

ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1988
ΣΑΒΒΑΤΟ 16 ΙΟΥΛΙΟΥ 1988
ΔΕΣΜΗ ΤΕΤΑΡΤΗ (4^η)

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΖΗΤΗΜΑ 1^ο :

A. Θεωρούμε το σύστημα :

$$\begin{cases} a_1x + \beta_1y = \gamma_1 \\ a_2x + \beta_2y = \gamma_2 \\ a_3x + \beta_3y = \gamma_3 \end{cases}$$

Να αποδειχθεί ότι αν το σύστημα είναι συμβιβαστό , τότε θα ισχύει

$$\begin{vmatrix} a_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ a_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ a_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} = 0$$

B. Να λυθεί το σύστημα :

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 0 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ -3x + 2y + 6z = 0 \end{cases}$$

ΖΗΤΗΜΑ 2^ο :

A. Έστω S_X η τυπική απόκλιση της μεταβλητής X ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα. Να αποδειχθεί ότι η τυπική απόκλιση S_Ψ της μεταβλητής $\Psi = aX + \beta$, $a, \beta \in R$ είναι $S_\Psi = |a|S_X$.

B. Έστω $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ και I , O ο μοναδιαίος και ο μηδενικός

πίνακας 2×2 αντιστοίχως. Να προσδιορίσετε την τιμή του $x \in \mathbb{R}$ ώστε να είναι $A^2 + 6A - 3I = O$.

ΖΗΤΗΜΑ 3^ο :

A. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f με

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5x + 6, & \text{αν } x \leq 1 \\ 2\sqrt{x^2 + 3}, & \text{αν } x > 1 \end{cases} \text{ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο}$$

$$x_0 = 1.$$

B. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 \frac{x^3 - 5x^2 + 1}{x} dx$

ΖΗΤΗΜΑ 4^ο :

A. Έστω $v \in \mathbb{N}$ και $v > 1$. Θεωρούμε τη συνάρτηση f με

$f(x) = x^v$. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = v \cdot x^{v-1}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

B. Έστω συνάρτηση f με $f(x) = 3x^3 - ax^2 + bx - 3$, όπου $a, b \in \mathbb{R}$.

Εάν η f έχει τοπικά ακρότατα στο $x_1 = 1$ και στο $x_2 = -\frac{5}{9}$, τότε να

βρεθούν οι αριθμοί a, b .