# ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1987
# ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 1987
# ΔΕΣΜΗ ΠΡΩΤΗ (1η)
# ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
# ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : ΔΥΟ (2)

## <u>ΖΗΤΗΜΑ $1^0$</u> :

Α. Ι) Έστω τα διανύσματα $\bar{a}$ , $\bar{\beta}$ , $\bar{\gamma}$ του επιπέδου. Να αποδειχθεί ότι $\bar{\alpha}\cdot(\bar{\beta}+\bar{\gamma})=\bar{\alpha}\cdot\bar{\beta}+\bar{\alpha}\cdot\bar{\gamma}$

ΙΙ) Να αποδειχθεί ότι δύο μη μηδενικά διανύσματα είναι κάθετα αν και μόνο αν το εσωτερικό τους γινόμενο είναι μηδέν.

Β. Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αναφοράς ΟΧΨ δίνονται τα σημεία Α(4,2) και Β(3,5). Θεωρούμε την ευθεία (ε) με εξίσωση 7x+y-23=0. Να βρεθεί σημείο Μ της ευθείας (ε) τέτοιο ώστε το τρίγωνο ΑΜΒ να είναι ορθογώνιο στο Μ.

## <u>ΖΗΤΗΜΑ $2^0$</u> :

Α. Αν $\{v_1, v_2, \ldots, v_\rho\}$ είναι μια βάση του διανυσματικού χώρου V, τότε να αποδειχθεί ότι κάθε διάνυσμα $v\in V$ εκφράζεται κατά μοναδικό τρόπο ως γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων της βάσης αυτής του V.

Β. Δίνεται το υποσύνολο του $IR^3$ ,

$V=\{(\alpha,\alpha-\beta,2\alpha+3\beta):\alpha,\beta\in IR\}$. Να αποδειχθεί ότι το V είναι διανυσματικός υπόχωρος του $IR^3$ και να βρεθεί η διάστασή του.

## ΖΗΤΗΜΑ $3^0$ :

Α. Αν $\lim a_\nu=+\infty$ ή $-\infty$ και για κάθε $\nu\in N$ είναι $\alpha_\nu\neq 0$ , τότε να αποδειχθεί ότι $\lim\frac{1}{a_\nu}=0$ .

Β. Να βρεθεί το όριο της ακολουθίας $(\alpha_\nu)$ με

$$\alpha_\nu=\left(\sqrt{7\nu^4+6\nu+5}-\sqrt{7\nu^4+3\nu+3}\right)\cdot\sqrt{63\nu^2-5\nu+20}$$

## ΖΗΤΗΜΑ $4^0$ :

Α. Αν μια συνάρτηση f ορίζεται σ' ένα ανοικτό διάστημα Δ, παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0\in$ Δ και είναι παραγωγίσιμη στο $x_0$, τότε να αποδειχθεί ότι $f'(x_0)=0$ .

Β. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x)=x^4-14x^2+24x$ . Έστω C η γραφική παράσταση της συνάρτησης f . Να αποδειχθεί ότι υπάρχουν τρία σημεία Α , Β , Γ της C , τέτοια ώστε οι εφαπτόμενες της C στα σημεία Α , Β , Γ να είναι παράλληλες προς τον άξονα χ'χ. Να αποδειχθεί ότι το βαρύκεντρο του τριγώνου ΑΒΓ βρίσκεται πάνω στον άξονα Ψ'Ψ.