

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**ΤΑΞΗ Γ'**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:	ΒΑΘΜΟΣ
-----------------------	---------------

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των $z \in \mathbb{C}$ για τους οποίους ισχύει: $|2z - 5| = |4 - z|$

Μονάδες 6

- B) Αν οι $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ έχουν τις εικόνες τους στον προηγούμενο γ.τ να αποδείξετε ότι:
 $|z_1 - z_2| \leq 2$

Μονάδες 7

- Γ) Αν $|z| \leq \frac{3}{2}$ να αποδείξετε ότι: $|(3 - 2i)z^3 - iz| < 15$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 2^ο

- A) Δίνεται η εξίσωση: $e^{\lambda} x^2 - 2x - e^{\lambda} = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το όριο των ριζών της αν $\lambda \rightarrow -\infty$

Μονάδες 7

- B) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 4]$ και γνησίως αύξουσα σε αυτό, να δείξετε ότι υπάρχει $x_0 \in (0, 4)$ τέτοιο ώστε: $f(x_0) = \frac{f(1) + f(2) + f(3)}{3}$

Μονάδες 9

- Γ) Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με την ιδιότητα:

$$f(x + y) = f(x) + f(y), \text{ για κάθε } x, y \in \mathbb{R}. \text{ Να αποδείξετε ότι:}$$

1. $f(0) = 0$

2. $f(x) = f(x - x_0) + f(x_0)$, $x_0 \in \mathbb{R}$

3. Αν η f είναι συνεχής στο σημείο 0, τότε είναι συνεχής στο \mathbb{R} .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3^ο

Ένα σημείο M κινείται πάνω στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \ln x$, $x \geq 1$ με ταχύτητα $1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

A) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου OAM την χρονική στιγμή t_0 που η OM εφάπτεται στη γραφική παράσταση της f .

Μονάδες 12

B) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της γωνίας που σχηματίζει η OM με τον άξονα Ox την χρονική στιγμή t_1 που είναι $x = e^2$ καθώς και την χρονική στιγμή t_0 .

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu(\pi x^2)}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

A) Να βρεθεί η παράγωγός της.

Μονάδες 5

B) Να μελετηθεί ως προς την συνέχεια η συνάρτηση $f'(x)$ στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 4

Γ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f'(x) = 0$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο \mathbb{R} .

Μονάδες 8

Δ) Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x}$

Μονάδες 8

aris nikolaïdis

Καλή Επιτυχία