

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2007ΤΑΞΗ Β 'ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου  $x^2+y^2=\rho^2$  στο σημείο του  $A(x_1,y_1)$  έχει εξίσωση  $xx_1+yy_1=\rho^2$ .

(μονάδες 12,5)

**B. α)** Δώστε τον ορισμό της έλλειψης.

(μονάδες 3,5)

**β)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν μεταφέροντας στο γραπτό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma} = \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}$  και  $\vec{\gamma} \neq \vec{0}$  τότε  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$

2. Δύο ελλείψεις που έχουν τις ίδιες εστίες, είναι όμοιες.

3. Ισχύει  $\vec{\alpha} \cdot \vec{v} = \alpha \cdot \underset{v}{\text{προβ}} \vec{\alpha}$ .

(μονάδες 3X3=9)

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Θεωρούμε την εξίσωση  $(\lambda+2)x-(\lambda-1)y-3=0$ , με  $\lambda \in \mathbf{R}$ . (1)

**α)** Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbf{IR}$  ώστε η (1) να παριστάνει ευθεία.

(μονάδες 5)

**β)** Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

(10 μονάδες)

**γ)** Να βρείτε ποια από τις ευθείες που ορίζονται από την (1) σχηματίζει με τους θετικούς ημιάξονες τρίγωνο με εμβαδό ίσο με 2 τ.μ..

(10 μονάδες)

### **Θέμα 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται ο κύκλος  $C_1: x^2+y^2+4x-4y+6=0$  και η παραβολή  $C_2: y^2=8x$ .

**α)** Να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα του κύκλου  $C_1$ .

(μονάδες 8)

**β)** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) στην παραβολή  $C_2$  στο σημείο της  $M(2,4)$ .

(μονάδες 8)

**γ)** Να βρείτε την απόσταση του κέντρου του κύκλου  $C_1$  από την ευθεία ( $\epsilon$ ) του ερωτήματος ( $\beta$ ).

(μονάδες 9)

### **Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται ο κύκλος  $C_1: x^2+y^2=1$  και τα σημεία  $O(0,0)$  και  $A(2,0)$ .

**α)** Αν το σημείο  $N(\alpha,\beta)$  κινείται στον κύκλο  $C_1$  να αποδείξετε ότι το σημείο  $M$ , για το οποίο ισχύει ότι:  $\vec{OM} = 2 \cdot \vec{ON} + \vec{OA}$ , κινείται στον κύκλο  $C_2$  με κέντρο το  $A$  και ακτίνα 2.

(μονάδες 10)

**β)** Να δείξετε ότι οι κύκλοι  $C_1$  και  $C_2$  τέμνονται.

(μονάδες 7)

**γ)** Να δείξετε ότι η ευθεία ( $\epsilon$ ):  $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$  είναι κοινή εφαπτομένη των δύο κύκλων.

(μονάδες 8)

Πετρούπολη 4/6/2007

Η Διευθύντρια

Οι εισηγητές