ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΧΟΛ. ΕΤΟΣ: 2008 - 2009

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^{0}:

Α) **Θεωρία από το σχολικό βιβλίο. Σελίδα 150.**

Β) **Θεωρία από το σχολικό βιβλίο. Σελίδα 65.**

Γ) **α – Λ , β – Σ , γ – Λ , δ – Σ , ε – Σ**

ΘΕΜΑ 2^{0}:

α.

x_i	v_i	$x_i.v_i$
2	6	12
3	V_2	$3\,v_2$
5	3	15
8	4	32
	$13+V_2$	$59+3V_2$

$$\bar{x}=4 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v}=4 \Leftrightarrow \frac{59+3v_2}{13+v_2}=4 \Leftrightarrow 59+3v_2=52+4v_2 \Leftrightarrow v_2=7$$

β.

x_i	v_i	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2.v_i$
2	6	4	24
3	7	1	7
5	3	1	3
8	4	16	64
	20		98

$$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{4}(x-\bar{x})^2 v_i}{v}=\frac{98}{20}=4{,}9$$

γ. $CV=\frac{S}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{4{,}9}}{4}\approx\frac{2{,}2}{4}=55\%>10\%$. **Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.**

ΘΕΜΑ 3^0 :

α. **Είναι:** $f'(x) = 3x^2 - 12x + \alpha$ **και** $f''(x) = 6x - 12$**. Επομένως η δοθείσα σχέση γίνεται: $2(6x-12)+3x^2-12x+\alpha+15=3x^2 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \alpha=9$**

β. $$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{x^2-1} = \lim_{x\to 1}\frac{3x^2-12x+9}{x^2-1} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x-3)}{x+1} = -3$$

γ. **Έστω (ε): y=λx+β η εξίσωση της ζητούμενης εφαπτομένης και Μ(x_0 , y_0) το σημείο επαφής. Λόγω της παραλληλίας της (ε) με την (ε_1): y= – 3 x θα είναι λ=– 3. Όμως** $\lambda = f'(x_0) = 3x_0^2 - 12x_0 + 9$ **και άρα**

$$3x_0^2 - 12x_0 + 9 = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 12x_0 + 12 = 0 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow$$
$$(x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$$

Επομένως $y_0=f(x_0)=f(2)=-5$. Όμως το σημείο Μ(x_0 , y_0) επαληθεύει την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) και άρα: – 5=– 3 · 2+β και άρα β=1. Έτσι η ζητούμενη εφαπτομένη είναι: y=– 3x+1

ΘΕΜΑ 4^0 :

Α. **α.** $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$ **και άρα:** $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \leq 2$.

Επομένως η f στο διάστημα (0 , 2] είναι γνησίως αύξουσα και στο διάστημα [2 , $+\infty$) γνησίως φθίνουσα.

β. **Από το προηγούμενο ερώτημα προκύπτει ότι η f μέγιστο**

$$y_{max} = f(2) = \ln 2 - 1 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = \ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1$$

Β. **α.** **Έχουμε:** $f(2) = \ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1$,

$$f(4) = \ln 4 - 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = 2\ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda$$

$$f(8) = \ln 8 - 4 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = 3\ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda - 2$$

Επειδή η f στο διάστημα [2 , $+\infty$) είναι γνησίως φθίνουσα, προκύπτει ότι αφού 2<3<4<5<8 θα είναι: f(8)<f(5)<f(4)<f(3)<f(2). Έτσι το εύρος R θα είναι:

$$R = f(2) - f(8) = \ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1 - 3\ln 2 - \lambda^2 + 6\lambda + 2 = 3 - 2\ln 2 \Rightarrow$$
$$R = 3 + \ln 2^{-2} \Rightarrow R = 3 + \ln\frac{1}{4}$$

Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττό, η διάμεσος θα είναι η μεσαία παρατήρηση και αφού f(8)<f(5)<f(4)<f(3)<f(2) προκύπτει ότι:

$\delta = f(4) = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$

β. $R + \delta < -2 \Leftrightarrow 3 + \ln\frac{1}{4} + \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda < -2 \Leftrightarrow \lambda^2 - 6\lambda + 5 < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\lambda - 1)(\lambda - 5) < 0 \Leftrightarrow 1 < \lambda < 5$

Έτσι: $A = \{2, 3, 4\} \Rightarrow N(A) = 3$ **, N(Ω)=100 και από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας** $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{100} = 3\%$