ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Τ.Ε.Ε.
ΤΡΙΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2005
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

<u>ΘΕΜΑ 1ο</u>

x_i	v_i	N_i	$x_i\, v_i$
0	11	11	0
1	14	25	14
2	17	42	34
3	5	47	15
4	3	50	12
Αθροίσματα	50	-	75

β) $\bar{x} = \dfrac{\Sigma xi \cdot vi}{v} = \dfrac{75}{50} = 1{,}5$

γ) $\delta = \dfrac{x_{25} + x_{26}}{2} = \dfrac{1+2}{2} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$

δ) $R = x_{\max} - x_{\min} = 4 - 0 = 4$

<u>2ο ΘΕΜΑ</u>

α) $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{x^2-1}{x-1} = \dfrac{(-1)^2-1}{-1-1} = \dfrac{0}{-2} = 0$

β) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1+} (\kappa x + \mu) = \kappa(-1) + \mu = -\kappa + \mu$

γ) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} (\kappa x + \mu) = \kappa \cdot 1 + \mu = \kappa + \mu$

δ) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (x^2 + 2x + 5 + \ln x) = 1^2 + 2\cdot 1 + 5 + \ln 1 = 0$

ε) Πρέπει να ισχύει:
$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$

$-\kappa+\mu=0$ (1) $\kappa+\mu=8$ (2)

Λύνω το σύστημα των (1) και (2) οπότε
κ=4 και μ=4

<u>3^{o} ΘΕΜΑ</u>

$f'(x)=x^2-2x$

α) $f'(0)=0^2-2\cdot 0$
$f'(2)=2^2-2\cdot 2=4-4=0$

β)

x	$-\infty$ 0	2	$+\infty$
f(x)	+	-	+
f(x)	↗	↘	↗

Για $x\in(-\infty,0]$ η f είναι γνησίως αύξουσα
Για $x\in[2,+\infty)$ η f είναι γνησίως αύξουσα
Για $x\in[0,2]$ η f είναι γνησίως αύξουσα

γ) Η f ΄ παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική με f ΄΄ (x)=2x-2

δ) Σύμφωνα με το πίνακα του β ερωτήματος έχουμε:
- Για x=0 η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο
- Για x=2 η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο

ε) <u>$1^{ος}$ τρόπος</u>

Αφού f ΄ (x)=x^2-2x έχουμε αρχική συνάρτηση f(x)=$\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}+c=\frac{x^3}{3}-x^2+c$

Όμως f(0)=2005$\Rightarrow$c=2005

Άρα f(x)= $\frac{x^3}{3}-x^2+2005$

<u>$2^{ος}$ τρόπος</u>

Αφού η f ΄ είναι πολυωνυμική συνάρτηση $2^{ου}$ βαθμού η f θα είναι πολυωνυμική συνάρτηση $3^{ου}$ βαθμού της μορφής:
f(x) = αx^3+βx^2+γx+δ

Έχουμε f ΄(x) = 3αx^2+2βx+γ

Οπότε 3α =1 $\Rightarrow$ α=$\frac{1}{3}$ και 2β= -2 $\Rightarrow$ β=-1 και γ = 0

Επίσης f(0)=2005 $\Rightarrow$ δ=2005

Δηλαδή f(x)= $\frac{1}{3}x^3-x^2$

<u>4^ο θέμα</u>

α) N(0)= $2\cdot 0^3-0^2+5\cdot 0+1000$
N(0)=1000 δελφίνια

β) N΄(t)=$6t^2$-2t+5

γ) N΄(2)= $6\cdot 2^2-2\cdot 2+5$
N΄(2)= 24-4+5
N΄(2)=25 δελφίνια / χρόνο

δ) N(10)= $2\cdot 10^3-10^2+5\cdot 10+1000$
N(10)=2950 δελφίνια