

ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΩΝ ΤΡΙΑΔΩΝ

1. Η πλέον γνωστή σχέση παραγωγής Πυθαγορείων τριάδων είναι η:
 $m^2-n^2, 2mn, m^2+n^2$, όπου m, n , φυσικοί αριθμοί με $m>n$,
Ισχύει πάντα $(m^2-n^2)^2+(2mn)^2=m^4-2m^2n^2+n^4+4m^2n^2=m^4+2m^2n^2+n^4=(m^2+n^2)^2$
Εφαρμογή, αν $m=5$ και $n=4$ θα έχουμε:

$$m^2-n^2=5^2-4^2=25-16=9$$

$$2mn=2*5*4=40$$

$$m^2+n^2=5^2+4^2=25+16=41$$

$$\text{είναι } 9^2+40^2=81+1600=1681=41^2$$

δηλαδή θα έχουμε την Πυθαγόρεια τριάδα **(9,40,41)**



2. Ένας άλλος τρόπος είναι η σχέση: $k\lambda, \frac{k^2-\lambda^2}{2}, \frac{k^2+\lambda^2}{2}$, όπου k, λ περιττοί φυσικοί με $k>\lambda$, που από αποδίδεται στους Πυθαγόρειους. Πάντα ισχύει:

$$(k\lambda)^2 + \left(\frac{k^2-\lambda^2}{2}\right)^2 = \left(\frac{k^2+\lambda^2}{2}\right)^2 \quad (\text{η απόδειξη είναι εύκολη}).$$

εφαρμογή: αν $k=7$ και $\lambda=3$ θα έχουμε

$$k\lambda=7*3=21$$

$$\frac{k^2-\lambda^2}{2} = \frac{7^2-3^2}{2} = \frac{49-9}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\frac{k^2+\lambda^2}{2} = \frac{7^2+3^2}{2} = \frac{49+9}{2} = \frac{58}{2} = 29$$

Δηλαδή θα έχουμε την Πυθαγόρεια τριάδα **(21,20,29)**

Παρατήρηση: Αν οι περιττοί k, λ είναι πρώτοι μεταξύ τους τότε οι Πυθαγόρειες τριάδες που προκύπτουν είναι πρώτες Πυθαγόρειες τριάδες, δηλαδή οι αριθμοί τους έχουν μέγιστο κοινό διαιρέτη το 1



3. Η τριάδα $(2v+1, 2v^2+2v, 2v^2+2v+1)$, με $v \in \mathbb{N}$, είναι πυθαγόρεια (Πρόκλος¹). Αποδεικνύεται εύκολα η καθολική ισχύ της. Παράγει πάντα αρχέγονες ή Μοναδιαίες Πυθαγόρειες Τριάδες για τις οποίες θα μιλήσουμε παρακάτω, π.χ. αν $v=2$ έχουμε:

$2v+1=5, 2v^2+2v=12, 2v^2+2v+1=13$ και $5^2+12^2=13^2$, έχουμε την Πυθαγόρεια τριάδα **(5,12,13)**



4. Η σχέση $a^2 + \left(\frac{a^2-1}{2}\right)^2 = \left(\frac{a^2+1}{2}\right)^2$ αποδίδεται προσωπικά στον ίδιο τον Πυθαγόρα

(Όπου a περιττός φυσικός >1)



5. Η σχέση $\beta^2 + \left(\frac{\beta^2-1}{4}\right)^2 = \left(\frac{\beta^2+1}{4}\right)^2$ αποδίδεται στον ίδιο τον Πλάτωνα

(Όπου β φυσικός πολλαπλάσιο του 4)

¹ Διευθυντής της Πλατωνικής Ακαδημίας, διαδέχθηκε στη θέση αυτή τον δάσκαλό του Συριανό. Η σχέση του αυτή ταυτίζεται με εκείνη του Πυθαγόρα, χρησιμοποιεί όμως όλους τους φυσικούς, ενώ ο Πυθαγόρας μόνον περιττούς. Ο Πρόκλος έζησε περίπου μια χιλιετία μετά τον Πυθαγόρα.

Οι δύο πρώτες σχέσεις παράγουν όλες τις Πυθαγόρειες τριάδες, ενώ η σχέση του Πυθαγόρα, αυτή του Πυθαγόρειου² Πλάτωνα και του Πρόκλου δίδουν ειδικές μόνο Πυθαγόρειες τριάδες. Γιατί άραγε διάλεξαν αυτές τις σχέσεις ενώ γνώριζαν την 2^η σχέση ;;;;

Η σχέση του Πυθαγόρα δίνει μόνον τις αρχέγονες ή μοναδιαίες Πυθαγόρειες τριάδες, που παράγονται από τον δεύτερο τύπο, αυτόν των Πυθαγορείων, όταν το λ είναι ίσο με το 1 (γι' αυτό τις ονόμασα μοναδιαίες). Ένα ερώτημα που με βασάνιζε χρόνια ήταν γιατί ο Πυθαγόρας επέλεξε την συγκεκριμένη σχέση και γιατί ο Πλάτωνας θέλησε να διαφοροποιηθεί με μια δεύτερη σχέση; Σας παραθέτω δύο πίνακες, ο πρώτος με μοναδιαίες Πυθαγόρειες τριάδες και ο δεύτερος με Πλατωνικές για να κρίνετε και εσείς.

ο παρακάτω πίνακας προκύπτει από τη σχέση του Πυθαγόρα:
$$a^2 + \left(\frac{a^2 - 1}{2}\right)^2 = \left(\frac{a^2 + 1}{2}\right)^2$$

α/α	ΜΠΠΤ	ΠΠΔ	β.γ	α	υπόλοιπο $u_v = \beta_v \cdot \gamma_v / \alpha_v$	$\kappa + (-1)^v$ όπου v ο α/α	$u_v - u_{v-1}$	$\alpha_v - \gamma_v$
1	(5, 4, 3)	(1, 3)	4.3=12	5	2=2.1 ²	2	2	2
2	(13, 12, 5)	(1, 5)	12.5=60	13	8=2.2 ²	6	6	8
3	(25, 24, 7)	(1, 7)	24.7=168	25	18=2.3 ²	6	10	18
4	(41, 40, 9)	(1, 9)	40.9=360	41	32=2.4 ²	10	14	32
5	(61, 60, 11)	(1, 11)	60.11=66	61	50=2.5 ²	10	18	50
6	(85, 84, 13)	(1, 13)	84.13=10	85	72=2.6 ²	14	22	72
7	(113, 112, 15)	(1, 15)	112.15=1	11	98=2.7 ²	14	36	98
8	(145, 144, 17)	(1, 17)	144.17=2	14	128=2.8 ²	18	30	128
9	(181, 180, 19)	(1, 19)	180.19=3	18	162=2.9 ²	18	34	162
10	(221, 220, 21)	(1, 21)	220.21=4	22	200=2.10 ²	22	38	200

Όπου ΠΠΔ είναι η Πρώτη Πυθαγόρεια Διάδα (λ,κ) με (λ,κ)=1. Εδώ το λ είναι σταθερά ίσο με 1 και όπου ΜΠΠΤ είναι η Μοναδιαία Πρώτη Πυθαγόρεια Τριάδα. Την ονομάζουμε Μοναδιαία γιατί παράγεται απευθείας από τη μονάδα, το 1 (βλ. κόκκινη μονάδα).

Θα παρατηρήσετε ότι οι τελευταίες στήλες δίνουν την κατανομή των ηλεκτρονίων όχι μόνο σε φλοιούς, αλλά και σε υποφλοιούς και είναι η πρώτη φορά στον κόσμο που παρουσιάζεται.

Παρατηρείστε ότι οι φλοιοί συμπληρώνονται με $2, 8, 18, 32, \dots = 2v^2$ ηλεκτρόνια, ενώ οι υποφλοιοί συμπληρώνονται με $2, 6, 10, 14, \dots$

² Ο Πλάτωνας αγόρασε τα βιβλία του Πυθαγόρειου Φιλολάου και μύηθηκε έτσι στον Πυθαγορισμό. Ταξίδεψε στη Ιταλία και γνώρισε εκεί και άλλους Πυθαγόρειους όπως ο Αρχύτας. Είχε δύο σπουδαίους δασκάλους, πρώτον τον Σωκράτη, οπαδό του αμετάβλητου Πυθαγορικού όντος (ον), που είχε μνηθεί στον Πυθαγορισμό από τους μαθητές του Φιλολάου, τον Κέβη και τον Σιμία, ίσως και από τον ίδιο τον Φιλόλαο, που μετά την καταστροφή της σχολής του Κρότωνα διέμενε στην Θήβα. Τους δύο αυτούς, τον Κέβη και τον Σιμία συναντάμε στο πλευρό του Σωκράτη κατά τις τελευταίες του στιγμές στο δεσμοκτήριο (βλ. Απολογία Σωκράτους). Δεύτερο δάσκαλο είχε τον Κρατύλο, μαθητή του Ηρακλείτου και οπαδό του μη όντος, δηλαδή οπαδό της ροής και μεταβολής (μη ον). Όμως δεν σταμάτησε εδώ, προχώρησε ακόμα περισσότερο, αφού η διάνοιά του συνειδητοποίησε την «Πυθαγόρεια μουσική», την μουσική της παλλόμενης χορδής, επινόησε ένα τρίτο ον, το παλλόμενο ον, που το εισάγει στον Κρατύλο, αρχικά με τον Τάνταλο, που σημαίνει ταλαντεύομαι και ύστερα ολοκληρώνει ξεκάθαρα με την Παλλάδα, που διευκρινίζει ότι σημαίνει **πάλλομαι-κραδαινομαι**. Έτσι ο Πλάτωνας μπορεί να θεωρηθεί ως ο κορυφαίος επιστήμονας στον μετά τον Πυθαγόρα κόσμο. (αναλυτικότερα βλ. εργασία μου «Περι Γενέσεως και φθοράς»)

Ας πάμε και στη σχέση του Πλάτωνα $\beta^2 + \left(\frac{\beta^2 - 1}{4}\right)^2 = \left(\frac{\beta^2 + 1}{4}\right)^2$ εδώ το $\beta = \text{πολ.4}$

α/α	ΠΠΔ (λ,κ)	Πλατωνική ΠΠΤ (α,β,γ)	$(\alpha+\gamma)/4$	$\kappa+(-1)^{\nu}$ (*)
1	1,3	5,4,3	$(5+3)/4=2=2.1^2$	2
2	3,5	17,8,15	$(17+15)/4=8=2.2^2$	6
3	5,7	37,12,35	$(37+35)/4=18=2.3^2$	6
4	7,9	65,16,63	$(65+63)/4=32=2.4^2$	10
5	9,11	101,20,99	$(101+99)/4=50=2.5^2$	10
6	11,13	145,24,143	$(145+143)/4=72=2.6^2$	14
7	13,15	197,28,195	$(197+195)/4=98=2.7^2$	14

Οι δύο τελευταίες στήλες των Πλατωνικών Πρώτων Πυθαγορείων τριάδων μας δίνουν πάλι την κατανομή των ηλεκτρονίων τόσο σε στιβάδες όσο και υποστιβάδες!

Το αξιοπερίεργο είναι ότι και οι δύο Πίνακες, τόσο με τις τριάδες του Πυθαγόρα, όσο και του Πλάτωνα δίνουν τις κατανομές σε στιβάδες και υποστιβάδες με την πρώτη τους **επτάδα**. Πέραν των επτά είναι οι κατανομές των τεχνητών στοιχείων του περιοδικού συστήματος. Όμως το 7 είναι ο ιερός αριθμός του Απόλλωνα, ο αριθμός της δημιουργίας³.

Για μας τα μόνα απόκρυφα είναι η **δυάδα της αιωνιότητας (αεί ον)** και η **υλοποίηση της ζωγονικής τριάδας**⁴, όπως έχουμε επισημάνει στην εργασία μας η Πυθαγορική Πλατωνική ζωγονία. Πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα την δυάδα αυτή που παράγει στη συνέχεια την ζωγονική, δηλαδή την **(1,3)**. Βλ. πίνακα Πυθαγόρα. Είναι η υπερουράνια δυάδα που εκπορεύεται από την υπερτάτη μονάδα και δημιουργεί την ζωγονική τριάδα ή τριάδα της κόρης την (3,4,5). Ενώνει τον υπέρτατο Δία με την Κόρη-Ον⁵ για να παράξει στη συνέχεια την ζωγονική τριάδα. Αλλά και στις Πλατωνικές τριάδες, παρ' όλο που χρησιμοποιούμε διαφορετικό τύπο η **(1,3)** παράγει πάλι τη ζωγονική και μάλιστα είναι πάλι πρώτη στη σειρά δημιουργίας!

Για να ολοκληρώσουμε την Πλατωνική διαφοροποίηση στην παραγωγή Πυθαγορείων τριάδων θα σας παραθέσω τον παρακάτω πίνακα, όλων των πρώτων Πυθαγορείων τριάδων... [υπενθυμίζω ότι με την έκφραση: «πρώτων Πυθαγορείων τριάδων», εννοώ τις πυθαγόρειες τριάδες που οι αριθμοί τους έχουν μέγιστο κοινό διαιρέτη το 1].

³ Βλ. Περί του εν Δελφοίς ΕΙ του Πλουτάρχου, 391 F

⁴ Σήμερα η υλοποίηση των στοιχειωδών σωματιδίων που απαρτίζουν τον μικρόκοσμο, αποτελεί ένα άλυτο πρόβλημα. Οι επιστήμονες ψάχνουν εναγωνίως στους επιταχυντές το σωματίδιο Higgs, ή σωματίδιο του Θεού. Είναι εκείνο που θα μεταφέρει σ' αυτά, τα νοητά Πλατωνικά-μαθηματικά πρότυπα, την ύλη, που όλοι αντιλαμβανόμαστε με τις αισθήσεις μας. Ακόμα όμως δεν έχει εντοπιστεί. Πιθανότερη αιτία οι πολύ υψηλές ενέργειες που απαιτούνται στους επιταχυντές για την δημιουργία του. Στην αρχαιότητα, ζωογόνος της ύλης είναι η ψυχή και θεωρούμε ότι συμφωνούσαν όλοι επ' αυτού, Πλάτωνα, Πυθαγόρα, Ορφείας.

⁵ Την Αθηνά. Κόρος (κόρη) είναι ο αμόλυντος-καθαρός νους (βλ. Κρατύλος), έτσι η παρθένος Αθηνά είναι ο υπέρτατος νους του Διός που κατά την παράδοση ξεπετάχθηκε από το κεφάλι του και εκδήλωσε τριαδικά την θέλησή του πατρός της, με την ζωγονική τριάδα. Πρώτα δημιουργήθηκε η υπερουσία τριάδα: Δίας (Β'), Ποσειδών και Πλούτων που αναφέρει ο Όμηρος, οι δημιουργοί του κόσμου.

**ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΤΕ ΟΤΙ ΚΑΘΕ ΠΛΑΤΩΝΙΚΗ ΠΠΤ ΕΧΕΙ ΠΑΝΤΑ
ΕΠΟΜΕΝΗ, ΤΗΝ ΕΠΟΜΕΝΗ ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΠΠΤ (α/α)**

A/A	ΠΠΤ			ΕΜΒΛΑΟ	ΠΠΛ		ΜΠΠΤ	ΠΠΠΤ
1)	5	4	3	6	1	3	1	1
2)	13	12	5	30	1	5	2	
3)	17	8	15	60	3	5		2
4)	25	24	7	84	1	7	3	
5)	29	20	21	210	3	7		
6)	37	12	35	210	5	7		3
7)	41	40	9	180	1	9	4	
8)	53	28	45	630	5	9		
9)	65	16	63	504	7	9		4
10)	61	60	11	330	1	11	5	
11)	65	56	33	924	3	11		
12)	73	48	55	1320	5	11		
13)	85	36	77	1386	7	11		
14)	101	20	99	990	9	11		5
15)	85	84	13	546	1	13	6	
16)	89	80	39	1560	3	13		
17)	97	72	65	2340	5	13		
18)	109	60	91	2730	7	13		
19)	125	44	117	2574	9	13		
20)	145	24	143	1716	11	13		6
21)	113	112	15	840	1	15	7	
22)	137	88	105	4620	7	15		
23)	173	52	165	4290	11	15		
24)	197	28	195	2730	13	15		7
25)	145	144	17	1224	1	17	8	
26)	149	140	51	3570	3	17		
27)	157	132	85	5610	5	17		
28)	169	120	119	7140	7	17		
29)	185	104	153	7956	9	17		
30)	205	84	187	7854	11	17		
31)	229	60	221	6630	13	17		
32)	257	32	255	4080	15	17		8
33)	181	180	19	1710	1	19	9	
34)	185	176	57	5016	3	19		
35)	193	168	95	7980	5	19		
36)	205	156	133	10374	7	19		
37)	221	140	171	11970	9	19		

38)	241	120	209	12540	11	19	
39)	265	96	247	11856	13	19	
40)	293	68	285	9690	15	19	
41)	325	36	323	5814	17	19	
41)	325	36	323	5814	17	19	9
42)	221	220	21	2310	1	21	10
43)	233	208	105	10920	5	21	
44)	281	160	231	18480	11	21	
45)	305	136	273	18564	13	21	
46)	365	76	357	13566	17	21	
47)	401	40	399	7980	19	21	10
48)	265	264	23	3036	1	23	11
49)	269	260	69	8970	3	23	
50)	277	252	115	14490	5	23	
51)	289	240	161	19320	7	23	
52)	305	224	207	23184	9	23	
53)	325	204	253	25806	11	23	
54)	349	180	299	26910	13	23	
55)	377	152	345	26220	15	23	
56)	409	120	391	23460	17	23	
57)	445	84	437	18354	19	23	
58)	485	44	483	10626	21	23	11
59)	313	312	25	3900	1	25	12
60)	317	308	75	11550	3	25	
61)	337	288	175	25200	7	25	
62)	353	272	225	30600	9	25	
63)	373	252	275	34650	11	25	
64)	397	228	325	37050	13	25	
65)	457	168	425	35700	17	25	
66)	493	132	475	31350	19	25	
67)	533	92	525	24150	21	25	
68)	577	48	575	13800	23	25	12
69)	365	364	27	4914	1	27	13
70)	377	352	135	23760	5	27	
71)	389	340	189	32130	7	27	
72)	425	304	297	45144	11	27	
73)	449	280	351	49140	13	27	

ΕΙΝΑΙ ΜΙΑ ΤΥΧΑΙΑ ΣΥΜΠΤΩΣΗ Ή Ο ΠΛΑΤΩΝΑΣ ΣΥΝΑΝΤΑ ΣΚΟΠΙΜΑ ΤΟΝ ΠΥΘΑΓΟΡΑ ;

Στην προσπάθειά μου να εξηγήσω το αμετάβλητο Πυθαγόρειο ον, γνωστό και ως αμετάβλητο Παρμενιδικό ον, δημιούργησα τους μετασχηματισμούς (A), από το αρχικό γράμμα του επωνύμου μου (Αδαμάκος). Αυτοί μετασχηματίζουν πυθαγόρειες τριάδες σε αρχέγονες ή Μοναδιαίες Πυθαγόρειες τριάδες. Απέδειξα έτσι ότι κάθε μη μοναδιαία Πυθαγόρεια τριάδα μετασχηματίζεται σε μια μοναδιαία, δηλαδή ότι **επιστρέφει στο σύνολο των Μοναδιαίων Πυθαγορείων τριάδων, που είναι οι ΕΙΔΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ** του Πλάτωνα. Το σύνολο αυτό είναι αμετάβλητο κάτω από τους μετασχηματισμούς (A), αποτελώντας το **αμετάβλητο Πυθαγόρειο-Παρμενίδειο ον**. (βλ. www.padamakos.gr)

Τι γίνεται όμως άμα βάλουμε στους μετασχηματισμούς αυτούς τις Πλατωνικές Πυθαγόρειες τριάδες;

Συμβαίνει κάτι το φοβερό..., μία-μία οι Πλατωνικές πυθαγόρειες τριάδες μετασχηματίζονταν στις αντίστοιχες του Πυθαγόρα!!! Η πρώτη του Πλάτωνα είναι η ζωογονική και είναι η ίδια με την πρώτη του Πυθαγόρα. Η δεύτερη του Πλάτωνα μετασχηματίζεται στη δεύτερη του Πυθαγόρα, η Τρίτη του Πλάτωνα στην Τρίτη του Πυθαγόρα κ.ο.κ. !!!!!!!!!!!!!

Επιπλέον, για τη ζωογονική τριάδα (3,4,5), η τριάδα της κόρης (Αθηνάς), απέδειξα για πρώτη φορά στον κόσμο, ότι περικλείει την σταθερά της **λεπτής υφής**, τον σπουδαιότερο αριθμό της δημιουργίας και δικαιολόγησα έτσι την ονομασία της ως ζωογονική, τον δε αριθμό 6 (εμβαδό του ζωογονικού τριγώνου) δικαιολόγησα αδιάσειστα την ονομασία του, ως ο ψυχογονικός αριθμός των Πυθαγορείων. (βλ. www.padamakos.gr)

Πριν πολλά χρόνια, είχα μια συνάντηση με τον καθηγητή του Μαθηματικού τμήματος του πανεπιστημίου Αθηνών κ. Ζαχαρίου, στα πλαίσια μιας διάλεξης και του έδωσα την εργασία μου «περί Πυθαγορείων Τριάδων», δηλαδή το καθαρά μαθηματικό μέρος, με πολλά θεωρήματα πορίσματα και εικασίες. Στο πολύ μικρό χρονικό διάστημα του διαλείμματος της διάλεξης εξήγησα στον καθηγητή την περίληψη της εργασίας μου. Μου απάντησε ότι το θέμα των Πυθαγορείων τριάδων το έχει εξαντλήσει αυτός στην μεγάλη Σοβιετική εγκυκλοπαίδεια και ότι δεν πιστεύει ότι έχω κατορθώσει αυτά που του είπα. Τον παρακάλεσα ευγενικά να ασχοληθεί λίγο με την εργασία μου.... Φυσικά δεν έλαβα καμία απάντηση μέχρι σήμερα!!!! Βέβαια η εργασία μου είναι σε άλλη διάσταση από αυτήν του κ. Ζαχαρίου. Μερικές φορές έλεγα ότι έφθασα στην πλήρη αποκρυπτογράφηση των Πυθαγορείων τριάδων και αυτόματα ερχόταν στη μνήμη μου ο κ. Ζαχαρίου που είχε «εξαντλήσει» το θέμα και προσγειωνόμουν.... Αυτές τις μέρες ένας ηλεκτρονικός φίλος, ο κ. Λεωνίδας Πατσουράκος μου έστειλε έναν νέο τρόπο για την εύρεση Πυθαγορείων τριάδων από την ακολουθία του Φιμπονάτσι....και θυμήθηκα τον κ. Ζαχαρίου που είχε εξαντλήσει το θέμα...!! Κάθησα και το μελέτησα και σας το παρουσιάζω, αφιερώνοντας το στον Λεωνίδα.

Η ακολουθία του Fibonaccί είναι η: 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,..., εκείνο που πρέπει να προσέξετε είναι ότι ο επόμενος όρος της ακολουθίας προκύπτει από την πρόσθεση των δύο προηγούμενων όρων (εκτός των δύο πρώτων), έτσι αν θέλουμε να βρούμε τον επόμενο θα πρέπει να προσθέσουμε στο 55 το 89 και θα βρούμε το 144 ... συνεχίστε αν θέλετε...

Αξιοπρόσεκτο είναι ότι η ακολουθία Φιμπονάτσι σχετίζεται με τον χρυσό αριθμό⁶ και τις Πυθαγόρειες τριάδες...

⁶ Ο χρυσός αριθμός $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,61803398874989484820458683436563811\dots$, είναι υπερβατικός αριθμός

Όμως, τι σχέση μπορεί να έχει αυτή η ακολουθία με το χρυσό αριθμό; Κάντε το παρακάτω πείραμα: πάρτε ένα κομπιουτεράκι και διαιρέστε οποιοδήποτε νούμερο με το αμέσως προηγούμενό του. Όσο προχωράτε στην ακολουθία, το πηλίκο θα προσεγγίζει ολοένα και περισσότερο τον χρυσό αριθμό. Σε μαθηματική ορολογία σημαίνει ότι η ακολουθία που δημιουργείται από τη διαίρεση κάθε αριθμού Φιμπονάτσι με τον αμέσως προηγούμενό του έχει ως όριο το χρυσό αριθμό.

Ας δούμε όμως τι σχέση έχει με τις Πυθαγόρειες τριάδες. Ο κ. Πατσουράκος μου έστειλε το παρακάτω μήνυμα: η τριάδα $(\alpha\delta), (2\beta\gamma), (\beta^2+\gamma^2)$ που δημιουργείται από τέσσερις διαδοχικούς όρους της ακολουθίας του Φιμπονάτσι είναι μια Πυθαγόρεια τριάδα ..., με βιβλιογραφία «Η χρυσή τομή Fernando Corbalan εκδόσεις 4π ελληνική έκδοση 2011 σελ.40» και ότι ισχύει και για άλλες ακολουθίες με την ίδια δομή.



Ας συμβολίσουμε με χ, ψ τους δύο πρώτους από τους τέσσερες διαδοχικούς όρους μιας ακολουθίας τύπου Φιμπονάτσι. Τότε οι άλλοι δύο επόμενοι όροι θα είναι οι $\chi+\psi$ και $\psi+\chi+\psi$, δηλαδή έχουμε την τετράδα $\chi, \psi, \chi+\psi, \chi+2\psi$. Το α εδώ αντιστοιχεί με το χ , το β με το ψ , το γ με το $\chi+\psi$ και το δ με το $\chi+2\psi$. Εμείς πρέπει να αποδείξουμε ότι:

$$[\chi(\chi+2\psi)]^2 + [2\psi(\chi+\psi)]^2 = [\psi^2 + (\chi+\psi)^2]^2 \quad \text{ή}$$

$$(\chi^2 + 2\chi\psi)^2 + (2\chi\psi + 2\psi^2)^2 = [\psi^2 + (\chi+\psi)^2]^2 \quad \text{ή}$$

$$(\chi^4 + 4\chi^3\psi + 4\chi^2\psi^2) + (4\chi^2\psi^2 + 8\chi\psi^3 + 4\psi^4) = (\psi^2 + \chi^2 + 2\chi\psi + \psi^2)^2$$

$$\chi^4 + 4\chi^3\psi + 4\chi^2\psi^2 + 4\chi^2\psi^2 + 8\chi\psi^3 + 4\psi^4 = (2\psi^2 + \chi^2 + 2\chi\psi)^2$$

$$\chi^4 + 4\chi^3\psi + 4\chi^2\psi^2 + 4\chi^2\psi^2 + 8\chi\psi^3 + 4\psi^4 = 4\psi^4 + \chi^4 + 4\chi^2\psi^2 + 4\chi^2\psi^2 + 8\chi\psi^3 + 4\chi^3\psi$$

και εδειχθη,

δηλαδή μια συνεχόμενη τετράδα όρων ακολουθίας τύπου Φιμπονάτσι παράγει πάντα μια Πυθαγόρεια τριάδα!

Εφαρμογή: ας πάρουμε μια ακολουθία τύπου Φιμπονάτσι, την 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, ..., που κάθε όρος της προκύπτει από το άθροισμα των δύο προηγούμενων και, ας πάρουμε τους τέσσερις πρώτους, δηλαδή τους 3, 4, 7, 11 για να εφαρμόσουμε τον παραπάνω νέο τύπο $[(\alpha\delta), (2\beta\gamma), (\beta^2+\gamma^2)]$
 Η πυθαγόρεια τριάδα που παράγετε είναι:
 $(3*11), (2*4*7), (4^2+7^2)$ ή
 33, 56, 65 πράγματι $33^2=1089$
 $56^2=3136$ και $65^2=4225$
 Σύνολο 4225

Ας δούμε τώρα πως μπορεί να συνδέεται μια τέτοια ακολουθία τύπου Φιμπονάτσι με τον χρυσό αριθμό $\phi=1,618...$

Έστω χ, ψ οι δύο πρώτοι όροι της, τότε αυτή θα είναι:

$$\chi, \psi, (\chi+\psi), [\psi+(\chi+\psi)] \text{ ή } (\chi+2\psi), [(\chi+\psi)+(\chi+2\psi)] \text{ ή } (2\chi+3\psi), [(\chi+2\psi)+(2\chi+3\psi)] \text{ ή } (3\chi+5\psi),$$

$$[(2\chi+3\psi)+(3\chi+5\psi)] \text{ ή } (5\chi+8\psi), [(3\chi+5\psi)+(5\chi+8\psi)] \text{ ή } (8\chi+13\psi), (13\chi+21\psi), (21\chi+34\psi),$$

$$(34\chi+55\psi), (55\chi+89\psi), (89\chi+144\psi), (144\chi+233\psi).....$$

Αυτή η διαδικασία είναι ίδια με αυτήν της εύρεση της τετραγωνικής ρίζας που επινόησαν οι Πυθαγόρειοι και διέδωσε ο Θέων ο Σμυρναίος και ο Ήρωνας ο Αλεξανδρεύς, μέθοδο που εξωτερίκευσε από την σχολή του Κρότωνα ο Πυθαγόρειος Αρχύτας. Η διαδικασία έχει ως εξής: προσθέτουμε στην πλευρά ενός τετραγώνου την διαγώνιό του και

δημιουργούμε την πλευρά ενός νέου τετραγώνου και ούτω καθεξής, η διαδικασία βασίζεται στους πλευρικούς και διαμετρικούς αριθμούς και είναι η μέθοδος (αλγόριθμος) που χρησιμοποιούν οι Η-Υ σήμερα για την εύρεση των ριζών. Για περισσότερα βλ. www.padamakos.gr , **οι άρρητοι στην αρχαιότητα**.

Σε κάθε παρένθεση της παραπάνω ακολουθίας (κίτρινες) υπάρχει ένας αριθμός (συντελεστής) για το χ και ένας για το ψ . Σχηματίζουμε τους λόγους των συντελεστών της κάθε παρένθεσης, που τελικά συγκλίνουν στο χρυσό αριθμό $\Phi=1,618\dots$

συντελεστής του ψ προς συντελεστή του χ

1 ^η παρένθεση	$\frac{1}{1} = 1$
2 ^η >>	$\frac{2}{1} = 2$
3 ^η >>	$\frac{3}{2} = 1,5$
4 ^η >>	$\frac{5}{3} = 1,666$
5 ^η >>	$\frac{8}{5} = 1,6$
6 ^η >>	$\frac{13}{8} = 1,625$
7 ^η >>	$\frac{21}{13} = 1,6153846$
8 ^η >>	$\frac{34}{21} = 1,6190476$
9 ^η >>	$\frac{55}{34} = 1,617647$
10 ^η >>	$\frac{89}{55} = 1,6181818$
11 ^η >>	$\frac{144}{89} = 1,6179775$
12 ^η >>	$\frac{233}{144} = 1,6180555$

Βιβλιογραφία

Ιστοσελίδα www.padamakos.gr

Οι Άρρητοι στην Αρχαιότητα Π. Αδαμάκος
Ευκλείδου Περί Ασυμμέτρων Στοιχεία ΒΙΒΛΙΟ Χ εκδ. ΟΕΔΒ
Πρόκλου Περί της κατά Πλάτωνα θεολογίας εκδ. Κάκτος

Ευχαριστώ τον κ. Λεωνίδα Πατσοράκο για την βοήθειά του.

Π. Θ. Αδαμάκος Μαθηματικός 26-Απριλίου 2012