

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Θεωρία (σελ 31 σχολικού βιβλίου)
 B) α) Λ
 β) Σ
 γ) Σ
 δ) Λ
 ε) Λ

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Ο ρυθμός μεταβολής της f όταν $x=2$ είναι $f'(2)$. Άρα

$$f'(x) = (x^2 + 1)' = 2x \Rightarrow f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$$

β) $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

| | | | |
|-------|----|---|----|
| x | -∞ | 0 | +∞ |
| f'(x) | - | 0 | + |
| f(x) | ↘ | | ↗ |

Για $x=0$ η f παρουσιάζει ελάχιστο το $y_{\min} = f(0) = 1$

γ) Αν (ε) είναι η εφαπτομένη στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ που είναι παράλληλη με την ευθεία $y=3$, θα πρέπει να έχουν ίσους συντελεστές διεύθυνσης δηλαδή $\lambda_\varepsilon=0$. Όμως $\lambda_\varepsilon = f'(x_0) = 2x_0$. Άρα πρέπει: $2x_0 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0$, Τότε όμως $f(x_0)=f(0)=1$ δηλ. το ζητούμενο σημείο είναι το $A(0, 1)$

ΘΕΜΑ 3^ο

α) Ξέρουμε ότι: $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1 \Leftrightarrow 0,2 + f_2 + 0,3 + f_4 = 1 \Leftrightarrow f_2 + f_4 = 0,5$ (1)

Όμως

$$\bar{X} = x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 \Leftrightarrow 11,60 = 9 \cdot 0,2 + 11 \cdot f_2 + 13 \cdot 0,3 + 15 \cdot f_4 \Leftrightarrow 11 \cdot f_2 + 15 \cdot f_4 = 5,9 \quad (2)$$

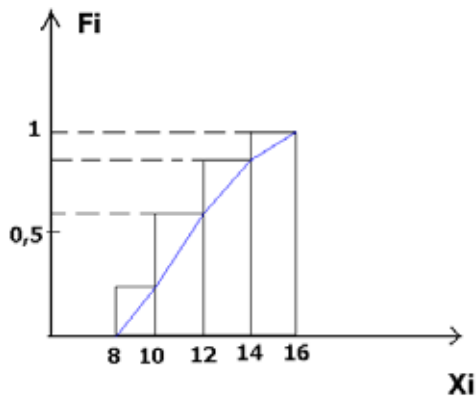
Η λύση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2) δίνει: $f_2=0,4$ και $f_4=0,1$

β) i) $f_i = \frac{v_i}{v} \Leftrightarrow v_i = v \cdot f_i$ και έτσι υπολογίζουμε τις συχνότητες

v_i όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

| ΤΙΜΗ προϊόντος (σε ευρώ) | x_i | f_i | v_i | F_i |
|-----------------------------------|-------|------------|-------|-------|
| 8 - 10 | 9 | 0,2 | 10 | 0,2 |
| 10 - 12 | 11 | $f_2= 0,4$ | 20 | 0,6 |
| 12 - 14 | 13 | 0,3 | 15 | 0,9 |
| 14 - 16 | 15 | $f_4=0,1$ | 5 | 1 |
| ΣΥΝΟΛΟ | ----- | 1 | 50 | ----- |

Επομένως το πλήθος των καταστημάτων όπου η τιμή του προϊόντος είναι μεγαλύτερη των 10 € είναι: $v_2+v_3+v_4=40$ καταστήματα.



ΘΕΜΑ 4^ο

α) i) Οι τιμές y_i είναι: $y_i = x_i + \frac{10}{100} \cdot x_i = \frac{110}{100} \cdot x_i = 1,1 \cdot x_i$.

$$\bar{y} = 1,1 \cdot \bar{x} = 1,1 \cdot 8 = 8,8$$

Επομένως :

$$S_y^2 = 1,1 \cdot S_x = 1,1 \cdot 2 = 2,2 \quad \text{αφού} \quad S_x^2 = 4 \Leftrightarrow S_x = 2$$

Άρα $CV_y = \frac{S_y}{\bar{y}} = \frac{2,2}{8,8} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\% > 10\%$, οπότε το δείγμα δεν είναι

ομοιογενές.

ii) $CV_y = \frac{S_y}{\bar{y}} = \frac{1,1 \cdot S_x}{1,1 \cdot \bar{x}} = \frac{S_x}{\bar{x}} = CV_x$. Άρα έχουν την ίδια ομοιογένεια. [Ένας

άλλος τρόπος είναι να υπολογίσουμε το CV_x]

β) i) $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S_x} = \frac{x_i - 8}{2} = \frac{1}{2}x_i - 4 = 0,5x_i - 4$. Άρα

$$\bar{z} = 0,5 \cdot \bar{x} - 4 = 0,5 \cdot 8 - 4 = 0$$

και

$$S_z = 0,5 \cdot S_x = 0,5 \cdot 2 = 1$$

ii) Επειδή είναι $CV_z = \frac{S_z}{\bar{z}}$ με $\bar{z} \neq 0$ δεν ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής.