

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΑΞΗ : Γ'

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ 1^ο :

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(4 - \sqrt{x^2 - 9})$

- I. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της D_f
- II. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία της
- III. Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή
- IV. Να εξετάσετε αν η f είναι «1-1»
- V. Αν $g(x) = e^x$, $x \in \mathbb{R}$ να προσδιορίσετε τη συνάρτηση $g \circ f$ και να εξετάσετε αν η γραφική της παράσταση τέμνει τους άξονες.

ΘΕΜΑ 2^ο :

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (αν υπάρχουν):

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{\sqrt{x+4}-2}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{ x^2-5 - x -3}{ x+3 -2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-5x+4}{x\sqrt{x}-3x+2\sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{(x-1)^2(x+1)}$
---	---	--	--

ΘΕΜΑ 3^ο :

- I. Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(2x-1) \cdot f(x)}{4x^2-1} = -\infty$, να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$
- II. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, το $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - \lambda x - 2}{x+1}$ είναι πραγματικός αριθμός. Στην συνέχεια υπολογίστε το όριο αυτό.

ΘΕΜΑ 4^ο :

Αν για μια συνάρτηση f που ορίζεται στο \mathbb{R} ισχύει η σχέση: $f(f(x)) + f(x) = 2x - 3$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $f(3) = 2$ τότε:

- I. Να αποδείξετε ότι η f είναι «1-1»
- II. Να λύσετε την εξίσωση: $f^{-1}(x) = 2$