

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009ΤΑΞΗ Α'ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑΘέμα 1^ο

A. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς a και β να δείξετε ότι ισχύει:

$$|a \cdot \beta| = |a| \cdot |\beta| \quad (1) \quad \text{[Μονάδες 10]}$$

B. Στη σχέση $|a+\beta| \leq |a| + |\beta|$ να γράψετε πότε ισχύει η ισότητα.

[Μονάδες 5]

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν μεταφέροντας στο γραπτό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- 1.** Η εξίσωση $a \cdot x = 3$ δεν είναι ποτέ ταυτότητα.
- 2.** Η εξίσωση $x^v = 2$ με v φυσικό μη μηδενικό, έχει πάντα δύο ρίζες.
- 3.** Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης μπορεί να συναντάει τον άξονα ψ' ψ σε δύο διαφορετικά σημεία.
- 4.** Ένα σύστημα 2 γραμμικών εξισώσεων με 2 αγνώστους έχει μοναδική λύση αν και μόνο αν για την ορίζουσα D των συντελεστών των αγνώστων ισχύει $D \neq 0$.
- 5.** Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ είναι αδύνατη αν και μόνο αν για τη διακρίνουσά της ισχύει $\Delta \leq 0$.

[Μονάδες $5 \times 2 = 10$]

Θέμα 2^ο

Δίνεται η αλγεβρική παράσταση: $A = (x-\lambda)^3 - x^2 \cdot (x-3\lambda) - 3x + 1$

A. Να αποδείξετε ότι μπορεί να πάρει τη μορφή $A = 3(\lambda^2 - 1)x + 1 - \lambda^3$

[Μονάδες 12]

B. Για τις διάφορες τιμές του λ , να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $A = 0$.

[Μονάδες 13]

Θέμα 3^ο

Θεωρούμε την εξίσωση: $x^2 - (a+2)x + a - 1 = 0$ (1) με άγνωστο x .

A. Να δείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου a , έχει δύο ρίζες άνισες.

[Μόρια 8]

B. Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης (1), αν είναι γνωστό ότι το άθροισμά τους είναι $S=1$.

[Μονάδες 8]

Γ. Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του a , ώστε για τις ρίζες ρ_1, ρ_2 της εξίσωσης (1) να ισχύει

$$|\rho_1 \cdot \rho_2 + \rho_1 + \rho_2| \leq 3$$

[Μονάδες 9]

Θέμα 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 5x^2 - 4ax - 3\beta$ για την οποία ισχύει $f(a) + f(\beta) + 9 = 0$.

A. Να υπολογίσετε τα a και β .

[Μονάδες 13]

B. Να αντικαταστήσετε στον τύπο της f όπου $a=6$ και $\beta=3$ και να λύσετε την εξίσωση:

$$|2x - 3| + f(0) + 3f(5) = 0$$

[Μονάδες 12]

Πετρούπολη 26/5/2009

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές