Στην άσκηση για στάσιμο κύμα που ακολουθεί, γίνεται αναλυτική επεξεργασία 11 ερωτημάτων

ΑΣΚΗΣΗ

Σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$, διαδίδονται με αντίθετες ταχύτητες μέτρου $8m/s$, δύο αρμονικά κύματα πλάτους $0.25m$. Όλα τα σημεία της χορδής ευθυγραμμίζονται κάθε $0.05s$. Το κάθε κύμα αναγκάζει το σημείο O $(x=0)$ να εκτελεί αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$

Δίνονται: $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}=0$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 2\pi=+1$, $\sigma\upsilon\nu 0=+1$, $\eta\mu\frac{\pi}{2}=+1$, $\eta\mu\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\eta\mu 0=0$, $\pi^2=10$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΗΣ

ΕΡΩΤΗΜΑ 1ο

ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται

Από την εκφώνηση έχουμε

$A=0.25m$, $\upsilon=8m/s$ και ευθυγραμμίζονται κάθε $0.05s$ σημαίνει (λόγω της κίνησης του μέσου) $\frac{T}{2}=0.05s \Rightarrow$

$T=0.1s$ επομένως $f=\frac{1}{T} \Rightarrow f=\frac{1}{0.1} \Rightarrow f=10Hz$ και από τη σχέση $\upsilon=\lambda f$ προκύπτει

$\lambda=\frac{\upsilon}{f} \Rightarrow \lambda=\frac{8m/s}{10Hz} \Rightarrow \lambda=0.8m$ και $\omega=2\pi f=2\pi 10=20\pi rad/s$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι $y=2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$ με αντικατάσταση έχουμε $y=0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi x\eta\mu 20\pi t$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2ο

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΥΜΑΤΩΝ ΠΟΥ ΣΥΜΒΑΛΛΟΝΤΑΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΝ ΣΤΑΣΙΜΟ ΚΥΜΑ

Να γράψετε τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλοντας δημιουργούν το στάσιμο κύμα

Οι εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν είναι $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και $y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$

Με αντικατάσταση προκύπτουν $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0.1} - \frac{x}{0.8}\right) \Rightarrow y_1 = 0.25\eta\mu 2\pi(10t - 1.25x)$ και

$y_2 = 0.25\eta\mu 2\pi(10t + 1.25x)$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΟΙΛΙΩΝ ΚΑΙ ΔΕΣΜΩΝ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΘΕΣΕΩΝ ΚΟΙΛΙΩΝ ΚΑΙ ΔΕΣΜΩΝ

Να υπολογίσετε τον αριθμό και τις θέσεις των κοιλιών και δεσμών του στάσιμου κύματος μεταξύ των σημείων $M(x_M = +0.8m)$ και $\Lambda(x_\Lambda = -0.3m)$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΚΡΩΝ

Εξετάζουμε τι είναι τα σημεία $M(x_M = +0.8m)$ και $\Lambda(x_\Lambda = -0.3m)$ (δεσμοί, κοιλίες ή άλλο σημείο)

Για το σημείο $M(x_M = +0.8m)$

$A'_M = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_M}{\lambda}| \Rightarrow A'_M = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\times 0.8}{0.8}| \Rightarrow A'_M = |2A\sigma\upsilon\nu 2\pi| \Rightarrow A'_M = 2A$ δηλ. το σημείο M είναι κοιλία

Για το σημείο $\Lambda(x_\Lambda = -0.3m)$

$A'_\Lambda = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda}| \Rightarrow A'_\Lambda = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\times(-0.3)}{0.8}| \Rightarrow A'_\Lambda = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{-0.6\pi}{0.8}| \Rightarrow A'_\Lambda = |2A\sigma\upsilon\nu(-3\frac{\pi}{4})|$ δηλ. το σημείο Λ δεν είναι ούτε κοιλία ούτε δεσμός

Τα σύμβολα των ανισώσεων προκύπτουν από τον έλεγχο

Αριθμός κοιλιών

$x_\Lambda < x_{κοιλιών} \le x_M \Rightarrow x_\Lambda < N\dfrac{\lambda}{2} \le x_M \Rightarrow -0.3 < N\dfrac{0.8}{2} \le +0.8 \Rightarrow -0.3 < 0.4N \le +0.8 \Rightarrow -0.75 < N \le +2$ δηλ.

$N = 0{,}1{,}2$ επομένως υπάρχουν 3 κοιλίες μεταξύ των σημείων M και Λ

Θέση κοιλιών

$$x_{κοιλιών} = N\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_{κοιλιών} = N\frac{0.8}{2} \Rightarrow x_{κοιλιών} = 0.4N$$

Για $N = 0$ έχουμε $x_{κοιλιών} = 0$

Για $N = 1$ έχουμε $x_{κοιλιών} = 0.4m$

Για $N = 2$ έχουμε $x_{κοιλιών} = 0.8m$

Αριθμός δεσμών

$$x_\Lambda < x_{δεσμών} < x_M \Rightarrow x_\Lambda < (2N+1)\frac{\lambda}{4} < x_M \Rightarrow$$

$$-0.3 < (2N+1)\frac{0.8}{4} < +0.8 \Rightarrow -0.3 < 0.2(2N+1) < +0.8 \Rightarrow -1.5 < 2N+1 < +4 \Rightarrow -2.5 < 2N < +3 \Rightarrow$$

$-1.25 < N < +1.5 \Rightarrow$ δηλ. $N = -1{,}0{,}1$ επομένως υπάρχουν 3 δεσμοί μεταξύ των σημείων M και Λ

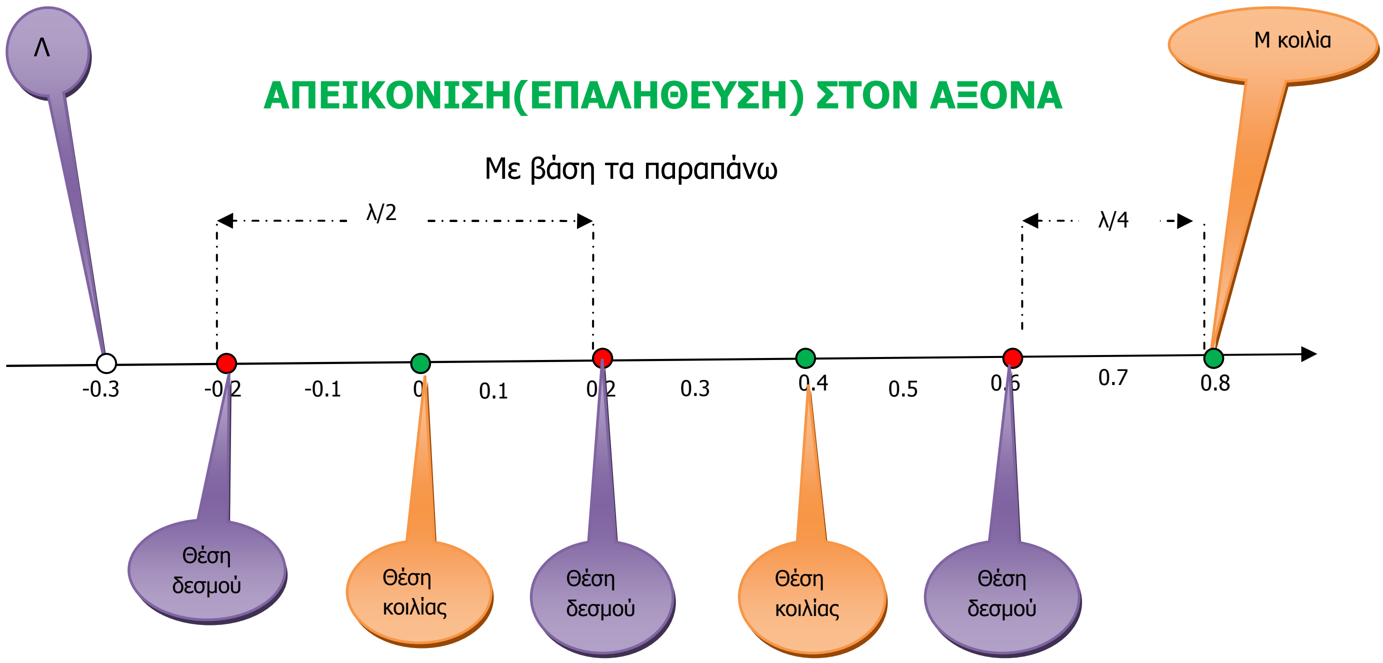
Θέση δεσμών

$$x_{δεσμών} = (2N+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_{δεσμών} = (2N+1)\frac{0.8}{4} \Rightarrow x_{δεσμών} = (2N+1)0.2 \Rightarrow x_{δεσμών} = 0.4N + 0.2$$

Για $N = -1$ έχουμε $x_{δεσμών} = -0.2m$

Για $N = 0$ έχουμε $x_{δεσμών} = 0.2m$

Για $N = 1$ έχουμε $x_{δεσμών} = 0.6m$



ΕΡΩΤΗΜΑ 4ο

ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος μεταξύ των σημείων $\Lambda(x_\Lambda = \text{-}0.3m)$ και $M(x_M = +0.8m)$ για τις χρονικές στιγμές $t=0$, $t = 0.3875s$ και $t = 0.425s$

Χρονική στιγμή $t=0$

Ελέγχουμε τα άκρα (ή και άλλο σημείο) δηλ. βρίσκουμε την απομάκρυνση των σημείων από τη θέση ισορροπίας τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, από τη σχέση του πλάτους ελέγχουμε αν στο σημείο αντιστοιχεί κοιλία ή δεσμός και από την ταχύτητα προς ποια κατεύθυνση κινείται. Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε αν υπολογίσουμε τους δεσμούς ή τις κοιλίες που μεσολαβούν επειδή γνωρίζουμε ότι δύο σημεία έχουν διαφορά φάσης πrad ή 0

Για το σημείο Λ

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου Λ τη χρονική στιγμή $t=0$ δίνεται από τη σχέση

$$y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(\text{-}0.3)\eta\mu 20\pi 0 \Rightarrow y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu(\text{-}0.75\pi)\eta\mu 0 \Rightarrow y_\Lambda = 0$$

Εξέταση σημείου

$A'_\Lambda = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda}| \Rightarrow A'_\Lambda = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\times(\text{-}0.3)}{0.8}| \Rightarrow A'_\Lambda = |2A\sigma\upsilon\nu(\text{-}0.75\pi)| \Rightarrow A'_\Lambda = |2A\sigma\upsilon\nu(\text{-}3\frac{\pi}{4})|$ δηλ. το σημείο Λ είναι ενδιάμεσο σημείο

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου Λ είναι

$$\upsilon_\Lambda = 0.5\times 20\pi\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(\text{-}0.3)\sigma\upsilon\nu 20\pi 0 \Rightarrow \upsilon_\Lambda = 10\pi\sigma\upsilon\nu(\text{-}0.75\pi)\sigma\upsilon\nu 0 \Rightarrow \upsilon_\Lambda = 10\pi\sigma\upsilon\nu(\text{-}3\frac{\pi}{4})(+1) \Rightarrow$$

$\upsilon_\Lambda = \text{-}10\pi\sigma\upsilon\nu 3\frac{\pi}{4} \Rightarrow \upsilon_\Lambda = \text{-}10\pi\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \upsilon_\Lambda = \text{-}5\pi\sqrt{2}m/s$ δηλ. αρνητική (με φορά προς τα κάτω)

Για το σημείο M

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου M τη χρονική στιγμή $t=0$ δίνεται από τη σχέση

$$y_M = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(+0.8)\eta\mu 20\pi 0 \Rightarrow y_M = 0.5\sigma\upsilon\nu 2\pi\eta\mu 0 \Rightarrow y_M = 0$$

Εξέταση σημείου

$A'_M = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_M}{\lambda}| \Rightarrow A'_M = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\times 0.8}{0.8}| \Rightarrow A'_M = |2A\sigma\upsilon\nu 2\pi| \Rightarrow A'_M = 2A$ δηλ. το σημείο M είναι κοιλία

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου M είναι
$\upsilon_M = 0.5\times 20\pi\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(+0.8)\sigma\upsilon\nu 20\pi 0 \Rightarrow \upsilon_M = 10\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\sigma\upsilon\nu 0 \Rightarrow \upsilon_M = 10\pi(+1)(+1) \Rightarrow \upsilon_M = +10\pi m/s$
δηλ.θετική (με φορά προς τα πάνω)

Για το σημείο O

Απομάκρυνση

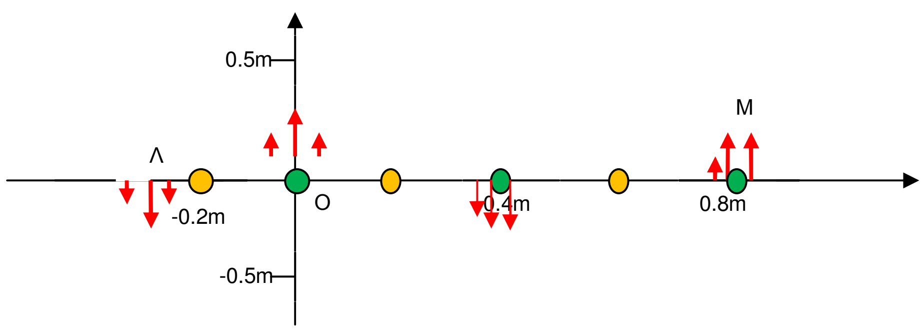
Η απομάκρυνση του σημείου $O(x_O = 0)$ τη χρονική στιγμή $t = 0$ δίνεται από τη σχέση
$y_O = A\eta\mu\omega t \Rightarrow y_O = A\eta\mu\omega 0 \Rightarrow y_O = 0$

Εξέταση σημείου

$A'_O = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_O}{\lambda}| \Rightarrow A'_O = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\times 0}{0.8}| \Rightarrow A'_O = |2A\sigma\upsilon\nu 0| \Rightarrow A'_M = 2A$ δηλ. το σημείο O είναι κοιλία

Ταχύτητα

Η ταχύτητά του σημείου O είναι $\upsilon_O = A\sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow$
$\upsilon_O = A\omega\sigma\upsilon\nu\omega 0 \Rightarrow \upsilon_O = A\omega\sigma\upsilon\nu 0 \Rightarrow \upsilon_O = +A\omega \Rightarrow \upsilon_O = +\upsilon_{max}$



Χρονική στιγμή $t = 0.3875s$

Η σχέση της χρονικής στιγμής $t = 0.3875s$ με την περίοδο $T = 0.1s$ είναι $t = 3T + 3\frac{T}{4} + \frac{T}{8}$ επομένως όλα τα σημεία (πλην των δεσμών που παραμένουν ακίνητα) θα βρίσκονται σε τυχαίες θέσεις γιατί θα έχουν εκτελέσει τρεις πλήρεις ταλαντώσεις ($t = 3T$) και σε χρόνο $t = 3\frac{T}{4} + \frac{T}{8}$ θα μεταβαίνουν από ακραία θέση στη θέση ισορροπίας

άρα με βάση τη θέση τους και τη φορά της κίνησής τους τη χρονική στιγμή $t = 0$ προκύπτουν

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου Λ τη χρονική στιγμή $t = 0.3875s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(\text{-}0.3)\eta\mu 20\pi 0.3875 \Rightarrow y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu(\text{-}0.75\pi)\eta\mu 7.75\pi$$

$$\Rightarrow y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu(\text{-}0.75\pi)\eta\mu(7\pi + 3\frac{\pi}{4}) \Rightarrow y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu(\text{-}3\frac{\pi}{4})(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_\Lambda = 0.5 \times (\text{-}\frac{\sqrt{2}}{2})(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_\Lambda = 0.25m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου Λ είναι

$$\upsilon_\Lambda = 0.5 \times 20\pi\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(\text{-}0.3)\sigma\upsilon\nu 20\pi 0.3875 \Rightarrow \upsilon_\Lambda = 10\pi\sigma\upsilon\nu(\text{-}0.75\pi)\sigma\upsilon\nu 7.75\pi \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Lambda = 10\pi \times (\text{-}\frac{\sqrt{2}}{2})(\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow \upsilon_\Lambda = -5\pi m/s$$

Για το σημείο M

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου M τη χρονική στιγμή $t = 0.3875s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_M = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(+0.8)\eta\mu 20\pi 0.3875 \Rightarrow y_M = 0.5\sigma\upsilon\nu 2\pi\eta\mu 7.75\pi$$

$$\Rightarrow y_M = 0.5 \times (+1)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_M = -0.25\sqrt{2}m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητά του σημείου M είναι $\upsilon_M = 0.5 \times 20\pi\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(+0.8)\sigma\upsilon\nu 20\pi 0.3875 \Rightarrow$

$$\upsilon_M = 10\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\sigma\upsilon\nu 7.75\pi \Rightarrow \upsilon_M = 10\pi(+1)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow \upsilon_M = -5\pi\sqrt{2}m/s$$

Για το σημείο O

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου O τη χρονική στιγμή $t = 0.3875s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_O = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi 0\eta\mu 20\pi 0.3875 \Rightarrow y_O = 0.5\sigma\upsilon\nu 0\eta\mu 7.75\pi \Rightarrow y_O = 0.5(+1)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow \quad y_O = -0.25\sqrt{2}m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του του σημείου O είναι $\upsilon_O = 0.5 \times 20\pi\sigma\upsilon\nu 2.5\pi 0\sigma\upsilon\nu 20\pi 0.3875 \Rightarrow$

$$\upsilon_O = 0.5 \times 20\pi\sigma\upsilon\nu 0\sigma\upsilon\nu 7.75\pi \Rightarrow \upsilon_O = 10\pi(+1)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow \upsilon_O = -5\pi\sqrt{2}m/s$$

Για το σημείο Λ

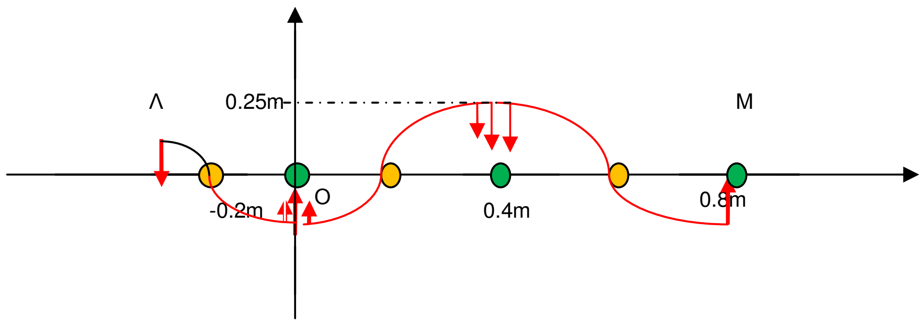
Κινείται προς τα κάτω προς τη θέση ισορροπίας

Για το σημείο M

Κινείται προς τα πάνω προς τη θέση ισορροπίας

Για το σημείο O

Κινείται προς τα πάνω προς τη θέση ισορροπίας



Χρονική στιγμή $t = 0.425s$

Επειδή οι δεσμοί και οι κοιλίες είναι σταθερά σημεία για το στάσιμο κύμα (εκτός και αν αλλάξει η συχνότητα των κυμάτων), για το στιγμιότυπο του ίδιου στάσιμου κύματος άλλη χρονική στιγμή, ελέγχουμε μόνο την απομάκρυνση και την ταχύτητα. Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε αν συνδυάσουμε τη χρονική στιγμή με την περίοδο των κυμάτων, γνωρίζοντας ότι τα σημεία του μέσου εκτελούν ταλάντωση

1ος τρόπος

Για το σημείο Λ

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου Λ τη χρονική στιγμή $t = 0.425s$ δίνεται από τη σχέση

$$y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(\text{-}0.3)\eta\mu 20\pi 0.425 \Rightarrow y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu(\text{-}0.75\pi)\eta\mu 0 \Rightarrow y_\Lambda = 0.5\sigma\upsilon\nu(\text{-}3\frac{\pi}{4})(+1)$$

$$\Rightarrow y_\Lambda = 0.5\times(\text{-}\frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow y_\Lambda = \text{-}0.25\sqrt{2}m$$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του σημείου Λ είναι

$$\upsilon_\Lambda = 0.5\times 20\pi\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(\text{-}0.3)\sigma\upsilon\nu 20\pi 0.425 \Rightarrow \upsilon_\Lambda = 10\pi\sigma\upsilon\nu(\text{-}0.75\pi)\sigma\upsilon\nu 8.5\pi \Rightarrow \upsilon_\Lambda = 0$$

Για το σημείο M

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου M τη χρονική στιγμή $t = 0.425s$ δίνεται από τη σχέση
$y_M = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(+0.8)\eta\mu 20\pi 0.425 \Rightarrow y_M = 0.5\sigma\upsilon\nu 2\pi\eta\mu 8.5\pi \Rightarrow y_M = 0.5m$

Ταχύτητα

Η ταχύτητά του σημείου M είναι $\upsilon_M = 0.5\times 20\pi\sigma\upsilon\nu 2.5\pi(+0.8)\sigma\upsilon\nu 20\pi 0.425 \Rightarrow \upsilon_M = 0$

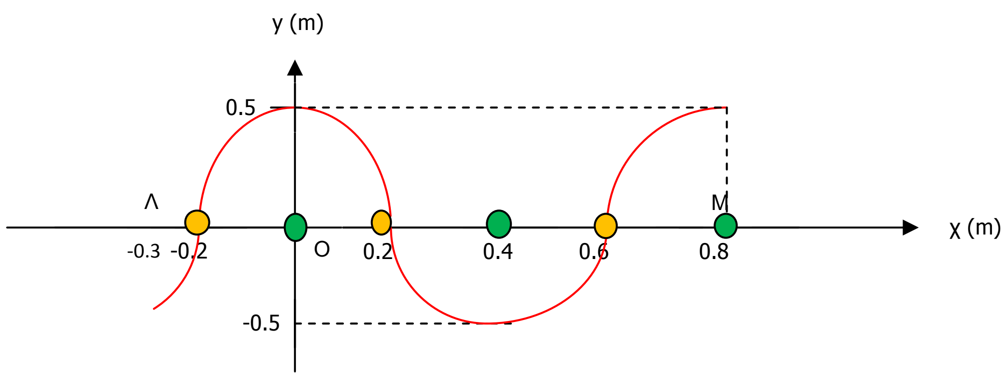
Για το σημείο O

Απομάκρυνση

Η απομάκρυνση του σημείου O τη χρονική στιγμή $t = 0.425s$ δίνεται από τη σχέση
$y_O = 0.5\sigma\upsilon\nu 2.5\pi 0\eta\mu 20\pi 0.425 \Rightarrow y_O = 0.5\sigma\upsilon\nu 0\eta\mu 8.5\pi \Rightarrow y_O = 0.5(+1)(+1) \Rightarrow \quad y_O = 0.5m$

Ταχύτητα

Η ταχύτητα του του σημείου O είναι $\upsilon_O = 0.5\times 20\pi\sigma\upsilon\nu 2.5\pi 0\sigma\upsilon\nu 20\pi 0.425 \Rightarrow$
$\upsilon_O = 0.5\times 20\pi\sigma\upsilon\nu 0\sigma\upsilon\nu 8.5\pi \Rightarrow \upsilon_O = 0$



2ος τρόπος

Η σχέση της χρονικής στιγμής $t = 0.425s$ με την περίοδο $T = 0.1s$ είναι $t = 4T + \frac{T}{4}$ επομένως

όλα τα σημεία (πλην των δεσμών που παραμένουν ακίνητα) θα βρίσκονται στις ακραίες τους θέσεις γιατί θα έχουν εκτελέσει τέσσερις πλήρεις ταλαντώσεις ($t = 4T$) και σε χρόνο $t = \frac{T}{4}$ θα έχουν μεταβεί από τη θέση ισορροπίας σε ακραία θέση

άρα με βάση τη θέση τους και τη φορά της κίνησής τους τη χρονική στιγμή $t = 0$ προκύπτουν

Για το σημείο Λ

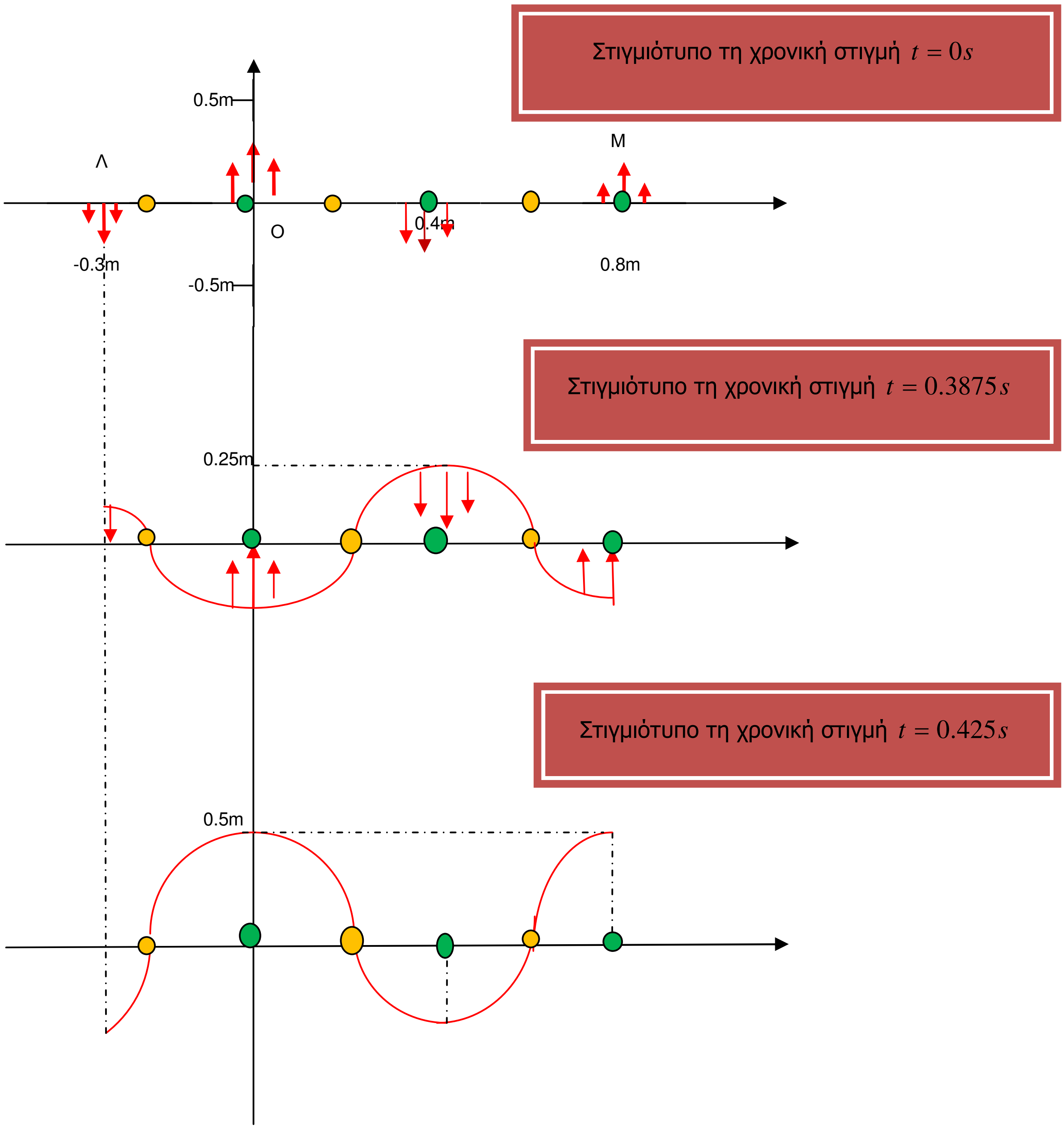
Κινείται προς τα κάτω άρα θα βρίσκεται στην ακραία του θέση προς τα κάτω

Για το σημείο M

Κινείται προς τα πάνω άρα θα βρίσκεται στην ακραία του θέση προς τα πάνω

Για το σημείο O

Κινείται προς τα πάνω άρα θα βρίσκεται στην ακραία του θέση προς τα πάνω



ΕΡΩΤΗΜΑ 5ο

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ ΑΝ ΕΙΝΑΙ ΔΕΣΜΟΣ Ή ΚΟΙΛΙΑ

Να εξετάσετε αν το σημείο $Z(x_z = +1.8m)$ είναι δεσμός ή κοιλία

Για το σημείο Z

$A'_Z = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_Z}{\lambda}| \Rightarrow A'_Z = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi \times 1.8}{0.8}| \Rightarrow A'_Z = |2A\sigma\upsilon\nu 4.5\pi| \Rightarrow A'_Z = 0$ δηλ. το σημείο Z είναι δεσμός

ΕΡΩΤΗΜΑ 6ο

ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να γράψετε τη χρονική εξίσωση ταλάντωσης του σημείου $K(x_K = +1.6m)$

$y_K = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_K}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow y_K = 0.5\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi 1.6}{0.8}\eta\mu 20\pi t \Rightarrow y_K = 0.5\sigma\upsilon\nu 4\pi\eta\mu 20\pi t \Rightarrow$

$y_K = 0.5\eta\mu 20\pi t$

ΕΡΩΤΗΜΑ 7ο

ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων O και Λ

Τα σημεία O και Λ είναι εκατέρωθεν δεσμού επομένως παρουσιάζουν διαφορά φάσης π rad

ΕΡΩΤΗΜΑ 8ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου $N(x_N = +\frac{13}{30}m)$ μια χρονική στιγμή που το σημείο O περνά από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα

Για το σημείο N

$A_N^{'} = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_N}{\lambda}| \Rightarrow A_N^{'} = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi \times \frac{13}{30}}{0.8}| \Rightarrow A_N^{'} = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{26\pi}{24}|$ δηλ. το σημείο N δεν είναι ούτε δεσμός ούτε κοιλία

Για το σημείο O

$A_O^{'} = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_O}{\lambda}| \Rightarrow A_O^{'} = |2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi \times 0}{0.8}| \Rightarrow A_O^{'} = |2A\sigma\upsilon\nu 0|$ $A_O^{'} = 2A$ δηλ. το σημείο O είναι κοιλία

Βρίσκουμε τον αριθμό των δεσμών που υπάρχει μεταξύ O και N: $x_O < x_{\delta\varepsilon\sigma\mu\acute{\omega}\nu} < x_N \Rightarrow x_O < (2N+1)\frac{\lambda}{4} < x_N \Rightarrow$

$0 < (2N+1)\frac{0.8}{4} < +\frac{13}{30} \Rightarrow 0 < 0.2(2N+1) < +\frac{13}{30} \Rightarrow 0 < 2N+1 < +\frac{13}{6} \Rightarrow -1 < 2N < +\frac{7}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} < N < +\frac{7}{6} \Rightarrow$

$-0.5 < N < +0.58 \Rightarrow N = 0$ δηλ. μεταξύ των σημείων O και N υπάρχει 1 δεσμός

επομένως όταν το σημείο O περνά από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα (προς τα πάνω) το σημείο N περνά από τη θέση ισορροπίας του με μέγιστη ταχύτητα αρνητική (προς τα κάτω) και επειδή $\upsilon_{O\max} = 2A\omega = 10\pi rad/s$ έχομε και $\upsilon_N = \upsilon_{O\max} = 10\pi rad/s$

Σημείωση

Τα μαθηματικά σύμβολα στην εύρεση του αριθμού των δεσμών προέκυψαν από τη μελέτη των σημείων O και N

Αν υπολογίζαμε τον αριθμό την κοιλιών που υπάρχουν μεταξύ O και N η σχέση θα γράφονταν

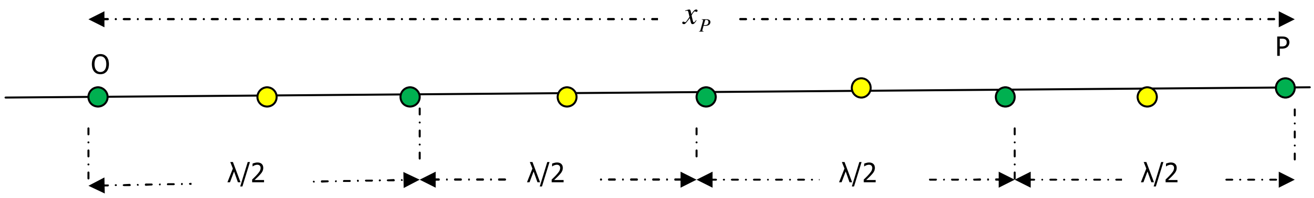
$x_O \leq x_{\kappa o\iota\lambda\iota\acute{\omega}\nu} < x_N$

ΕΡΩΤΗΜΑ 9ο

ΕΥΡΕΣΗ ΘΕΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να υπολογίσετε τη θέση σημείου P (το οποίο είναι κοιλία), αν γνωρίζουμε ότι μεταξύ O και P υπάρχουν 4 δεσμοί

Η απόσταση δίνεται από τη σχέση $x_P = N\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_P = 4\frac{0.8}{2} \Rightarrow x_P = 1.6m$



Με πράσινο χρώμα οι κοιλίες, με κίτρινο χρώμα οι δεσμοί

ΕΡΩΤΗΜΑ 10ο

ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης ενός σημείου $E \ (x_E = +1.9m)$

Ταχύτητα

$$\upsilon_E = 2A\omega\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \upsilon_E = 10\pi\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi 1.9}{0.8}\sigma\upsilon\nu 20\pi t \Rightarrow \upsilon_E = 10\pi\sigma\upsilon\nu 4.5\pi\sigma\upsilon\nu 20\pi t \Rightarrow$$

$$\upsilon_E = 10\pi\frac{\sqrt{2}}{2}\sigma\upsilon\nu 20\pi t \Rightarrow \upsilon_E = 5\pi\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu 20\pi t$$

Επιτάχυνση

$$a_E = -2A\omega^2\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow a_E = -200\pi^2\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi 1.9}{\lambda}\eta\mu 20\pi t \Rightarrow$$

$$a_E = -2000\sigma\upsilon\nu 4.5\pi\eta\mu 20\pi t \Rightarrow a_E = -2000\frac{\sqrt{2}}{2}\eta\mu 20\pi t \Rightarrow a_E = -1000\sqrt{2}\eta\mu 20\pi t$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 11ο

ΣΧΕΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΟΥ ΔΕΣΜΩΝ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Πόσο τοις $\%$ πρέπει να μεταβληθεί η συχνότητα των κυμάτων που συμβάλλουν ώστε μεταξύ των σημείων O και M να δημιουργηθεί διπλάσιος αριθμός δεσμών (τα σημεία O και M παραμένουν ως έχουν)

Μεταξύ O και M έχομε αριθμό δεσμών: $x_O < x_{δεσμών} < x_M \Rightarrow \; x_O < (2N+1)\dfrac{\lambda}{4} < x_M \Rightarrow$

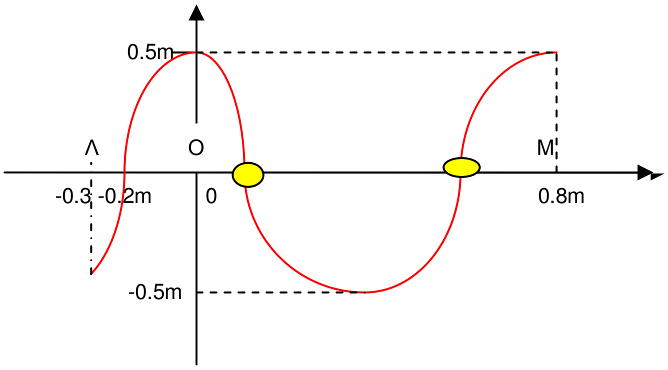
$$0 < (2N+1)\frac{0.8}{4} < +0.8 \Rightarrow \; 0 < 0.2(2N+1) < +0.8 \Rightarrow \; 0 < 2N+1 < +4 \Rightarrow -1 < 2N < +3 \Rightarrow \; -\frac{1}{2} < N < +\frac{3}{2} \Rightarrow$$

$-0.5 < N < +1.5 \Rightarrow \; N = 0{,}1$ δηλ. μεταξύ των σημείων O και M υπάρχουν 2 δεσμοί

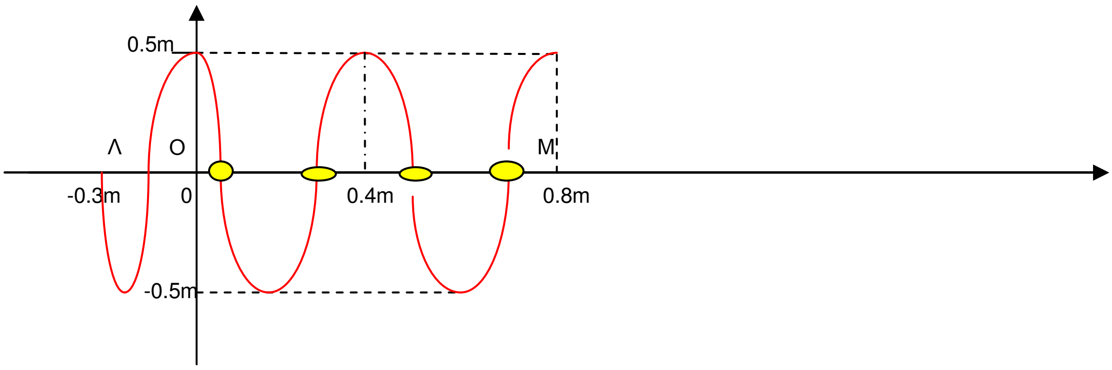
Μετά τη μεταβολή της συχνότητας οι δεσμοί θα είναι 4. Τα σημεία O και M παραμένουν κοιλίες. Η απόσταση $OM = 0.8m$ εκφράζεται τώρα με τη σχέση $OM = 4\dfrac{\lambda'}{2} \Rightarrow \; 4\dfrac{\lambda'}{2} = 0.8 \Rightarrow \lambda' = 0.4\text{m}$ επομένως και η καινούργια συχνότητα είναι $\upsilon = \lambda' f' \Rightarrow f' = \dfrac{\upsilon}{\lambda'} \Rightarrow f' = \dfrac{8}{0.4} = 20Hz$ άρα έχομε μεταβολή

$$\frac{f - f'}{f}100\% = \frac{10 - 20}{10}100\% = -100\%$$

ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΜΕ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ



ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΑΛΛΑΓΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ



ΤΕΛΟΣ