ, E αντίστοιχα. Να βρείτε το γ.τ των κέντρων των
παραλληλογράμμων $AEM\Delta$.

11. Να βρείτε το γ.τ των σημείων M του επιπέδου από τα οποία οι εφαπτόμενες προς τον κύκλο $x^2+y^2=4$ είναι κάθετες.
12. Να βρείτε το γ.τ των σημείων M του επιπέδου, των οποίων ο λόγος των αποστάσεων από τα σημεία $A(-3, 0)$ και $B(3, 0)$ είναι ίσος με 2.
13. Να βρείτε το γ.τ των σημείων M του επιπέδου, των οποίων το τετράγωνο της απόστασής τους από την αρχή των αξόνων είναι ίσο με το τετραπλάσιο της απόστασής τους από την ευθεία $x=1$
14. Να βρείτε το γ.τ του σημείου τομής των ευθειών: $\chi\sigma\upsilon\theta+\gamma\eta\mu\theta=\alpha$ και $\chi\eta\mu\theta-\gamma\sigma\upsilon\theta=\beta$
15. Ορθή γωνία BAG στρέφεται γύρω από το σημείο $A(4,6)$. Οι πλευρές της τέμνουν τους ημιάξονες Ox, Oy στα σημεία B, Γ αντίστοιχα. Να βρείτε το γ.τ του μέσου M , του ευθ. τμήματος $B\Gamma$.
16. Να βρείτε το γ.τ των μέσων των χορδών του κύκλου $x^2+y^2=25$, που διέρχονται από το $A(2, 4)$
17. Να βρείτε το γ.τ των σημείων του επιπέδου $M(2kt^2, 2kt)$, $t \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}^*$
18. Μεταβλητές ευθείες περνούν από τα σημεία $O(0,0)$ και $A(2,0)$ και τέμνονται στο σημείο N . Βρείτε:
- τον γ.τ των σημείων N
 - τον γ.τ των μέσων των ευθ. τμημάτων ON .
 - τον γ.τ των μέσων των ευθ. τμημάτων AN .
19. Τριγώνου $AB\Gamma$ οι κορυφές B, Γ είναι σταθερές. Να βρείτε το γ.τ των κορυφών A για τις οποίες ισχύει: $(AB\Gamma)=k \cdot (AB)^2$, $k \in \mathbb{R}^*$
20. Να βρείτε το γ.τ των σημείων του επιπέδου, που το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεών τους από τις ευθείες $\chi+\gamma=0$ και $\chi-\gamma=0$ είναι ίσο με 4.

21. Να βρείτε το γ.τ των σημείων $M\left(\frac{\alpha(1-t^2)}{1+t^2}, \frac{2\beta t}{1+t^2}\right)$ του επιπέδου για όλες τις τιμές του $t \in \mathbb{R}$.
22. Να βρείτε το γ.τ των κορυφών των ορθών γωνιών των οποίων οι πλευρές εφάπτονται στην παραβολή $y^2=2px$.
23. Η εφαπτομένη στο τυχαίο σημείο P της παραβολής $y^2=12x$ τέμνει την εφαπτομένη στην κορυφή της παραβολής στο σημείο T. Να βρείτε το γ.τ του μέσου του ευθ. τμήματος PT.
24. Να βρείτε το γ.τ των μέσων των χορδών της παραβολής C: $y^2=2px$ που διέρχονται από την κορυφή της παραβολής.
25. Να βρείτε το γ.τ των σημείων τομής των ευθειών:
 $\varepsilon_1: ay=\lambda\beta(a+x)$ και $\varepsilon_2: \lambda ay=\beta(a-x)$, $0 < \beta < a$ για όλες τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}^*$
26. Δίνεται το μεταβλητό σημείο $M(a \cdot \sin\theta, \beta \cdot \eta\mu\theta)$ με a, β σταθερούς θετικούς αριθμούς και θ μεταβλητός πραγματικός αριθμός. Να βρείτε το γ.τ του M.
27. Να βρείτε το γ.τ των κορυφών των ορθών γωνιών των οποίων οι πλευρές εφάπτονται στην έλλειψη: $x^2/a^2 + y^2/\beta^2 = 1$.
28. Δίνονται τα σημεία $A(-2, 1)$ και $B(3, 2)$. Αν M είναι τυχαίο σημείο κα λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των MA, MB αντίστοιχα, να βρείτε το γ.τ του M ώστε: $\lambda_1 \lambda_2 = 4$
29. Να βρείτε το γ.τ των μέσων των χορδών της υπερβολής
- $$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1.$$
30. Σημείο M κινείται έτσι ώστε η απόστασή του από το $E(0,4)$ να ισούται με το μισό της απόστασής του από την ευθεία $y=16$. Να δείξετε ότι ο γ.τ του M είναι έλλειψη της οποίας να βρείτε τα στοιχεία και να την σχεδιάσετε.

31. Δίνονται οι εξισώσεις (c_λ) : $x^2+y^2-2\lambda x-8\lambda y+17\lambda^2-9=0$, $\lambda \in \mathbb{R}$
 I) Δείξτε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ οι εξισώσεις αυτές παριστάνουν ίσους κύκλους.
 II) Να βρείτε το γ.τ των κέντρων των κύκλων αυτών.
 III) Δείξτε ότι όλοι αυτοί οι κύκλοι εφάπτονται δύο ευθειών των οποίων να βρεθούν οι εξισώσεις.
32. Δίνονται οι ευθείες (ε_1) : $2x+y+6=0$, (ε_2) : $y=0$, (ε_3) : $x+y+2=0$. Αν A είναι το σημείο τομής των (ε_1) και (ε_2) , B το σημείο τομής των (ε_2) και (ε_3) και Γ το σημείο τομής των (ε_1) και (ε_3) , να βρείτε το γ.τ των σημείων του επιπέδου για τα οποία ισχύει: $(MB\Gamma)=3(AB\Gamma)$
33. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(5,5)$, $B(3,6)$ και $\Gamma(3+2\lambda, \lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
 I) Βρείτε το γ.τ της κορυφής Γ , όταν το $\lambda \in \mathbb{R}$ μεταβάλλεται.
 II) Δείξτε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι σταθερό.
34. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου $A(3\lambda-2, \lambda-3)$, $B(2\lambda+1, \lambda+2)$ και $\Gamma(3\lambda-5, 0)$.
 I) Βρείτε το γ.τ της κορυφής A , όταν το $\lambda \in \mathbb{R}$ μεταβάλλεται.
 II) Βρείτε το γ.τ του κέντρου βάρους του τριγώνου $AB\Gamma$.
 III) Για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο στο A
- 35.