

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ 1

ΘΕΜΑ Α

A1) Να αποδείξετε ότι « Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό» (Μον. 7)

A2) Πότε μία συνάρτηση f λέμε ότι είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[a, \beta]$; (Μον. 4)

A3) Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[a, \beta]$ και έχει ρίζα στο διάστημα (a, β) τότε ισχύει: $f(a)f(\beta) < 0$

α) Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό αυτό Αληθή ή Ψευδή

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο α) ερώτημα (Μον. 1+3)

A4) Να χαρακτηρίσετε με Σ (Σωστή) ή με Λ (Λάθος) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις

α) Αν μία συνάρτηση f είναι 1-1 τότε οποιοδήποτε οριζόντια ευθεία τέμνει την γραφική παράσταση της σε ένα ακριβώς σημείο

β) Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $[a, \beta]$ με $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in [a, \beta]$ τότε η συνάρτηση f δεν έχει ακρότατα στο $[a, \beta]$

γ) Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[a, \beta]$ τότε έχει σύνολο τιμών στο διάστημα $[a, \beta]$ ένα διάστημα της μορφής $[\gamma, \delta]$

δ) Το σύνολο τιμών μιας συνεχούς συνάρτησης σε ένα ανοικτό διάστημα (a, β) είναι ένα ανοικτό διάστημα

ε) Αν για δύο συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες σε διάστημα Δ ισχύει

$f'(x) < g'(x)$, για κάθε $x \in \Delta$ τότε είναι

$f(x) < g(x)$, για κάθε $x \in \Delta$ (Μον.5*2)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις : $f(x) = x^2 + 2$, $g(x) = \sqrt{x-3}$

B1) Να προσδιορίσετε την συνάρτηση : $(g \circ f)(x)$

(Μον.5)

Αν θεωρήσετε ως : $h(x) = (g \circ f)(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ με $x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

B2) Να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της h (Μον.5)

B3) Να βρείτε την κυρτότητα της h και τα σημεία καμψής της (Μον.5)

B4) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της h (Μον.5)

B5) Να κάνετε πρόχειρη γραφική παράσταση της h (Μον.5)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \begin{cases} x(\ln x)(\eta\mu x) & \text{αν } x > 0 \\ \alpha & \text{αν } x \leq 0 \end{cases}$ ή $x^2 + \alpha$ αν $x \leq 0$

Γ1) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο 0 τότε να δείξετε ότι : $\alpha = 0$ (Μον.5)

Για $\alpha = 0$ να αποδείξετε ότι:

Γ2) η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο 0 (Μον.6)

Γ3) η συνάρτηση f' είναι παραγωγίσιμη στο 0 (Μον.6)

Γ4) υπάρχει $\theta \in (0, \pi)$ τέτοιο ώστε : $\varepsilon\phi\theta = -\frac{\theta \ln\theta}{1+\ln\theta}$
(Μον.8)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με: $f(x) = \ln(e^{-2x} + 2x)$

Δ1) Να αποδείξετε ότι η f έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} (Μον.5)

Δ2)) Να αποδείξετε ότι η f έχει σύνολο τιμών το $[0, \infty)$ (Μον.5)

Δ3) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της f (Μον.5)

Δ4) Να βρείτε τις εφαπτομένες τις παράλληλες στον xx' (Μον.5)

Δ5) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f έχει ακριβώς δύο σημεία καμψής (Μον.5)

Δημήτρης Μπλατσής 2ο ΓΕΛ Ν.Ιωνίας