ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΕΤΟΥΣ 2007

ΘΕΜΑ 1^{0}

Α) **Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 152**

Β) **α.** **Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 22**

β. **Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 87**

Γ1)

$\alpha \to \Sigma$

$\beta \to \Sigma$

$\gamma \to \Lambda$

Γ2)

$$f_1{}'(x) = \nu \cdot x^{\nu-1}$$

$$f_2{}'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f_3{}'(x) = \frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$$

$$f_4{}'(x) = -\eta\mu x$$

ΘΕΜΑ2^{0}

α.

$$f(x) = x\cdot e^{x} + 3 \Rightarrow f'(x) = (x\cdot e^{x} + 3)' = (x\cdot e^{x})' + (3)' =$$

$$= (x)'\cdot e^{x} + x\cdot(e^{x})' + 0 = e^{x} + x\cdot e^{x} \quad \text{Άρα } f'(x) = f(x) + e^{x} - 3$$

β. **Αφού** $\lim\limits_{x\to 0}(f'(x) - e^{x}) = \lim\limits_{x\to 0}(e^{x} + x\cdot e^{x} - e^{x}) = \lim\limits_{x\to 0}(x\cdot e^{x}) = 0$ **και ακόμη**

$\lim\limits_{x\to 0}(x^2 - x) = 0$**, έχουμε απροσδιόριστη μορφή, και άρα**

$$\lim_{x\to 0}\frac{f'(x) - e^{x}}{x^2 - x} = \lim_{x\to 0}\frac{x\cdot e^{x}}{x\cdot(x-1)} = \lim_{x\to 0}\frac{e^{x}}{x-1} = -1$$

ΘΕΜΑ3^{0}

α. **Έστω P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=2P(3)=2P(4)=2P(5)=2x , με** $0 < x < \frac{1}{2}$**. Τότε από τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε :**

$$P(\Omega) = 1 \Leftrightarrow$$

$$P(-1) + P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1 \Leftrightarrow 11x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{11}$$

Άρα P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=$\frac{2}{11}$ **και** **P(3)=P(4)=P(5)=**$\frac{1}{11}$

β. **Επειδή** $A\cap B=\{-1,3\}$ και $A=\{-1,3,x^2-x-3\}$**, πρέπει το στοιχείο** $-1\in A$ **και άρα** $x^2-x-3=-1\Leftrightarrow\ldots\Leftrightarrow x=2$ ή $x=-1$

Αν x=2 τότε $A=\{1,3,-1\}$ και $B=\{2,3,8,-3\}$ άτοπο γιατί $-1\notin B$**. Άρα x=-1.**

Για x=-1 τότε ... $A\cap B=\{-1,3\}$

γ. **Από τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε:**

$$P(A)=P(1)+P(3)+P(-1)=\frac{2}{11}+\frac{1}{11}+\frac{2}{11}=\frac{5}{11}$$

$$P(B)=P(2)+P(0)+P(-1)+P(3)=\frac{2}{11}+\frac{2}{11}+\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{7}{11}$$

$$P(A\cap B)=P(-1)+P(3)=\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{3}{11}$$

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{5}{11}-\frac{3}{11}=\frac{2}{11}$$

$$P(A\cup B')=P(A)+P(B')-P(A\cap B')=\frac{5}{11}+\frac{4}{11}-\frac{2}{11}=\frac{7}{11}$$

διότι: $P(B')=1-P(B)=1-\frac{7}{11}=\frac{4}{11}$ **και** $A\cap B'=A-B$

ΘΕΜΑ4[0]

α.

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x}_A=\dfrac{12+18+t_3+t_4+\ldots+t_{25}}{25}=\dfrac{12+18+345}{25}=\dfrac{375}{25}=15\\[2ex] \bar{x}_B=\dfrac{16+14+t_3+t_4+\ldots+t_{25}}{25}=\dfrac{16+14+345}{25}=\dfrac{375}{25}=15\end{array}\right\}\Rightarrow \bar{x}_A=\bar{x}_B=15$$

β.

$$\left.\begin{array}{l}S_A^2=\dfrac{(12-15)^2+(18-15)^2+(t_3-15)^2+\ldots+(t_{25}-15)^2}{25}\\[2ex] S_B^2=\dfrac{(16-15)^2+(14-15)^2+(t_3-15)^2+\ldots+(t_{25}-15)^2}{25}\end{array}\right\}\Rightarrow S_A^2-S_B^2=\frac{16}{25}$$

γ.

$$CV_A=\frac{1}{15}\Leftrightarrow\frac{S_A}{\bar{X}_A}=\frac{1}{15}\Leftrightarrow\frac{S_A}{15}=\frac{1}{15}\Leftrightarrow S_A=1$$

Από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε:

$$S_A^2-S_B^2=\frac{16}{25}\Leftrightarrow 1-S_B^2=\frac{16}{25}\Leftrightarrow S_B^2=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}\Rightarrow S_B^2=\frac{3}{5}.$$

Άρα : $CV_B=\dfrac{S_B}{\bar{X}_B}=\dfrac{\frac{3}{5}}{15}=\dfrac{3}{75}=\dfrac{1}{25}$