Πανελλήνιες Εξετάσεις 2003

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

Α. **α.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 238
β. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 238
γ. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 238

Β. **α.** Λάθος
β. Σωστό
γ. Λάθος
δ. Σωστό

Γ. Θεωρία ορισμός σελ. 233

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

α. Εφαρμόζοντας το νόμο των συνημίτονων έχουμε : $\text{ΒΓ}^2 = \text{ΑΒ}^2 + \text{ΑΓ}^2 - 2\text{ΑΒ}\cdot\text{ΑΓ}\cdot\text{συν}\widehat{\text{Α}}$ άρα

$$\left(\sqrt{3}\right)^2 = 1^2 + 1^2 - 2\cdot 1\cdot 1\cdot \text{συν}\widehat{\text{Α}} \Leftrightarrow 2\text{συν}\widehat{\text{Α}} = 2-3 \Leftrightarrow \text{συν}\widehat{\text{Α}} = -\frac{1}{2}$$

οπότε $\widehat{\text{Α}} = 120^0 \left(\text{Η γωνία } 0^0 < \widehat{\text{Α}} < 180^0\right)$

β. Το εμβαδόν του τριγώνου είναι $(\text{ΑΒΓ}) = \frac{1}{2}\text{ΑΒ}\cdot\text{ΑΓ}\cdot\text{ημ}\widehat{\text{Α}} = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\text{ημ}120^0 = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ τ. μονάδες.

γ. Έχουμε $\mu_\beta{}^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\beta^2 - \gamma^2}{4} = \frac{2\left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\cdot 1^2 - 1^2}{4} = \frac{2\cdot 3 + 2 - 1}{4} = \frac{7}{4}$

$\mu_\beta{}^2 = \frac{7}{4}$ άρα $\mu_\beta = \frac{\sqrt{7}}{2}$

ΘΕΜΑ 3^{Ο}

α. Έχουμε από 1^{ο} θεώρημα διαμέσων $\text{ΑΒ}^2 + \text{ΑΓ}^2 = 2\text{ΑΜ}^2 + \frac{\text{ΒΓ}^2}{2}$ οπότε

$$\gamma^2 + \beta^2 = 2\text{ΑΜ}^2 + \frac{\alpha^2}{2} \Leftrightarrow 3\alpha^2 = 2\text{ΑΜ}^2 + \frac{\alpha^2}{2} \Leftrightarrow 3\alpha^2 - \frac{\alpha^2}{2} = 2\text{ΑΜ}^2 \Leftrightarrow \frac{5\alpha^2}{4} = \text{ΑΜ}^2$$

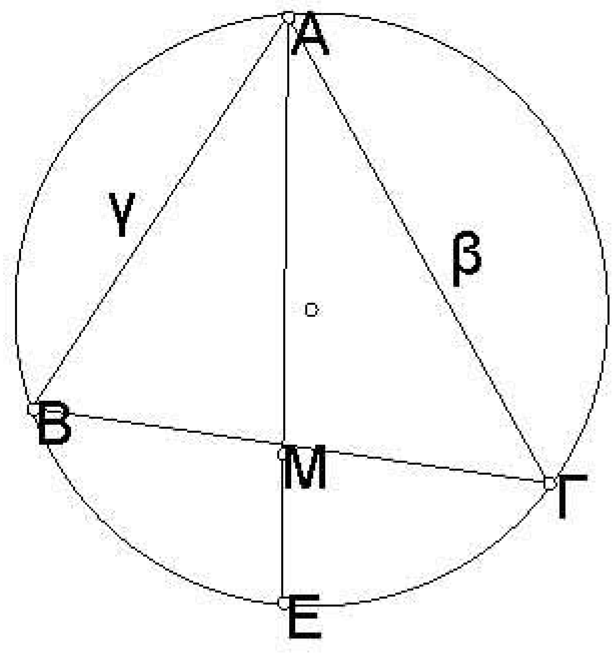
άρα $\text{ΑΜ} = \frac{\alpha\sqrt{5}}{2}$.

β. Οι χορδές ΑΕ και ΒΓ τέμνονται στο Μ οπότε
$\text{ΑΜ}\cdot\text{ΜΕ} = \text{ΒΜ}\cdot\text{ΜΓ}$ άρα

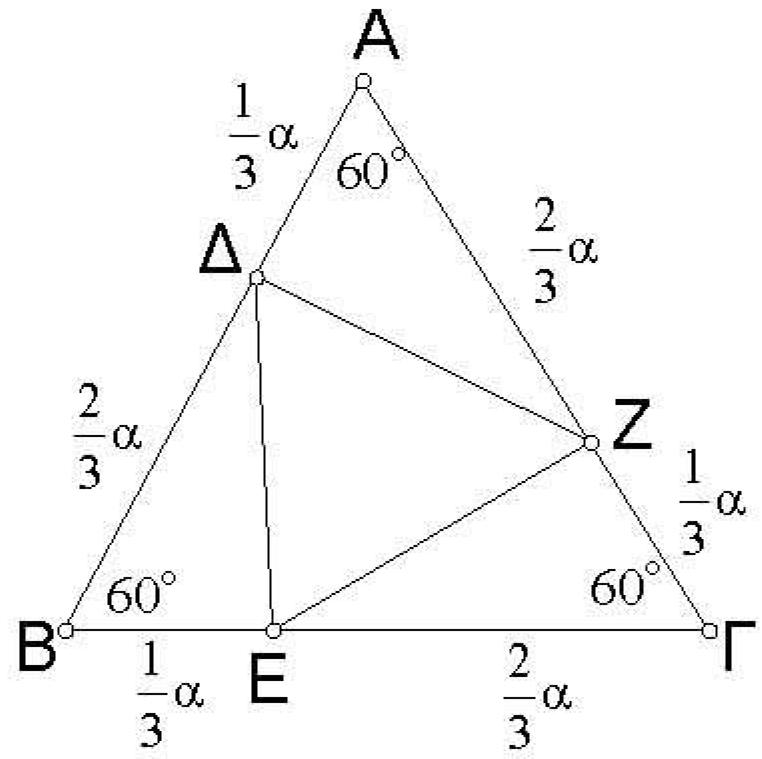
$$\text{ΑΜ}\cdot\text{ΜΕ} = \frac{\text{ΒΓ}}{2}\cdot\frac{\text{ΒΓ}}{2} = \frac{\text{ΒΓ}^2}{4} = \frac{\alpha^2}{4}$$

$$\text{ΑΜ}\cdot\text{ΑΕ} = \text{ΑΜ}\cdot(\text{ΑΜ}+\text{ΜΕ}) =$$

$$= \text{ΑΜ}^2 + \text{ΑΜ}\cdot\text{ΜΕ} = \frac{5\alpha^2}{4} + \frac{\alpha^2}{4} = \frac{6\alpha^2}{4} = \frac{3\alpha^2}{2}$$



ΘΕΜΑ 4^{O}



α. Τα τρίγωνα ΑΔΖ και ΑΒΓ έχουν κοινή τη γωνία $\widehat{A}$ οπότε

$$\frac{(A\Delta Z)}{(AB\Gamma)} = \frac{A\Delta \cdot AZ}{AB \cdot A\Gamma} = \frac{\frac{1}{3}\alpha \cdot \frac{2}{3}\alpha}{\alpha \cdot \alpha} = \frac{2}{9}$$

Οπότε $(A\Delta Z) = \frac{2}{9}(AB\Gamma)$

Όμως $(AB\Gamma) = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4}$ άρα

$$(A\Delta Z) = \frac{2}{9}(AB\Gamma) = \frac{2}{9} \cdot \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{18}$$

$$(A\Delta Z) = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{18}$$

β. Τα τρίγωνα ΑΔΖ, ΒΕΔ και ΖΕΓ είναι ίσα αφού :

1) $A\Delta = BE = \Gamma Z = \frac{1}{3}\alpha$

2) $AZ = B\Delta = \Gamma E = \frac{2}{3}\alpha$

3) $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{\Gamma} = 60^0$

Οπότε έχουν και ίσα εμβαδά άρα $(A\Delta Z) = (\Delta BE) = (ZE\Gamma) = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{18}$.

Το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ είναι

$$(\Delta EZ) = (AB\Gamma) - (A\Delta Z) - (\Delta BE) - (ZE\Gamma) = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4} - 3 \cdot \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{18} = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4} - \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{6}$$

$$= \frac{3\alpha^2\sqrt{3}}{12} - \frac{2\alpha^2\sqrt{3}}{12} = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{12} \text{ οπότε } (\Delta EZ) = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{12}$$

γ. Εάν η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου είναι R τότε γνωρίζουμε ότι $\lambda_3 = R\sqrt{3}$ άρα $\alpha = R\sqrt{3} \Leftrightarrow R = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow R\frac{\alpha\sqrt{3}}{3}$. Το εμβαδόν του κύκλου είναι $E = \pi R^2 = \pi\left(\frac{\alpha\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{\pi\alpha^2}{3}$

$$E = \frac{\pi\alpha^2}{3}$$