

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ Τ.Ε.Ε. 2007

ΘΕΜΑ 1^ο:

α) $f_1\% + f_2\% + f_3\% + f_4\% = 100 \Leftrightarrow 2\omega + 4\omega + 3\omega + \omega = 100 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 10\omega = 100 \Leftrightarrow \omega = 10$

β)

β₁)

x_i	v_i	$f_i\%$
2	10	20
5	20	40
6	15	30
8	5	10
ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ	50	100

β₂) $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot v_1 + x_2 \cdot v_2 + x_3 \cdot v_3 + x_4 \cdot v_4}{v} = \frac{2 \cdot 10 + 5 \cdot 20 + 6 \cdot 15 + 8 \cdot 5}{50} = 5$ ορθογ. λάθη

β₃) Η νέα μέση τιμή είναι: $\bar{x}_2 = \frac{50 \cdot 5 + 50 \cdot 6}{50 + 50} = 5,5$ ορθογ. λάθη

ΘΕΜΑ 2^ο:

α) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 \cdot x^2 - 6 \cdot x}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 \cdot x \cdot (x - 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (2 \cdot x) = 2 \cdot 3 = 6$

β) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (2 \cdot e^{3-x} + x^2 + kx - 2) = 2 \cdot e^{3-3} + 3^2 + k \cdot 3 - 2 =$
 $= 2 \cdot e^0 + 9 + 3k - 2 = 3 \cdot k + 9$

γ) Για να είναι η f συνεχής στο $x_0=3$ πρέπει:

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 3 \cdot k + 9 = 6 \Leftrightarrow 3 \cdot k = -3 \Leftrightarrow k = -1$

δ) $f'(x) = (2 \cdot e^{3-x} + x^2 + kx - 2)' = (2 \cdot e^{3-x})' + (x^2)' + (kx)' - (2)' = -2e^{3-x} + 2x + k$ και

άρα: $f''(x) = (-2e^{3-x} + 2x + k)' = 2e^{3-x} + 2 \Rightarrow f''(2) = 2e^{3-2} + 2 = 2e + 2$

ΘΕΜΑ 3^ο:

α) Πρέπει $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ και άρα $A = \mathbb{R} - \{1\}$

$$\beta) f'(x) = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)' = \frac{(x+1)' \cdot (x-1) - (x+1) \cdot (x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{x-1 - x-1}{(x-1)^2} = -\frac{2}{(x-1)^2}$$

γ) Επειδή $f'(x) = -\frac{2}{(x-1)^2}$ για κάθε $x \in (1, +\infty)$, η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(1, +\infty)$

$$\delta) f(0) \cdot f(3) - f'(2) = -1 \cdot 2 - (-2) = -2 + 2 = 0$$

ΘΕΜΑ 4^ο:

$$\alpha) h(3) = \frac{3^2}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$\beta) V(t) = 2 \cdot 2 \cdot h(t) \Rightarrow V(t) = \frac{4 \cdot t^2}{18} \text{ m}^3 = \frac{2 \cdot t^2}{9} \text{ m}^3$$

$$\gamma) V'(t) = \left(\frac{2 \cdot t^2}{9} \right)' = \frac{2}{9} \cdot 2 \cdot t \Rightarrow V'(t) = \frac{4 \cdot t}{9} \frac{\text{m}^3}{\text{min}} \Rightarrow V'(5) = \frac{4 \cdot 5}{9} \frac{\text{m}^3}{\text{min}} = \frac{20}{9} \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$$

$$\delta) \text{ Η δεξαμενή είναι γεμάτη όταν } h(t) = 2 \Leftrightarrow \frac{t^2}{18} = 2 \Leftrightarrow t^2 = 36 \Leftrightarrow t = 6 \text{ min}$$