

Θέμα 1^ο

A. Αν $\sin\alpha \neq 0$, $\sin\beta \neq 0$ και $\sin(\alpha+\beta) \neq 0$ να δείξετε ότι: $\frac{\varepsilon\phi\alpha + \varepsilon\phi\beta}{1 - \varepsilon\phi\alpha \cdot \varepsilon\phi\beta}$.
(12,5 μον)

B. α) Δώστε τον ορισμό της αριθμητικής προόδου.
(3,5 μον)

β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $2\beta = \alpha + \gamma$.

2. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-r$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=r$.

3. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:

$$\log(\theta_1 + \theta_2) = \log\theta_1 \cdot \log\theta_2. \quad (3 \times 3 = 9 \text{ μον})$$

Θέμα 2^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + \alpha x + \beta$.

α) Αν το -1 είναι ρίζα του $P(x)$ και $P(1) = -2$, να δείξετε ότι $\alpha = -3$ και $\beta = 2$.
(10 μον)

β) Για τις τιμές των α και β του ερωτήματος (α) να λύσετε την ανίσωση: $P(x) \leq 0$.
(15 μον)

Θέμα 3^ο

Δίνεται η ακολουθία με γενικό όρο $\alpha_n = 3n - 1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

α) Να δείξετε ότι η ακολουθία α_n είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega = 3$ και πρώτο όρο $\alpha_1 = 2$.
(9 μον)

β) Να υπολογίσετε τον δέκατο όρο της α_n και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
(9 μον)

γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα $S = \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \dots + \alpha_{20}$.
(7 μον)

Θέμα 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \ln(e^{2x} + e^x - 2)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
(13 μον)

β) Να λυθεί η εξίσωση: $f(x) = 2 \cdot \ln 2$.
(12 μον)

Πετρούπολη 3/6/2005

Η Διευθύντρια

Οι εισηγητές
ΝΙΚΟΛΑΪΔΗΣ

ΜΥΛΩΝΑΚΗΣ

ΤΣΑΓΚΑΡΗΣ

ΚΑΛΑΜΑΤΑΣ