

## ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ / ΠΡΟΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΕΙΔΙΚΗΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑΣ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2006

ΤΑΞΗ : Γ'

## ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>:**

- A) Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό.
- Μονάδες 12,5
- B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με «Σ» ( σωστό ) ή «Λ» ( λάθος )
- α) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο διάστημα  $[a, \beta]$  και ισχύει  $f(a) = f(\beta)$ , τότε υπάρχει ένα τουλάχιστον σημείο  $\xi \in (a, \beta)$  τέτοιο ώστε  $f'(\xi) = 0$
- β) Αν για μια συνάρτηση  $f$  ορισμένη και συνεχή σε ένα διάστημα  $\Delta$  ισχύει  $f'(x) = 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο  $x$  του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι σταθερή σε όλο το διάστημα  $\Delta$ .
- γ) Αν για δύο συναρτήσεις  $f, g$  ορισμένες και συνεχείς σε ένα διάστημα  $\Delta$ , ισχύει  $f'(x) = g'(x)$  για κάθε εσωτερικό σημείο  $x$  του  $\Delta$ , τότε:  $f(x) = g(x)$  για κάθε  $x \in \Delta$
- δ) Αν μια συνεχής συνάρτηση  $f$  σε ένα διάστημα  $\Delta$  είναι γνησίως αύξουσα σε αυτό, τότε ισχύει:  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x \in \Delta$
- ε) Έστω  $f$  μια συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και  $x_0$  ένα εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ . Αν η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο  $x_0$  και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε :
- $f'(x_0) = 0$
- ( Να γράψετε στην κόλλα σας το γράμμα της κάθε ερώτησης και δίπλα τον χαρακτηρισμό της «Σ» ή «Λ» )

Μονάδες  $2,5 \times 5 = 12,5$ **ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>:**

Αν  $z \in \mathbb{C}$  με  $z \neq 1$  και ισχύει η σχέση:  $\left| \frac{z-9}{z-1} \right| = 3$ , να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο της εικόνας του μιγαδικού αριθμού  $z$ .

Μονάδες 25

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>:**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ . Να μελετηθεί και να γίνει γραφική της παράσταση.

Μονάδες 25

#### **ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^x$ .

A) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  που διέρχεται από την αρχή των αξόνων είναι:  $y = e \cdot x$

Μονάδες 12,5

B) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της  $f$ , την παραπάνω εφαπτομένη και τον άξονα  $y' y$ .

Μονάδες 12,5

Η Διευθύντρια

Οι Εισηγητές

Νικολαΐδης Άρ.

Καλαμάτας Άρ.

Σαλταφέρου Κυριακή