ΤΕΤΑΡΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι κίνηση
α. ευθύγραμμη ομαλή.
β. ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη.
γ. ομαλή κυκλική.
δ. ευθύγραμμη περιοδική.

2. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του είναι
α. ανάλογη του χρόνου.
β. αρμονική συνάρτηση του χρόνου.
γ. ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.
δ. ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς.

3. Η ταχύτητα υ σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι μέγιστη κατά μέτρο στη θέση $x = 0$.
β. έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x.
γ. είναι μέγιστη στις θέσεις $x = \pm x_0$.
δ. έχει την ίδια φάση με τη δύναμη επαναφοράς.

4. Η επιτάχυνση α σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι σταθερή.
β. είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης x.
γ. έχει την ίδια φάση με την ταχύτητα.
δ. γίνεται μέγιστη στη θέση $x = 0$.

5. Η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί σε σημειακό αντικείμενο το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι σταθερή.
β. έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x.
γ. είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης.
δ. είναι ανάλογη της ταχύτητας υ.

6. Η φάση της απομάκρυνσης στην απλή αρμονική ταλάντωση
α. αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο.
β. είναι σταθερή.
γ. ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο.
δ. είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.

7. Η διαφορά φάσης $\Delta\varphi = \varphi_\upsilon - \varphi_x$ μεταξύ ταχύτητας υ και απομάκρυνσης x στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι

α. $-\frac{\pi}{2}$ **γ.** $\frac{\pi}{2}$

β. π **δ.** 0

8. Η διαφορά φάσης $\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_\alpha$ μεταξύ απομάκρυνσης x και επιτάχυνσης α στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι

α. 0 **γ.** $\frac{\pi}{2}$

β. $-\frac{\pi}{2}$ **δ.** $-\pi$

9. Η διαφορά φάσης $\Delta\varphi = \varphi_\alpha - \varphi_\upsilon$ μεταξύ επιτάχυνσης α και ταχύτητας υ στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι

α. $-\frac{\pi}{2}$ **γ.** 0

β. $\frac{\pi}{2}$ **δ.** $\frac{3\pi}{2}$

10. Σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτελεί ελεύθερη αμείωτη ταλάντωση. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι

α. $\nu = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ **γ.** $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

β. $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$ **δ.** $\nu = 2\pi\sqrt{k \cdot m}$

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ **11.** Η περίοδος της ταλάντωσης απλού εκκρεμούς όταν η μέγιστη γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη είναι μικρή,
α. εξαρτάται από τη μάζα του σφαιριδίου.
β. είναι ανάλογη προς την πυκνότητα του υλικού του σφαιριδίου.
γ. είναι ανάλογη του πλάτους ταλάντωσης.
δ. διπλασιάζεται αν τετραπλασιαστεί το μήκος του νήματος.

12. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η δυναμική του ενέργεια
α. έχει τη μέγιστη τιμή της στη θέση ισορροπίας.
β. είναι ίση με την ολική του ενέργεια στις θέσεις $x = \pm x_0$.
γ. έχει πάντοτε μεγαλύτερη τιμή από την κινητική του ενέργεια.
δ. έχει αρνητική τιμή στις θέσεις $-x_0 \le x \le 0$.

13. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η κινητική του ενέργεια
α. στη θέση x = 0 είναι ίση με την ολική του ενέργεια.
β. είναι πάντοτε μεγαλύτερη από τη δυναμική του ενέργεια.
γ. εξαρτάται από την κατεύθυνση της κίνησης της μάζας m.
δ. παίρνει μηδενική τιμή μια φορά στη διάρκεια μιας περιόδου.

14. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η ολική του ενέργεια
α. μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.
β. είναι πάντοτε μικρότερη από τη δυναμική του ενέργεια.
γ. είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.
δ. καθορίζει το πλάτος της ταλάντωσης x_0 και τη μέγιστη ταχύτητα υ_0.

15. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή στη διάρκεια μιας περιόδου
α. η δυναμική του ενέργεια παίρνει τη μέγιστη τιμή της μόνο μια φορά.
β. η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με την κινητική του μόνο μια φορά.
γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.
δ. η κινητική του ενέργεια παίρνει τη μέγιστη τιμή της μόνο μια φορά.

16. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$, με b = σταθερό, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για Λ > 0)
α. $\alpha = \alpha_0 - bt$
β. $\alpha = \alpha_0 e^{\Lambda t}$
γ. $\alpha = \alpha_0 e^{-\Lambda t}$
δ. $\alpha = \dfrac{\alpha_0}{\Lambda t}$

17. Σε αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$. Όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης b, η περίοδος της ταλάντωσης
α. αυξάνεται.
β. ελαττώνεται.
γ. μένει σταθερή.
δ. αυξάνεται μέχρι να αποκτήσει ορισμένη τιμή και κατόπιν ελαττώνεται.

18. Το πλάτος φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $\alpha = \alpha_0 e^{-\Lambda t}$. Στην εξίσωση αυτή ο χρόνος t παίρνει

α. οποιαδήποτε τιμή.
β. τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου Τ.
γ. μόνο τιμές που είναι άρτια πολλαπλάσια της περιόδου Τ.
δ. μόνο τιμές που είναι περιττά πολλαπλάσια της περιόδου Τ.

19. Σε σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργούν δύναμη αντίστασης $F_1 = -b\upsilon$ και περιοδική δύναμη $F = F_0 \eta\mu\omega t$ με ω που μπορεί να μεταβάλλεται. Τότε

α. το σύστημα ταλαντώνεται με την ιδιοσυχνότητά* του ν_0.
β. το πλάτος ταλάντωσης είναι ανεξάρτητο της κυκλικής συχνότητας ω.
γ. η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος είναι ίση με τη συχνότητα της περιοδικής δύναμης.
δ. όταν αυξάνεται η συχνότητα της περιοδικής δύναμης, το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνει πάντοτε.

20. Η ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή εξαρτάται

α. από το πλάτος της ταλάντωσης.
β. από τη σταθερά απόσβεσης.
γ. από την αρχική φάση.
δ. από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

21. Συντονισμό ονομάζουμε την κατάσταση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή, στην οποία

α. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με την κινητική.
β. η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι διπλάσια από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
γ. η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι περίπου ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
δ. το πλάτος της ταλάντωσης είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

*Σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο ιδιοσυχνότητα είναι η συχνότητα της ελεύθερης αμείωτης ταλάντωσης.

Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα Σ αν τη κρίνετε σωστή ή το γράμμα Λ αν την κρίνετε λανθασμένη.

1. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη περιοδική κίνηση.

2. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη κίνηση, ομαλά μεταβαλλόμενη.

3. Η απομάκρυνση σημειακού αντικειμένου από τη θέση ισορροπίας του, όταν εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

4. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του και η επιτάχυνσή του α συνδέονται με την εξίσωση $\alpha = -\omega^2 x$.

5. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η φάση της απομάκρυνσης x προηγείται της φάσης της ταχύτητας υ κατά $\frac{\pi}{2}$.

6. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η δύναμη F και η απομάκρυνση x είναι μεγέθη συμφασικά.

7. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η φάση της απομάκρυνσης x καθυστερεί της φάσης της επιτάχυνσης α κατά π.

8. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η φάση της ταχύτητας υ προηγείται της φάσης της επιτάχυνσης α κατά $\frac{\pi}{2}$.

9. Όταν σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ισχύει η συνθήκη $\Sigma F_x = -Dx$

10. Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς D σχετίζεται με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος που ταλαντώνεται.

11. Η σταθερά επαναφοράς δεν επηρεάζει την περίοδο του ταλαντευόμενου συστήματος.

12. Στην απλή αρμονική ταλάντωση το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο στη θέση $x = 0$.

13. Στην απλή αρμονική ταλάντωση το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ελάχιστο στις θέσεις $x = \pm x_0$.

14. Στην απλή αρμονική ταλάντωση τα διανύσματα $\vec{\upsilon}$ και $\vec{\alpha}$ είναι πάντα αντίρροπα.

15. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ και η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ είναι διανύσματα συγγραμμικά και ομόρροπα.

16. Η ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος μάζας - ελατηρίου δίνεται από την εξίσωση $\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ **17.** Η περίοδος του απλού εκκρεμούς εξαρτάται από τη μάζα του σφαιριδίου.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ **18.** Η περίοδος του απλού εκκρεμούς, σε ορισμένο τόπο, διπλασιάζεται αν διπλασιάσουμε το μήκος του νήματος.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ **19.** Η περίοδος του απλού εκκρεμούς δεν εξαρτάται από τη φύση του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένο το σφαιρίδιο.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ **20.** Αν η μέγιστη γωνία φ που σχηματίζει το νήμα του απλού εκκρεμούς με την κατακόρυφη είναι μικρή (φ έως 3^o), τότε η περίοδος του εκκρεμούς είναι ανεξάρτητη της γωνίας φ.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ **21.** Απλό εκκρεμές ταλαντώνεται σε τόπο του Ισημερινού της Γης με περίοδο T_0. Αν το ίδιο εκκρεμές μεταφερθεί στο Βόρειο Πόλο της Γης, θα ταλαντώνεται με περίοδο $T > T_0$.

22. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή καθορίζει τη μέγιστη ταχύτητα υ_0 και το πλάτος της ταλάντωσης x_0.

23. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με την κινητική του ενέργεια στη θέση $x = 0$.

24. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με τη δυναμική του ενέργεια στις θέσεις $x = \pm x_0$.

25. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.

26. Στη διάρκεια μιας περιόδου η δυναμική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια μόνο μια φορά.

27. Στη διάρκεια μιας περιόδου η δυναμική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι συνεχώς μικρότερη από την ολική του ενέργεια.

28. Στη διάρκεια μιας περιόδου η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι συνεχώς μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.

29. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή έχουμε περιοδική μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική και αντιστρόφως.

30. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή η μέγιστη τιμή της κινητικής του ενέργειας είναι $E_{K,\,max} = \frac{1}{2}kx_0^{\,2}$.

31. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή η μέγιστη τιμή της δυναμικής του ενέργειας είναι $E_{\Delta,\,max} = \frac{1}{2}m\upsilon_0^{\,2}$.

32. Ελεύθερη ταλάντωση εκτελεί ένας ταλαντωτής όταν του δοθεί μια φορά ενέργεια και κατόπιν αφεθεί ελεύθερος.

33. Το πλάτος της ελεύθερης ταλάντωσης ενός ταλαντωτή διατηρείται πάντα σταθερό.

34. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$, το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο.

35. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$, τότε η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

36. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$, με μεγάλη σταθερά απόσβεσης, η κίνηση γίνεται απεριοδική.

37. Στη φθίνουσα αρμονική ταλάντωση ο ρυθμός με τον οποίο ελαττώνεται το πλάτος δεν εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.

38. Στις κρεμαστές γέφυρες επιδιώκεται η απόσβεση των ταλαντώσεων να είναι ελάχιστη.

39. Το πλάτος φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $\alpha = \alpha_0 e^{-\Lambda t}$, αν η δύναμη αντίστασης είναι της μορφής F = – bυ.

40. Στην εξίσωση $\alpha = \alpha_0 e^{-\Lambda t}$ που δίνει τη μεταβολή του πλάτους φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης με το χρόνο, ο χρόνος t παίρνει οποιαδήποτε τιμή.

41. Στην εξίσωση $\alpha = \alpha_0 e^{-\Lambda t}$ που δίνει τη μεταβολή του πλάτους φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης με το χρόνο, ο χρόνος t παίρνει τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου T.

42. Η διάσπαση των ραδιενεργών πυρήνων ακολουθεί το νόμο της εκθετικής μείωσης.

43. Χρόνος ημίσειας ζωής μιας ποσότητας που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο ονομάζεται ο χρόνος που απαιτείται για να ελαττωθεί η ποσότητα αυτή στο $\frac{1}{\sqrt{2}}$ της αρχικής της τιμής.

44. Εξαναγκασμένη ταλάντωση ονομάζεται η ταλάντωση που εκτελεί ένας ταλαντωτής, όταν ενεργεί σ' αυτόν εκτός από τη δύναμη επαναφοράς και μια περιοδική δύναμη.

45. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητά του.

46. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

47. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

48. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος μάζας - ελατηρίου είναι ίση με $\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$.

49. Η κατάσταση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή στην οποία η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι διπλάσια από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή, ονομάζεται συντονισμός.

50. Η συχνότητα $\nu_{\varepsilon\xi}$ της διεγείρουσας δύναμης γύρω από την οποία παρουσιάζεται μεγιστοποίηση του πλάτους της εξαναγκασμένης ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή, διαφέρει λίγο από την ιδιοσυχνότητά του ν_0, αν η απόσβεση είναι μικρή.

51. Κατά το συντονισμό η απορρόφηση της ενέργειας που προσφέρεται από την εξωτερική διέγερση γίνεται μέγιστη.

52. Όταν η απόσβεση είναι πολύ μεγάλη, το φαινόμενο του συντονισμού δεν παρατηρείται ή γίνεται ελάχιστα αντιληπτό.

53. Για να διατηρείται σταθερό το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης πρέπει ο ρυθμός με τον οποίο το σύστημα απορροφάει ενέργεια να είναι διπλάσιος του ρυθμού με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σύστημα.

54. Κατά το συντονισμό όταν η σταθερά απόσβεσης είναι $b = 0$, το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται θεωρητικά άπειρο.

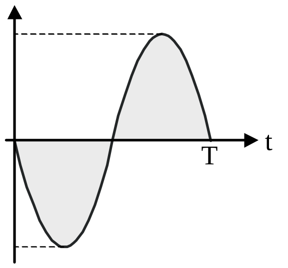
Ερωτήσεις αντιστοίχησης

Οδηγία: *Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και τα κατάλληλα ζεύγη γραμμάτων - αριθμών.*

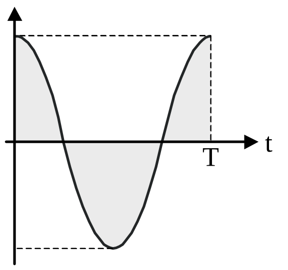
1. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = x_0 ημωt$.

Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς.

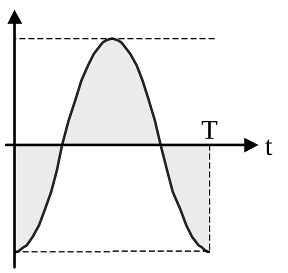
Α. x

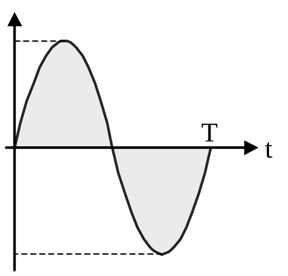
1.


Β. υ

2.


Γ. α

3.


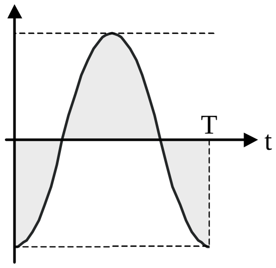
4.


2. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = x_0 \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$.

Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς.

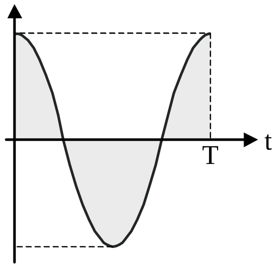
A. x

1.



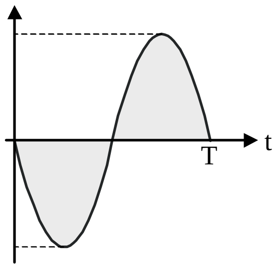
B. υ

2.

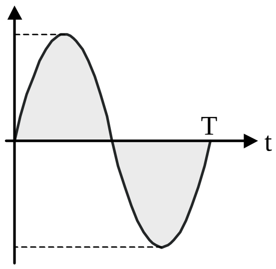


Γ. F

3.



4.



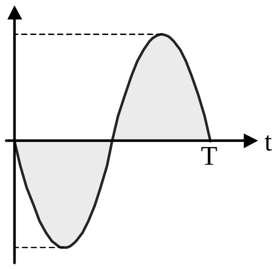
3. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $F = F_0 ημωt$.
Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς.

Α. F

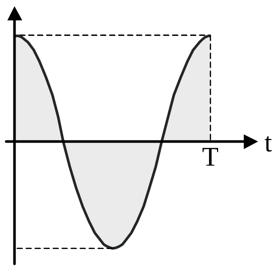
Β. x

Γ. υ

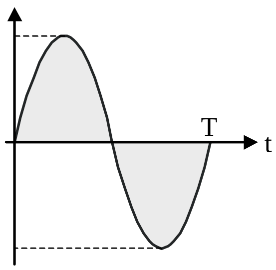
1.



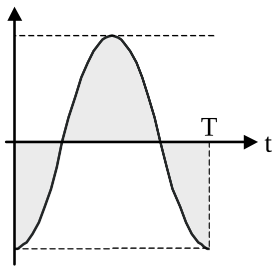
2.



3.



4.

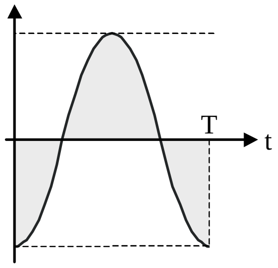


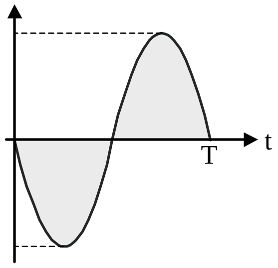
4. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η ταχύτητά του μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $\upsilon = \upsilon_0 \eta\mu\omega t$. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς.

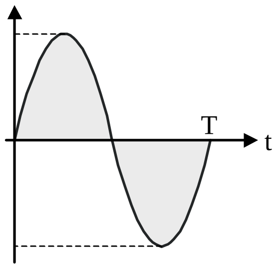
Α. υ

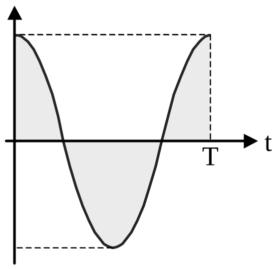
Β. x

Γ. α

1.


2.


3.


4.


5. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνσή του x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = x_0 ημ\left(ωt + \frac{π}{2}\right)$.

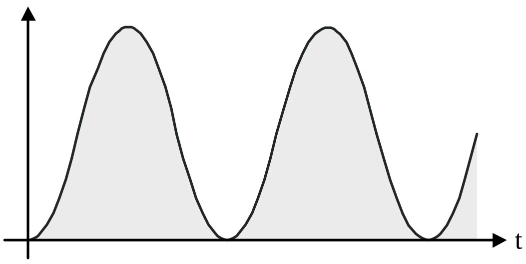
Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς.

Α. $E_Δ$

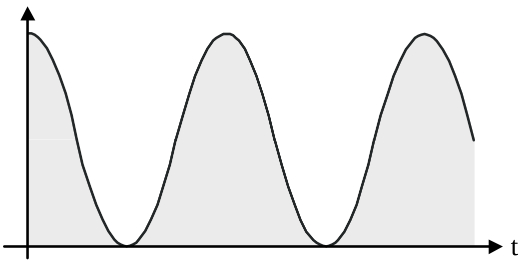
Β. E_K

Γ. $E_{ολ}$

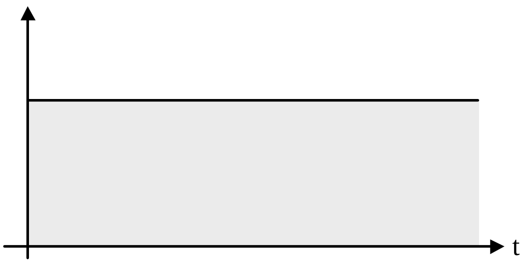
1.



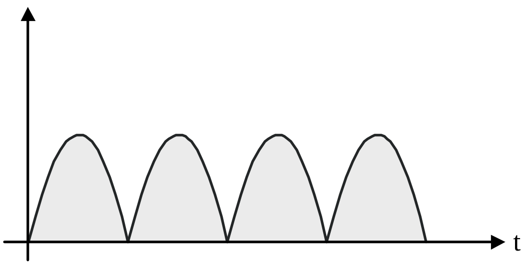
2.



3.

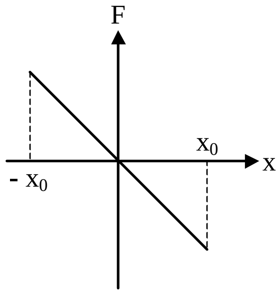


4.

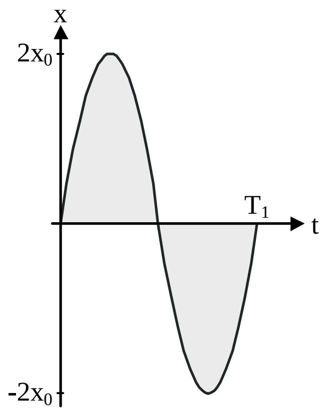


6. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η δύναμη επαναφοράς μεταβάλλεται με την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα Α και Β. Για κάθε γραφική παράσταση F - x της αριστερής στήλης να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση x - t της δεξιάς στήλης.

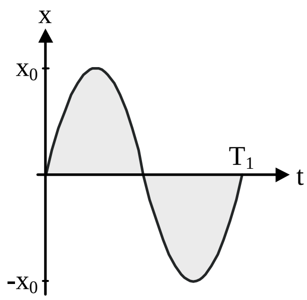
A.



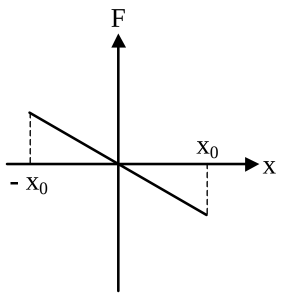
1.



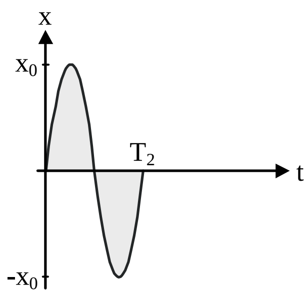
2.



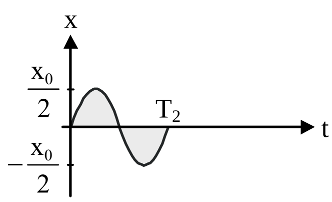
B.



3.

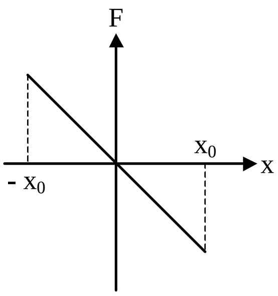


4.

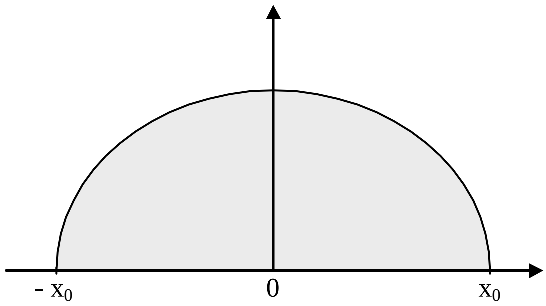


7. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η δύναμη επαναφοράς μεταβάλλεται με την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα Α και Β. Για κάθε γραφική παράσταση F - x της αριστερής στήλης να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση E_{Δ} - x της δεξιάς στήλης.

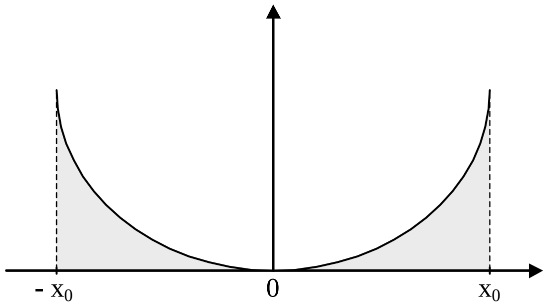
A.



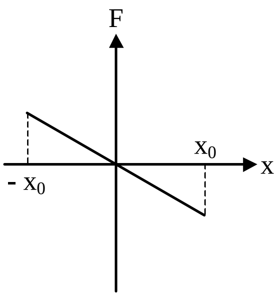
1.



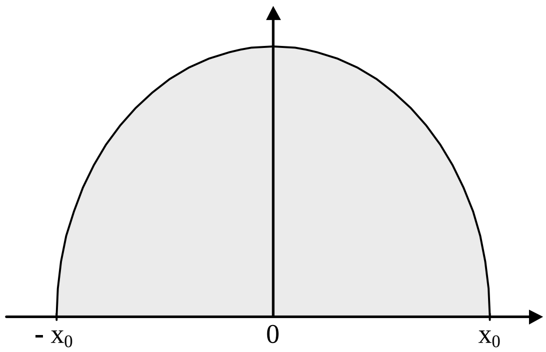
2.



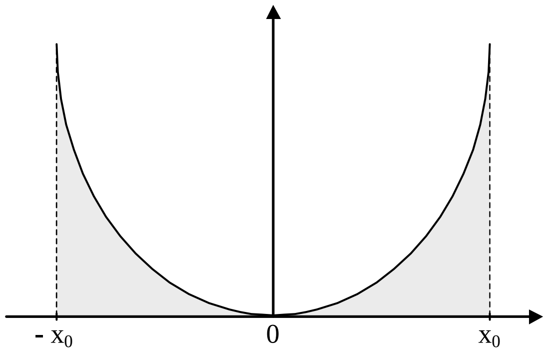
B.



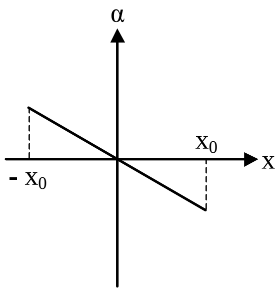
3.



4.

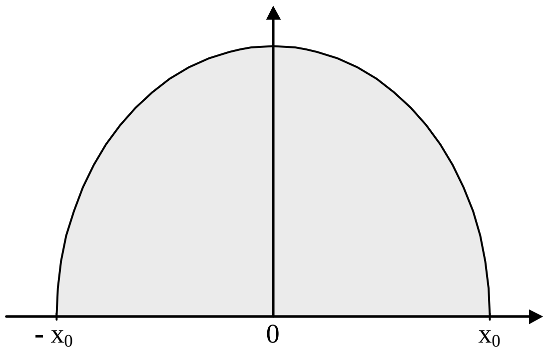


8. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η επιτάχυνση μεταβάλλεται για την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα A και B. Για κάθε γραφική παράσταση α - x της αριστερής στήλης να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση E_K - x της δεξιάς στήλης.

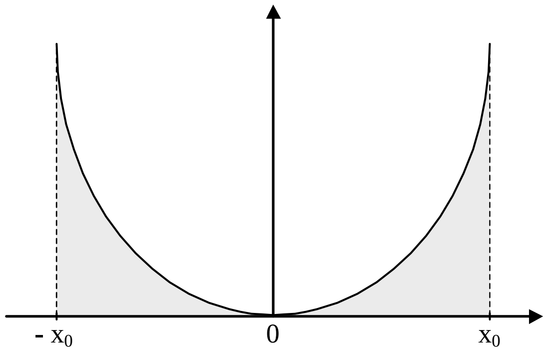


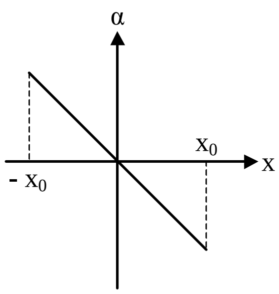
A.

1.



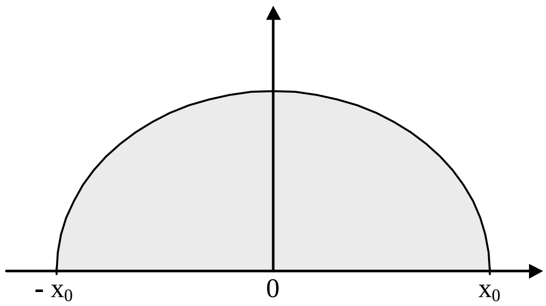
2.



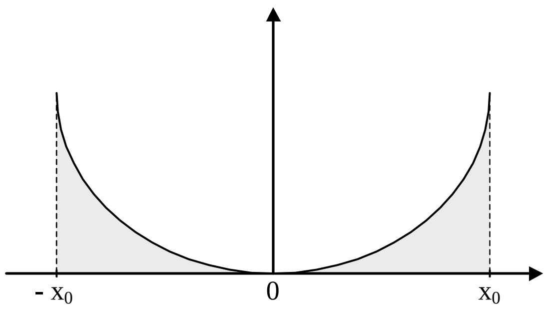


B.

3.



4.



9. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα στοιχεία της δεξιάς.

Α. υ_0	**1.** $x = \pm x_0$
Β. α_0	**2.** $x = 0$
Γ. $E_\Delta = E_K$	**3.** $x = \pm \frac{x_0}{2}$
	4. $x = \pm \frac{x_0 \sqrt{2}}{2}$

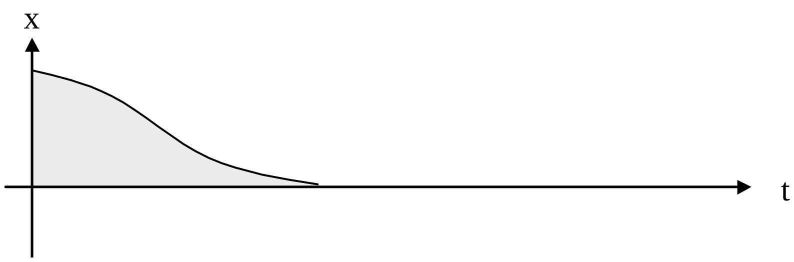
10. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς στήλης.

Α. Αμείωτη αρμονική ταλάντωση

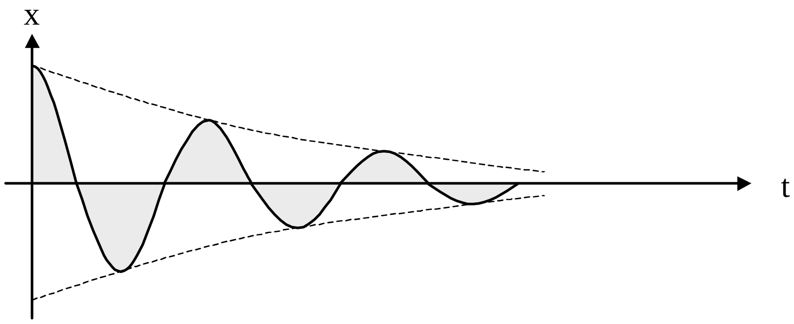
Β. Φθίνουσα αρμονική ταλάντωση με μικρή απόσβεση

Γ. Φθίνουσα αρμονική ταλάντωση με μεσαία απόσβεση

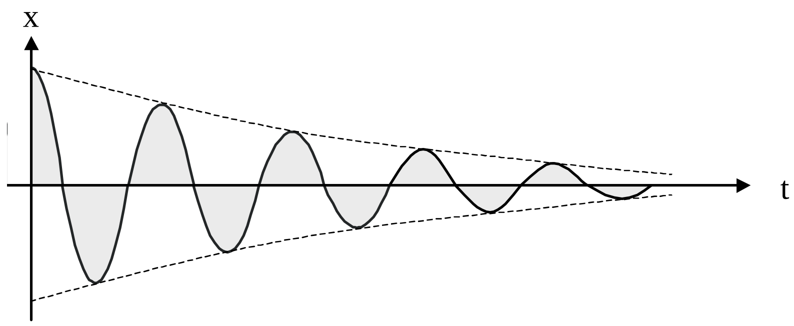
1.



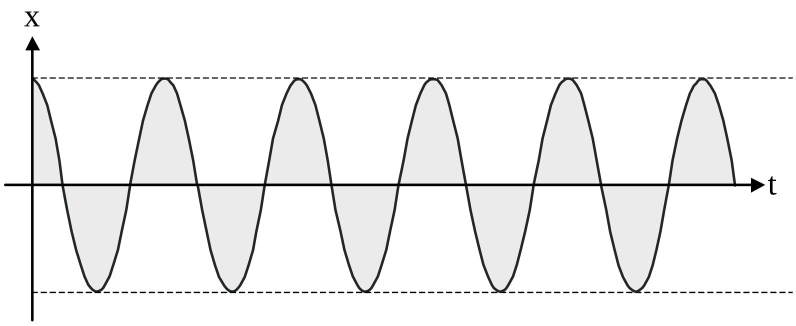
2.



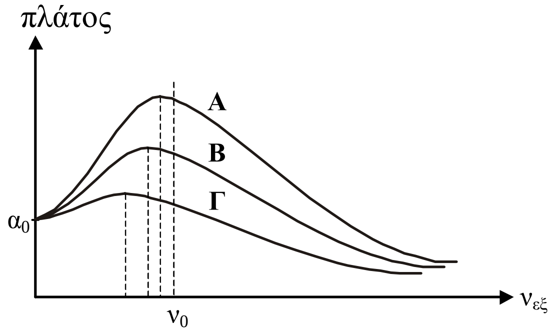
3.



4.



11. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση του πλάτους εξαναγκασμένης ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη για διάφορες τιμές του συντελεστή απόσβεσης.
Να αντιστοιχίσετε στις καμπύλες συντονισμού τις τιμές του συντελεστή απόσβεσης της δεξιάς στήλης.



1. $b_1 = 0$

2. $b_2 = 4 \cdot 10^{-3}\,N \cdot \frac{s}{m}$

3. $b_3 = 5 \cdot 10^{-3}\,N \cdot \frac{s}{m}$

4. $b_4 = 3 \cdot 10^{-3}\,N \cdot \frac{s}{m}$

Ερωτήσεις ανοικτού τύπου

1. Ποια κίνηση λέγεται περιοδική; Να αναφέρετε τρία παραδείγματα περιοδικών κινήσεων.

2. Ποια κίνηση ονομάζεται ταλάντωση; Να αναφέρετε δύο παραδείγματα.

3. Ποια κίνηση ονομάζεται
i) γραμμική ταλάντωση;
ii) απλή αρμονική ταλάντωση;
Να αναφέρετε ένα σύστημα που θα μπορούσε να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

4. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ περνάει από τη θέση x = 0 κινούμενο κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις x = f (t), υ = f (t), α = f (t), F = f (t).
β. Να κατασκευάσετε τα διαγράμματα των παραπάνω εξισώσεων.

5. Τι ονομάζουμε φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης; Να παραστήσετε γραφικά τη μεταβολή της φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

6. Τι σημαίνει ο όρος «αρχική φάση»; Πώς γράφονται οι εξισώσεις x = f (t), υ = f (t), α = f (t) της απλής αρμονικής ταλάντωσης όταν υπάρχει αρχική φάση;

7. Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ
i) απομάκρυνσης - ταχύτητας,
ii) απομάκρυνσης - επιτάχυνσης,
iii) ταχύτητας - επιτάχυνσης,
ενός υλικού σημείου που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση;

8. Ποια είναι η αναγκαία και ικανή συνθήκη ώστε ένα σημειακό αντικείμενο το οποίο απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας του να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση;

9. Τι ονομάζουμε σταθερά επαναφοράς; Από τι εξαρτάται και τι εκφράζει;

10. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίου με κατάλληλη διέγερση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ **11.** **α.** Να δείξετε ότι το απλό εκκρεμές με ορισμένες προϋποθέσεις μπορεί να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T.
β. Τι ονομάζουμε απλό αρμονικό ταλαντωτή; Να αναφέρετε ένα παράδειγμα.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

12. Ποια διάταξη ονομάζουμε απλό εκκρεμές;

13. **α.** Τι ονομάζουμε ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή;
β. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή με ορισμένη ολική ενέργεια να υπολογίσετε σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x τη δυναμική, την κινητική και την ολική του ενέργεια. Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $E_{\Delta} = f(x)$, $E_{K} = f(x)$, και $E_{ολ} = f(x)$ σε κοινό διάγραμμα.

14. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή με ορισμένη ολική ενέργεια να υπολογίσετε σε συνάρτηση με το χρόνο t τη δυναμική, την κινητική και την ολική του ενέργεια. Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $E_{\Delta} = f\ (t)$, $E_{K} = f\ (t)$, $E_{ολ} = f\ (t)$ σε κοινό διάγραμμα.

15. Ποια ταλάντωση ονομάζεται
α. ελεύθερη;
β. αμείωτη;
γ. φθίνουσα;

16. **α.** Πως μπορούμε πειραματικά να μελετήσουμε τη φθίνουσα αρμονική ταλάντωση;
β. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την απομάκρυνση x του ταλαντωτή που εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση για διάφορες τιμές του συντελεστή απόσβεσης.
γ. Ποια συμπεράσματα προκύπτουν από τη μελέτη των παραπάνω καμπυλών;

17. Ποιο τεχνικό ενδιαφέρον παρουσιάζει ο ρυθμός με τον οποίο φθίνουν οι ταλαντώσεις;

18. Να αποδώσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο το πλάτος φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης. Ποιο συμπέρασμα προκύπτει από αυτή τη γραφική παράσταση;

19. Να αναφέρετε παραδείγματα μεγεθών που μειώνονται εκθετικά με το χρόνο.

20. Τι ονομάζεται χρόνος ημίσειας ζωής ενός μεγέθους που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο; Να βρείτε το χρόνο ημίσειας ζωής κατά τη διάσπαση ραδιενεργών πυρήνων.

21. **α.** Ποια ταλάντωση ονομάζεται εξαναγκασμένη;
β. Τι ονομάζουμε ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή; Από τι εξαρτάται; Ποια είναι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος μάζας - ελατηρίου;

22. **α.** Πότε ένας ταλαντωτής που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού;
β. Ποια είναι η επίδραση της απόσβεσης στο συντονισμό;

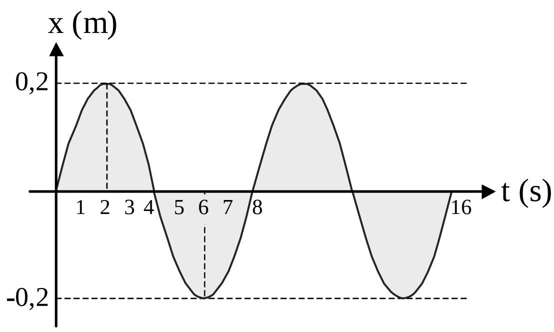
23. **α.** Που οφείλεται η μεγιστοποίηση του πλάτους κατά το συντονισμό;
β. Τι πληροφορίες μπορούμε να πάρουμε από ένα σύστημα το οποίο βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού;

24. **α.** Πως μπορούμε πειραματικά να μελετήσουμε την εξαναγκασμένη ταλάντωση του συστήματος μάζας - ελατηρίου;
β. Να παραστήσετε γραφικά το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη για διάφορες τιμές της σταθεράς απόσβεσης. Ποια συμπεράσματα προκύπτουν από τη μελέτη αυτών των καμπυλών;

25. Ένας λόχος στρατιωτών βαδίζει με «βήμα». Όταν πρόκειται να περάσει μια γέφυρα, ο λοχαγός διατάζει τους στρατιώτες να βαδίσουν ελεύθερα. Γιατί;

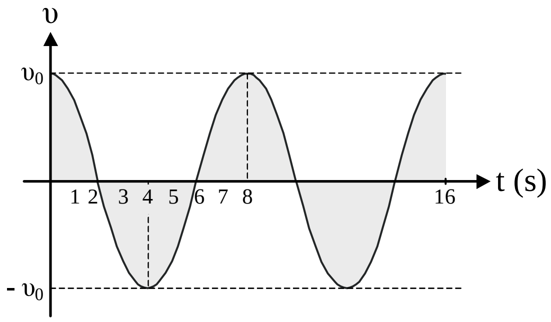
26. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η εξίσωση της απομάκρυνσης x από τη θέση ισορροπίας του είναι $x = x_0 ημ(ωt + φ_0)$.
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε και γιατί;
α. Για τη συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο αντικείμενο ισχύει η σχέση $F = -mω^2 x$.
β. Η φάση της ταχύτητας υ προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά $\frac{π}{2}$.
γ. Η φάση της επιτάχυνσης α προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά π.
δ. Η ταχύτητα υ και η δύναμη F είναι μεγέθη συμφασικά.

27. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο σχήμα. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



α. Το μέτρο της ταχύτητας έχει τη μέγιστη τιμή του τις χρονικές στιγμές 0, 4 s και 8 s.
β. Το μέτρο της επιτάχυνσης έχει τη μέγιστη τιμή του τις χρονικές στιγμές 2 s και 6 s.
γ. Τη χρονική στιγμή t = 4 s το μέτρο της επιτάχυνσης είναι $α = \frac{α_0}{2}$.
δ. Τη χρονική στιγμή 7 s το μέτρο της ταχύτητας είναι μικρότερο από το μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή 2s.

28. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο σχήμα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές, ποιες είναι λανθασμένες και γιατί;



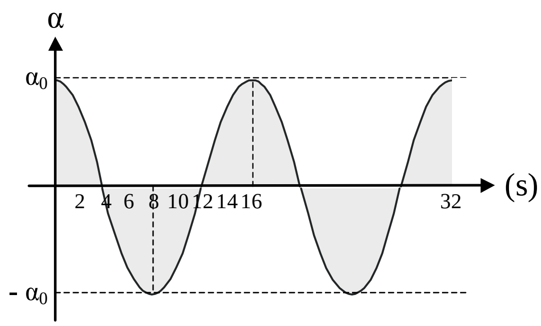
α. Τις χρονικές στιγμές 0, 4 s και 8 s το αντικείμενο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του.

β. Τις χρονικές στιγμές 2 s και 6 s το μέτρο της επιτάχυνσης είναι μέγιστο.

γ. Στο χρονικό διάστημα από 6 s μέχρι 8 s τα διανύσματα $\vec{υ}$ και $\vec{F}$ (συνισταμένη δύναμη) είναι συγγραμμικά και ομόρροπα.

δ. Στο χρονικό διάστημα 0 μέχρι 2 s το αντικείμενο κινείται προς τη θέση ισορροπίας του.

29. Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο σχήμα.



Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

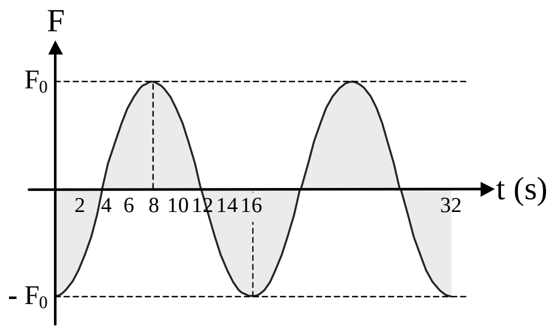
α. Τις χρονικές στιγμές 0, 8 s και 16 s η ταχύτητα του αντικειμένου είναι ίση με μηδέν.

β. Τη χρονική στιγμή t = 14 s το αντικείμενο κινείται προς τη θέση ισορροπίας του.

γ. Τις χρονικές στιγμές 4 s και 12 s το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου έχει τη μέγιστη τιμή του.

δ. Η ταχύτητα του αντικειμένου κάθε χρονική στιγμή καθορίζεται από την εξίσωση $υ = υ_0 ημ(ωt + π)$.

30. Η γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο σχήμα.



Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

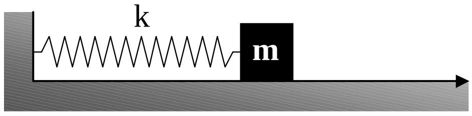
α. Τις χρονικές στιγμές 0, 8 s και 16 s η ταχύτητα του αντικειμένου είναι ίση με μηδέν.

β. Τη χρονική στιγμή t = 6 s το αντικείμενο κινείται προς τη θέση ισορροπίας του.

γ. Τις χρονικές στιγμές 4 s και 12 s το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου έχει τη μέγιστη τιμή του.

δ. Η απομάκρυνση x του αντικειμένου από τη θέση ισορροπίας του κάθε χρονική στιγμή καθορίζεται από την εξίσωση $x = x_0 ημωt$.

31. Το σύστημα μάζας - ελατηρίου του σχήματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους x_0. Τη χρονική στιγμή t = 0 η μάζα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της κινούμενη προς την αρνητική κατεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x της μάζας από τη θέση ισορροπίας της είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



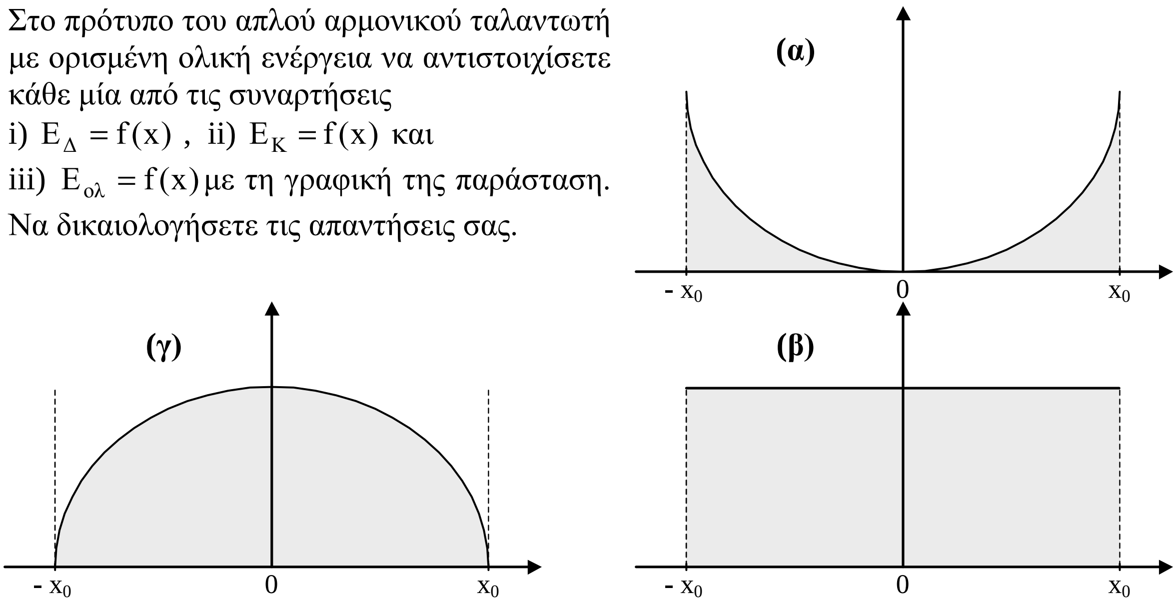
α. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$ η επιτάχυνση έχει αλγεβρική τιμή $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$.

β. Η ταχύτητα της μάζας καθορίζεται κάθε στιγμή από την εξίσωση $\upsilon = \upsilon_0$συνωt.

γ. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{8}$ η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι ίση με την κινητική του.

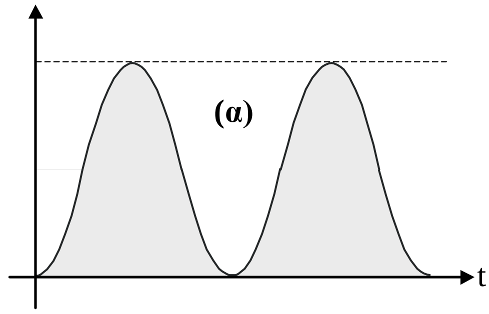
δ. Η περίοδος της ταλάντωσης του συστήματος δίνεται από την εξίσωση $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

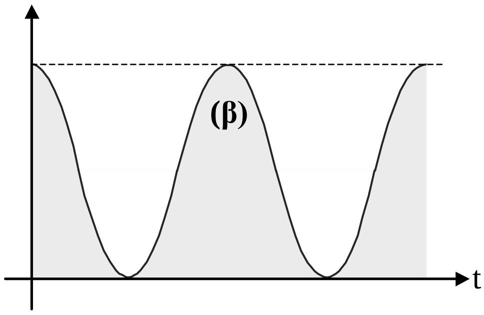
32. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή με ορισμένη ολική ενέργεια να αντιστοιχίσετε κάθε μία από τις συναρτήσεις
i) $E_\Delta = f(x)$, ii) $E_K = f(x)$ και
iii) $E_{ολ} = f(x)$ με τη γραφική της παράσταση.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

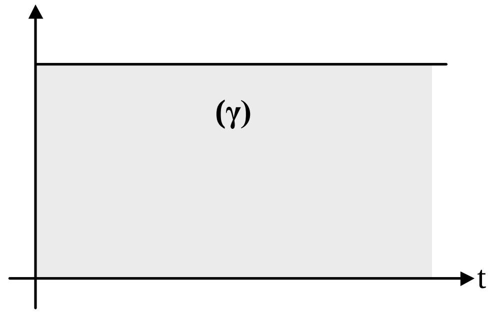


33. Απλός αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί ταλάντωση πλάτους x_0. Αν το πλάτος ταλάντωσης διπλασιαστεί, τότε
α. η περίοδος ταλάντωσης διπλασιάζεται.
β. το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς διπλασιάζεται.
γ. η ολική ενέργεια του συστήματος τετραπλασιάζεται.
δ. το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας τετραπλασιάζεται.
Με ποιο ή ποια από τα παραπάνω συμφωνείτε και γιατί;

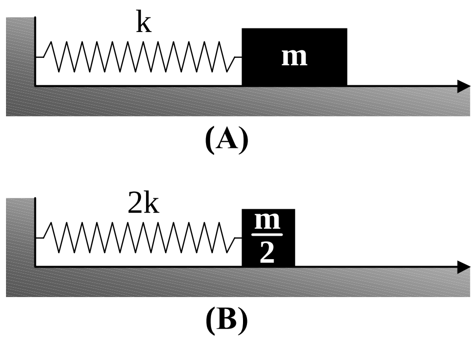
34. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή με ορισμένη ολική ενέργεια η απομάκρυνση της μάζας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την εξίσωση $x = x_0 ημ\left(ωt + \frac{π}{2}\right)$. Να αντιστοιχίσετε κάθε μια από τις συναρτήσεις
i) $E_Δ = f(t)$, ii) $E_K = f(t)$ και iii) $E_{ολ} = f(t)$
με τη γραφική της παράσταση. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



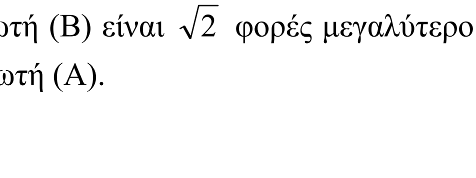




35. Στους δύο απλούς αρμονικούς ταλαντωτές (Α) και (Β) δίνουμε την ίδια ολική ενέργεια. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
α. Οι ταλαντωτές εκτελούν αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους.
β. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή (Α) είναι διπλάσιο του μέτρου της μέγιστης δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή (Β).
γ. Οι ταλαντωτές ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα.
δ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας $υ_{0B}$ του ταλαντωτή (Β) είναι $\sqrt{2}$ φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας $υ_{0A}$ του ταλαντωτή (Α).



36. Ο απλός αρμονικός ταλαντωτής του σχήματος εκτελεί ταλάντωση πλάτους x_0. Διατηρούμε σταθερό το πλάτος ταλάντωσης και διπλασιάζουμε τη μάζα του σώματος. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



α. Η περίοδος της ταλάντωσης διπλασιάζεται.
β. Η ολική ενέργεια του συστήματος διπλασιάζεται.
γ. Το μέτρο $υ_0$ της μέγιστης ταχύτητας του σώματος γίνεται ίσο με $\frac{υ_0}{\sqrt{2}}$.
δ. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σώματος υποδιπλασιάζεται.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

37. Διατηρούμε σταθερό το πλάτος της ταλάντωσης απλού εκκρεμούς και τη μάζα του σφαιριδίου, ενώ τετραπλασιάζουμε το μήκος του νήματος.
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
α. Η συχνότητα της ταλάντωσης διπλασιάζεται.
β. Το μέτρο υ_0 της μέγιστης ταχύτητας του σφαιριδίου διπλασιάζεται.
γ. Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς υποτετραπλασιάζεται.
δ. Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος υποτετραπλασιάζεται.

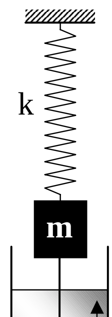
ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

38. Διατηρούμε σταθερό το μήκος του νήματος απλού εκκρεμούς και τη μάζα του σφαιριδίου, ενώ υποδιπλασιάζουμε το πλάτος της ταλάντωσης. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
α. Η περίοδος της ταλάντωσης υποδιπλασιάζεται.
β. Το μέτρο υ_0 της μέγιστης ταχύτητας του σφαιριδίου υποδιπλασιάζεται.
γ. Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς διπλασιάζεται.
δ. Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος υποτετραπλασιάζεται.

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

39. Διατηρούμε σταθερό το μήκος του νήματος απλού εκκρεμούς και το πλάτος της ταλάντωσης, ενώ υποδιπλασιάζουμε τη μάζα του σφαιριδίου.
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
α. Η περίοδος της ταλάντωσης διπλασιάζεται.
β. Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς υποδιπλασιάζεται.
γ. Το μέτρο α_0 της μέγιστης επιτάχυνσης του σφαιριδίου διπλασιάζεται.
δ. Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος υποδιπλασιάζεται.

40. Στον αρμονικό ταλαντωτή του σχήματος εκτός από τη δύναμη επαναφοράς $-\mathrm{k}x$, ενεργεί και δύναμη αντίστασης $-b\upsilon$ όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της μάζας m.
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
α. Για τον ταλαντωτή θα ισχύει η εξίσωση $m\alpha + kx + b\upsilon = 0$.
β. Το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο.
γ. Ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών του πλάτους είναι σταθερός.
δ. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μειωθεί μια ορισμένη τιμή του πλάτους (π.χ. η α_0) στο μισό της είναι σταθερό.



41. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 0{,}2\ \mathrm{m}$ και κυκλικής συχνότητας $\omega = 20\ \mathrm{rad/s}$. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου.
Να γράψετε την εξίσωση σε συνάρτηση με το χρόνο για την απομάκρυνση x, αν δίνεται ότι για $t_0 = 0$ είναι
α. $x = 0$ και $\upsilon > 0$
β. $x = 0$ και $\upsilon < 0$

[Απ. (α) $x = 0{,}2\eta\mu 20t$ (SI) (β) $x = 0{,}2\eta\mu(20t + \pi)$ (SI)]

42. Σε ταλαντούμενο σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτός από τη δύναμη επαναφοράς $-kx$, ε-νεργούν

i) μια δύναμη αντίστασης $-bυ$, όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της μάζας m και

ii) περιοδική δύναμη $F = F_0 ημωt$ σταθερού πλάτους και μεταβλητής συχνότητας.

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Για τον ταλαντωτή θα ισχύει η εξίσωση $F_0 ημωt - kx - bυ = mα$.

β. Αν η συχνότητα $ν_{εξ}$ της περιοδικής δύναμης F είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα $ν_0$ του ταλαντωτή και αρχίσει να αυξάνεται συνεχώς, το πλάτος της ταλάντωσης συνεχώς θα αυξάνεται.

γ. Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι ίση με $ν_0 = \frac{1}{2π}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

δ. Όταν είναι $ν_{εξ} < ν_0$ το σύστημα ταλαντώνεται με την ιδιοσυχνότητά του.

43. Υλικό σημείο μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = x_0 ημ(ωt + φ_0)$.

α. Να αποδείξετε ότι

i) $υ = \pm ω\sqrt{x_0^2 - x^2}$.

ii) $α = \pm ω\sqrt{υ_0^2 - υ^2}$.

β. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x

i) την επιτάχυνση του υλικού σημείου.

ii) τη δυναμική, την κινητική και την ολική του ενέργεια σε κοινό διάγραμμα.

44. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και περνάει από δύο σημεία της τροχιάς του Α και Β που απέχουν απόσταση $d = 20\sqrt{2}$ cm, με την ίδια ταχύτητα. Για τη μετάβαση από το σημείο Α στο Β απαιτείται χρονικό διάστημα $t_1 = 4$ s. Μετά το πέρασμά του από το Β το υλικό σημείο χρειάζεται χρονικό διάστημα $t_2 = 4$ s για να περάσει πάλι από το σημείο Β κινούμενο με αντίθετη φορά. Να βρείτε

α. την περίοδο της ταλάντωσης.

β. το πλάτος της ταλάντωσης.

[Απ. (α) 16 s (β) 20 cm]

45. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν η απομάκρυνσή του έχει τιμές x_1, x_2, η ταχύτητά του έχει αντίστοιχες τιμές $υ_1, υ_2$. Να βρείτε

α. την περίοδο της ταλάντωσης.

β. το πλάτος της ταλάντωσης.

<u>Εφαρμογή:</u> $x_1 = 0{,}16$ m, $x_2 = 0{,}12$ m, $υ_1 = 1{,}2$ m/s, $υ_2 = 1{,}6$ m/s

[Απ. (α) $T = 2π\sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{υ_1^2 - υ_2^2}}$, $T = 0{,}2π$ s (β) $x_0 = \sqrt{\frac{υ_1^2 x_2^2 - υ_2^2 x_1^2}{υ_1^2 - υ_2^2}}$, $x_0 = 0{,}2$ m]

46. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = x_0 ημ(ωt + φ_0)$.

α. Να υπολογίσετε τις τιμές των μεγεθών $x_0, ω, φ_0$ αν γνωρίζετε ότι απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι d = 0,2 m και για $t_0 = 0$ είναι x = 0,05 m και $υ = -\sqrt{3}\ m/s$.

β. Να βρείτε τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ την επιτάχυνση του υλικού σημείου.

γ. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο υλικό σημείο, αν η μάζα του είναι m = 0,1 kg.

[Απ. (α) $x_0 = 0{,}1\ m$, $ω = 20\ rad/s$, $φ_0 = \frac{5π}{6}$ (β) $α = -20\ m/s^2$ (γ) ευθεία]

47. Υλικό σημείο μάζας m = 0,01 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 0{,}2$ m και περιόδου T = π s.

α. Να βρείτε το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μεταβεί το υλικό σημείο από τη θέση $x_1 = 0{,}1$ m στη θέση $x_2 = -0{,}1$ m, αν δίνεται ότι το υλικό σημείο περνάει από τη θέση x_1 κινούμενο

i) προς τη θετική κατεύθυνση.

ii) προς την αρνητική κατεύθυνση.

β. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του υλικού σημείου όταν αυτό περνάει από τις θέσεις x_1 και x_2;

[Απ. (α) i) $\frac{π}{2}$ s ii) $\frac{π}{6}$ s (β) $-4 \cdot 10^{-3}$ N, $4 \cdot 10^{-3}$ N]

48. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά μήκος του άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή t = 0 το υλικό σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $x_0 = 4$ cm και η συχνότητα ν = 2 Hz.
Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου.

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης x σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να προσδιορίσετε τη μέγιστη ταχύτητα (κατά μέτρο) του υλικού σημείου και τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία αυτό θα αποκτήσει αυτήν την ταχύτητα για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

γ. Να προσδιορίσετε τη μέγιστη επιτάχυνση (κατά μέτρο) του υλικού σημείου και τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία την αποκτά για πρώτη φορά μετά τη στιγμή $t_0 = 0$.

δ. Να υπολογίσετε τη συνολική απόσταση που διάνυσε το υλικό σημείο από τη στιγμή $t_0 = 0$ ως τη στιγμή t = 1,25 s.

[Απ. (α) $x = 4 \cdot 10^{-2} ημ4πt$ (SI) (β) 0,16π m/s, 0,25 s
(γ) $0{,}64π^2\ m/s^2$, $\frac{1}{8}$ s (δ) 0,4 m]

49. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνσή του x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = 0{,}2\sqrt{2}\eta\mu(20\pi t + \varphi_0)$ (SI).

α. Για ποιες τιμές της απομάκρυνσης x η δυναμική του E_Δ είναι ίση με το 50% της ολικής του ενέργειας $E_{ολ.}$;

β. Να βρείτε την τιμή της αρχικής φάσης φ_0, αν δίνεται ότι για το $t_0 = 0$ είναι $E_K = \frac{3}{4}E_{ολ}$ με $x > 0$ και $\upsilon < 0$.

[Απ. (α) – 0,2 m, 0,2 m (β) $\frac{5\pi}{6}$]

50. Υλικό σημείο μάζας $m = 10^{-2}$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους x_0 = 0,2 m. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ περνάει από τη θέση x = 0,1 m κινούμενο κατά τη θετική κατεύθυνση, ενώ τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{2}{3}$ s περνάει από την ίδια θέση κινούμενο κατά την αρνητική κατεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου

α. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης.

β. Να γράψετε για την ταλάντωση που εκτελεί το υλικό σημείο τις εξισώσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:

i) της απομάκρυνσης x. ii) της ταχύτητας υ. iii) της επιτάχυνσης α.

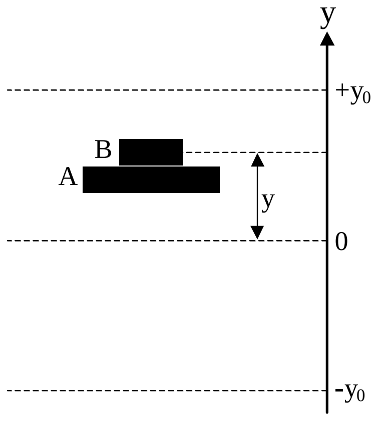
γ. Κατά το χρονικό διάστημα της κίνησης από $t_0 = 0$ μέχρι $t_2 = \frac{1}{3}$ s, να βρείτε για τη συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο υλικό σημείο:

i) την ώθηση. ii) το έργο

$(\pi^2 \approx 10)$.

[Απ. (α) 2 s (β) i) $x = 0{,}2\eta\mu\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ ii) $\upsilon = 0{,}2\pi\sigma\upsilon\nu\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (SI)
iii) $\alpha = -2\eta\mu\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (SI) (γ) i) $-\sqrt{3}\,\pi\,10^{-3}$ N·s ii) $-15\cdot 10^{-4}$ J]

***51.** Τα δύο σώματα Α και Β που δείχνει το σχήμα είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο και εκτελούν κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T = 2 s και πλάτος y_0 = 0,25 m. Το σώμα Β έχει μάζα m = 0,2 kg.



α. Να βρείτε τη δύναμη που ασκεί το σώμα Β στο σώμα Α στις θέσεις

i) y = 0.

ii) y = – 0,25 m.

iii) y = + 0,25 m.

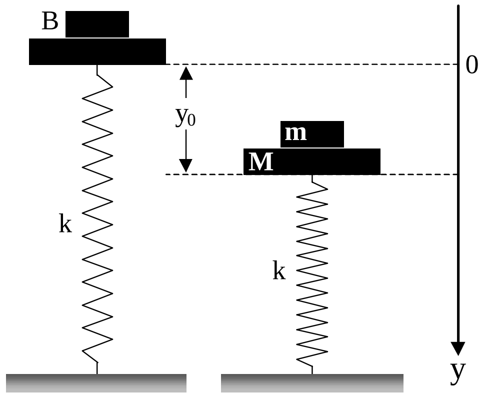
β. Για ποια τιμή του πλάτους ταλάντωσης το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α, όταν η περίοδος της ταλάντωσης είναι T = 2 s;

γ. Ποια είναι η μέγιστη συχνότητα της ταλάντωσης για την οποία το σώμα Β δε θα εγκαταλείψει το σώμα Α, όταν το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,25 m;

Δίνονται g = 10m/s^2 και $\pi^2 \approx 10$.

[Απ. (α) i) –2 N ii) –2,5 N iii) –1,5 N (β) 1 m (γ) 1 Hz]

***52.** Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\ N/m$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο άλλο άκρο του είναι σταθερά συνδεδεμένος δίσκος Α μάζας Μ = 1,5 kg. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας m = 0,5 kg. Το σύστημα ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_0 = \frac{\sqrt{5}}{10}$ m και το αφήνουμε ελεύθερο.



α. Να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το δίσκο Α.
β. Ποια είναι η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος Β τη στιγμή που εγκαταλείπει το δίσκο;
γ. Σε πόσο ύψος θα φθάσει το σώμα Β πάνω από τη θέση στην οποία εγκαταλείπει το δίσκο; Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g = 10\ m/s^2$.

[Απ. (α) εγκαταλείπει στη θέση $y_1 = -0{,}1$ m (β) $\upsilon = -2 m/s$, $\alpha = 10\ m/s^2$ (γ) h = 0,2 m]

53. Υλικό σημείο μάζας m = 0,1 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους x_0 = 0,1m με περίοδο T = 2 s. Τη χρονική στιγμή t = 0 το υλικό σημείο περνάει από τη θέση $x = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-2}$ m κινούμενο κατά την αρνητική κατεύθυνση.
α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης x σε συνάρτηση με το χρόνο.
β. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ να βρείτε για το υλικό σημείο

i) τη δυναμική του ενέργεια.
ii) την κινητική του ενέργεια.
ii) το ρυθμό μεταβολής της ορμής του.

Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου και $\pi^2 \cong 10$

[Απ. (α) $x = 0{,}1\eta\mu\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$ (SI) (β) i) $1{,}25 \cdot 10^{-3}$ J ii) $3{,}75 \cdot 10^{-3}$ J iii) $5 \cdot 10^{-2}$ N]

54. Υλικό σημείο μάζας m = 0,01 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η ολική του ενέργεια είναι $E_{o\lambda} = 32 \cdot 10^{-4}$ J. Η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου και η επιτάχυνσή του α συνδέεται με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του με τη σχέση $\alpha = -16x$ (στο SI).
α. Να βρείτε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.
β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης x σε συνάρτηση με το χρόνο, αν για $t_0 = 0$ το υλικό σημείο έχει $E_\Delta = E_{\kappa\iota\nu}$ και κινείται κατά τη θετική κατεύθυνση.

[Απ. (α) $T = \frac{\pi}{2}$ s, $x_0 = 0{,}2$ m (β) i) $x = 0{,}2\eta\mu\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)$ (SI)
ii) $x = 0{,}2\eta\mu\left(4t + \frac{7\pi}{4}\right)$ (SI)]

***55.** Σώμα μάζας m = 1 kg εξαρτάται από το κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 400 N/m. Το ελατήριο είναι στερεωμένο στην οροφή ανελκυστήρα και κρέμεται ακίνητο (σε σχέση με τον ανελκυστήρα) καθώς αυτός ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \sqrt{2}\ \mathrm{m/s}$. Σε μια στιγμή ο ανελκυστήρας σταματάει απότομα.

A. Ποιο θα είναι το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει η μάζα m, αν

α. το ελατήριο ήταν παραμορφωμένο εξαιτίας του βάρους του σώματος.

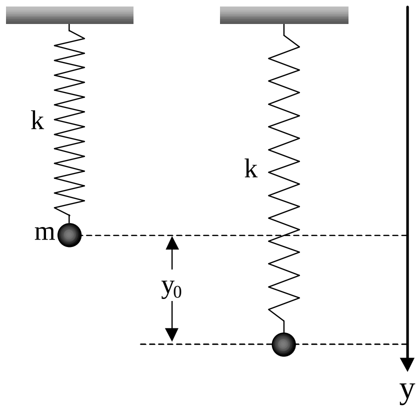
β. συγκρατούμε ακίνητο το σώμα ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος.

B. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y της μάζας m από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο για την περίπτωση (α). Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου και t = 0 όταν ο ανελκυστήρας σταματάει.

Να θεωρήσετε την κατεύθυνση προς τα κάτω θετική και $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

[Απ. Α. (α) $\dfrac{\sqrt{2}}{20}$ m (β) 0,075 m Β. $y = \dfrac{\sqrt{2}}{20}\eta\mu(20t + \pi)$ (SI)]

56. Σώμα μάζας m = 0,5 kg είναι δεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 50 N/m και ισορροπεί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Απομακρύνουμε τη μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά 0,2 m προς τα κάτω και την αφήνουμε ελεύθερη.



α. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίου θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδό της .

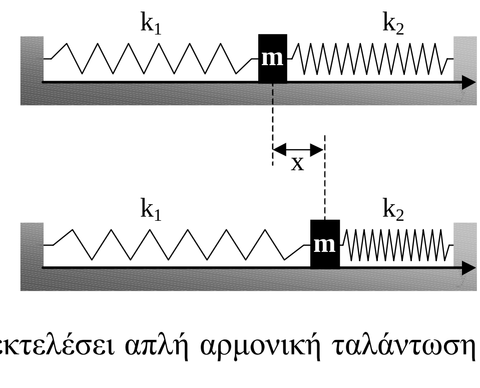
β. Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης;

γ. Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;

δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της μάζας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο, αν για t = 0 διέρχεται από τη θέση y = + 0,1 m κινούμενη προς την αρνητική κατεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου και g = 10 m/s^2.

[Απ. (α) $T = \dfrac{\pi}{5}$ s (β) 1 J (γ) 2,25 J (δ) $y = 0{,}2\eta\mu\left(10t + \dfrac{5\pi}{6}\right)$ (SI)]

57. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και έχουν σταθερές $k_1 = 300\ \mathrm{N/m}$ και $k_2 = 100\ \mathrm{N/m}$. Απομακρύνουμε τη μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και την αφήνουμε ελεύθερη.



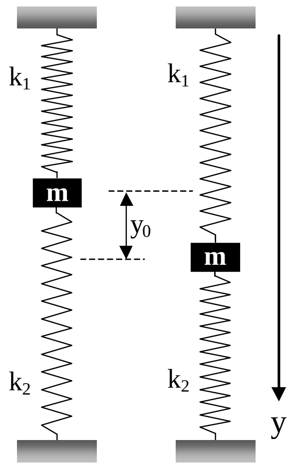
α. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T.

β. Πόση είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης αν το πλάτος είναι $x_0 = 0{,}2$ m;

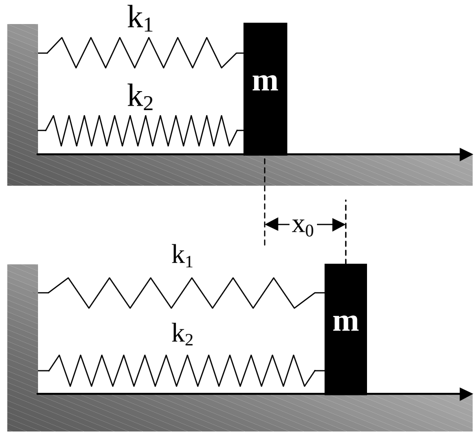
[Απ. (α) $\dfrac{\pi}{10}$ s (β) 8 J]

58. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί συνδεδεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι σταθερές των ελατηρίων είναι k_1 = 250 N/m και k_2 = 150 N/m. Απομακρύνουμε τη μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και την αφήνουμε ελεύθερη.
α. Να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίστε την περίοδο Τ.
β. Αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι y_0 = 0,2 m, πόση είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια της μάζας m; (g = 10 m/s^2).
Να θεωρήσετε ότι στη θέση που η μάζα ισορροπεί το ελατήριο σταθεράς k_1 είναι τεντωμένο και το ελατήριο σταθεράς k_2 είναι συσπειρωμένο.

[Απ. (α) $\frac{\pi}{10}$ s (β) 8 J]

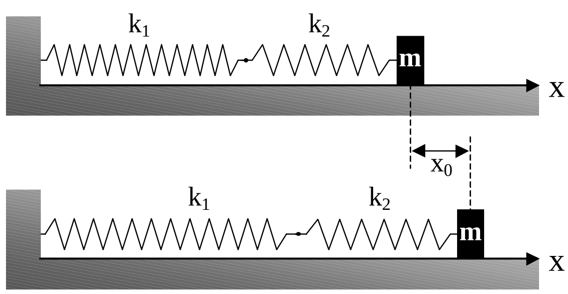


59. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συνδεδεμένο στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι σταθερές των ελατηρίων είναι αντίστοιχα k_1 = 220 N/m και k_2 = 180 N/m. Απομακρύνουμε τη μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων κατά x_0 = 0,2 m και την αφήνουμε ελεύθερη.
α. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο Τ.
β. Πόση είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης;
γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο, αν για $t = 0$ η μάζα διέρχεται από τη θέση $x = -0{,}1$ m κινούμενη προς την αρνητική κατεύθυνση. Η απομάκρυνση x είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου.



[Απ. (α) $\frac{\pi}{10}$ s (β) 8 J (γ) $x = 0{,}2\eta\mu\left(20t + \frac{7\pi}{6}\right)$(SI)]

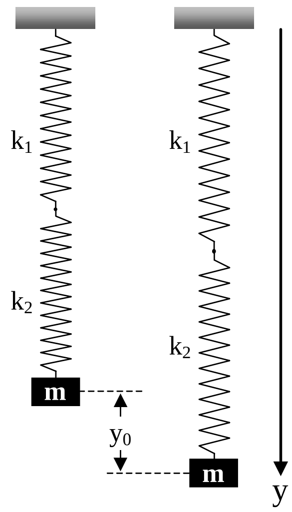
60. Δύο ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 = 200 N/m και k_2 = 300 N/m συνδέονται σε σειρά. Το ένα άκρο του συστήματος που προκύπτει συνδέεται ακλόνητα με κατακόρυφο τοίχο και το άλλο συνδέεται με σώμα μάζας m = 0,3 kg. Το σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Απομακρύνουμε τη μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων κατά x_0 = 0,2 m και την αφήνουμε ελεύθερη.



α. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο Τ.
β. Πόση είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης;
γ. Ποιο ποσοστό επί τοις % της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης είναι κινητική ενέργεια της μάζας, όταν διέρχεται από τη θέση x = 0,1 m;

[Απ. (α) 0,1π s (β) 2,4 J (γ) 75%]

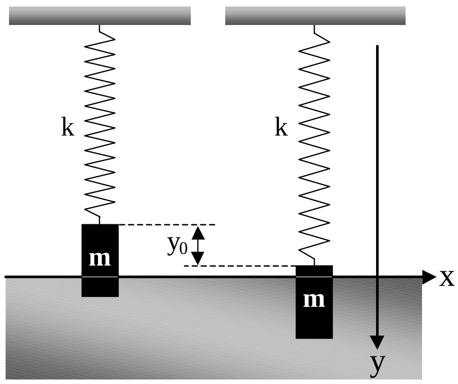
61. Δύο ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 = 150 N/m και k_2 = 300 N/m συνδέονται σε σειρά. Το ένα άκρο του συστήματος που προκύπτει συνδέεται ακλόνητα με οροφή και το άλλο συνδέεται με σώμα μάζας m = 1 kg. Το σύστημα ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Απομακρύνουμε τη μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων κατά y_0 = 0,2 m και την αφήνουμε ελεύθερη.



α. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T.
β. Πόση είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης;
γ. Ποιο ποσοστό επί τοις % της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης είναι κινητική ενέργεια της μάζας όταν διέρχεται από τη θέση με $y = -\frac{\sqrt{3}}{10}$ m; $(g = 10 m/s^2)$.

[Απ. (α) $\frac{\pi}{5}$ s (β) 2 J (γ) 25%]

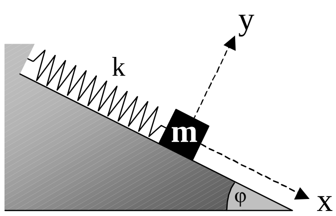
62. Ομογενής μεταλλικός κύλινδρος μάζας m = 1 kg και εμβαδού διατομής $S = 20\, cm^2$, εξαρτάται από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 380 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ισορροπεί με τον κύλινδρο βυθισμένο σε υγρό πυκνότητας $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$ και το ελατήριο επιμηκυμένο. Εκτρέπουμε τον κύλινδρο κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_0 = 2$ cm και τον αφήνουμε ελεύθερο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τριβές στην κίνηση του συστήματος δε λαμβάνονται υπόψη.

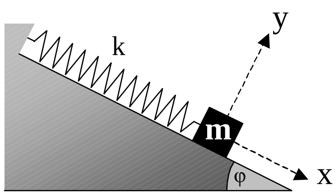


α. Να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T.
β. Μετά πόσο χρόνο, από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερος ο κύλινδρος θα περάσει από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά;
γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y του κυλίνδρου από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο, αν για $t_0 = 0$ είναι $y = +\sqrt{2} \cdot 10^{-2}$ m και υ < 0. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου $(g = 10 m/s^2)$.

[Απ. (α) $\frac{\pi}{10}$ s (β) $\frac{\pi}{40}$ s (γ) $y = 2 \cdot 10^{-2} ημ\left(20t + \frac{3\pi}{4}\right)$ (SI)]

63. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ελατήριο θεωρείται ιδανικό με σταθερά k = 100 N/m. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι φ = 30°. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά $x_0 = 0{,}05$m και το αφήνουμε ελεύθερο.





α. Να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T.

β. Όταν το σώμα βρίσκεται στις θέσεις $x = \pm 0{,}05$ m να βρείτε

i) τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.

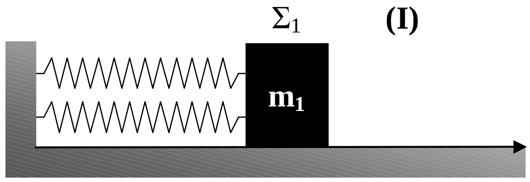
ii) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

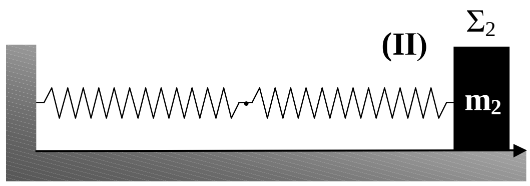
iii) το ρυθμό μεταβολής της ορμής του.

[Απ. (α) $\frac{\pi}{5}$s (β) i) 0,125 J ii) 0,5 J, 0 iii) –5 N, 5 N]

***64.** **α.** Ιδανικό ελατήριο έχει φυσικό μήκος ℓ_0 και σταθερά k. Κόβουμε το ελατήριο σε Ν κομμάτια ίσου μήκους. Να βρείτε τη σταθερά καθενός από τα Ν όμοια ελατήρια που προκύπτουν.

β. Χρησιμοποιούμε δύο από τα όμοια ελατήρια και συναρμολογούμε τις διατάξεις των σχημάτων (Ι) και (ΙΙ). Να βρείτε το λόγο $\frac{m_1}{m_2}$ των μαζών των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ ώστε τα δύο συστήματα να ταλαντώνονται με την ίδια περίοδο. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο.





[Απ. (α) $N \cdot k$ (β) $\frac{m_1}{m_2} = 4$]

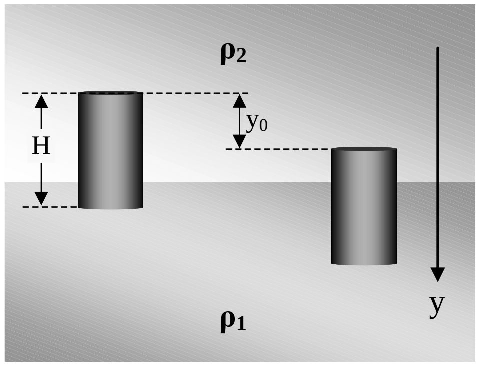
***65.** Δύο σημεία Α και Β βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και απέχουν μεταξύ τους $\ell = 0{,}9$ m. Πάνω στη γραμμή που τα ενώνει μπορεί να κινείται χωρίς τριβή υλικό σημείο Ν μάζας $m = 96 \cdot 10^{-3}$ kg, το οποίο δέχεται από τα σημεία Α και Β ελκτικές δυνάμεις που έχουν μέτρα $F_A = 0{,}8 \times (AN)$ και $F_B = 1{,}6 \times (BN)$ αντίστοιχα (στο SI).

α. Να δείξετε ότι το υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Αν το υλικό σημείο περνάει από το σημείο Α με ταχύτητα μέτρου $υ_A$ = 1,5 m/s, ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητάς του όταν περνάει από το σημείο Β;

[Απ. (α) D = 2,4 N/m (β) $υ_B = 3$ m/s]

***66.** Ομογενής κύλινδρος ύψους Η = 25,2 cm ισορροπεί με τον άξονά του κατακόρυφο στη διαχωριστική επιφάνεια δύο υγρών με πυκνότητες ρ_1 = 13,6 g/cm^3 και ρ_2 = 1 g/cm^3, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η πυκνότητα του υλικού του κυλίνδρου είναι ρ = 7,2 g/cm^3 Εκτρέπουμε κατακόρυφα προς τα κάτω τον κύλινδρο από τη θέση ισορροπίας του κατά y_0 = 1 cm και τον αφήνουμε ελεύθερο.

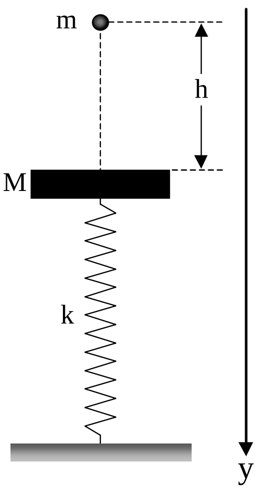


α. Να δείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο Τ.
β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του κυλίνδρου από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο, αν για t = 0 είναι y = +1 cm. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου.

Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες και $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

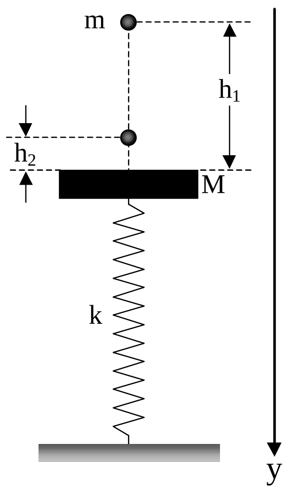
[Απ. (α) Τ = 0,24π s (β) $y = 10^{-2}\,\eta\mu\left(\frac{25}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI)]

67. Δίσκος μάζας Μ = 3,75 kg είναι συνδεδεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 400 N/m του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Από ύψος h = 0,75 m πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερο ένα σφαιρίδιο μάζας m = 0,25 kg, το οποίο συγκρούεται με το δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.
α. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος.
β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του αν για t = 0 δίνεται y = 0 και υ < 0. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου $(g = 10\ \mathrm{m/s^2})$.



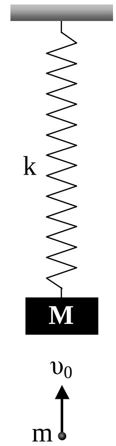
[Απ. (α) $25\cdot10^{-3}$ m (β) $y = 25\cdot10^{-3}\,\eta\mu(10t+\pi)$ (SI)]

68. Σφαίρα μάζας m = 1 kg αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h_1 = 5\,\mathrm{m}$ πάνω από δίσκο μάζας Μ = 10 kg, ο οποίος ισορροπεί συνδεδεμένος στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 1000 N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά με το δίσκο και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα. Μετά την κρούση της με το δίσκο η σφαίρα φθάνει σε ύψος $h_2 = 1{,}25$ m. Να βρείτε
α. τα μέτρα των ταχυτήτων της σφαίρας και του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.
β. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου.
γ. το ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του. $(g = 10\ \mathrm{m/s^2})$.



[Απ. (α) 5 m/s, 1,5 m/s (β) 0,15 m (γ) –150 N, 150 N]

69. Ξύλινος κύβος μάζας Μ ισορροπεί συνδεδεμένος στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οροφή. Ένα βλήμα μάζας m κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα υ_0, όπως φαίνεται στο σχήμα.

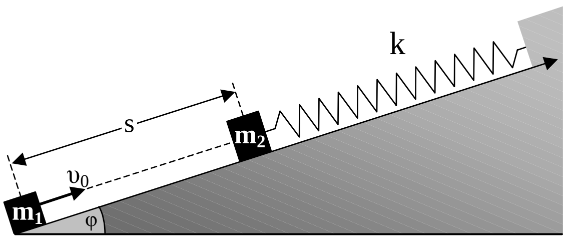


α. Το βλήμα διαπερνά τον κύβο και εξέρχεται με ταχύτητα $\upsilon = \lambda\upsilon_0$ ($\lambda < 1$). Η διάρκεια κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο είναι αμελητέα. Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει ο κύβος;

β. Το βλήμα σφηνώνεται ακαριαία στο κέντρο μάζας του κύβου. Πόσο είναι στην περίπτωση αυτή το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος;

[Απ. (α) $y_0 = (1-\lambda)m\upsilon_0\sqrt{\dfrac{1}{kM}}$ (β) $y_0 = \dfrac{mg}{k}\sqrt{1+\dfrac{k\upsilon_0^2}{(M+m)g^2}}$]

70. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^o$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας $m_2 = 3$ kg και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_1 = 1$ kg και αρχικής ταχύτητας $\upsilon_0 = 5$ m/s που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι s = 0,9 m και η σταθερά του ελατηρίου k = 300 N/m. Τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.



Α. Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_2 όταν η κρούση είναι ελαστική;

Β. Όταν η κρούση είναι πλαστική να βρείτε

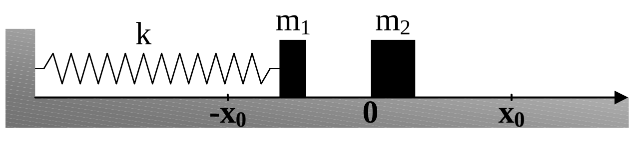
α. το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

β. τη μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

($g = 10$ m/s^2).

[Απ. Α. 0,2 m Β. (α) $\dfrac{7}{60}$ m (β) $\dfrac{11}{60}$ m (επιμήκυνση)]

71. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1$ kg είναι συνδεδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 400 N/m και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 0{,}1$ m κατά μήκος λείου οριζόντιου επιπέδου. Όταν το σώμα Σ_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3$ kg. Η κρούση είναι μετωπική και η διάρκειά της είναι αμελητέα. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελείται αν η κρούση είναι

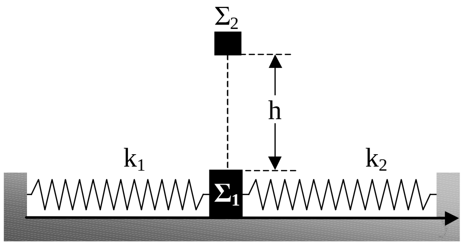


α. ελαστική.

β. πλαστική.

[Απ. (α) 0,05 m (β) 0,05 m]

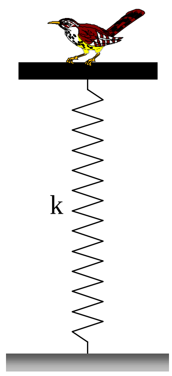
***72.** Το σώμα Σ_1 του σχήματος μάζας $m_1 = 1\,\text{kg}$ μπορεί να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο και τα ελατήρια ιδανικά με σταθερές $k_1 = 150$ N/m και $k_2 = 50$ N/m. Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του στη θέση $x_0 = +0{,}24$ m και τη χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Ταυτόχρονα από ύψος h πάνω από τη θέση ισορροπίας αφήνεται να πέσει ελεύθερα σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 0{,}44$ kg.



α. Να βρείτε το ύψος h ώστε το σώμα Σ_2 να συναντήσει το Σ_1 όταν διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του.
β. Αν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά στη θέση 0, να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
Η διάρκεια της κρούσης είναι πάρα πολύ μικρή και η αντίσταση του αέρα αμελητέα. $(g = 10\,\text{m/s}^2, \pi^2 = 10)$.

[Απ. (α) $\frac{1}{16}$ m (β) 0,2 m]

73. Δίσκος μάζας $M = 1\,\text{kg}$ είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\,\text{N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο δίσκο κάθεται ένα πουλί μάζας $m = 0{,}2\,\text{kg}$ και κάποια στιγμή εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $\upsilon = 2\,\text{m/s}$. Να βρείτε



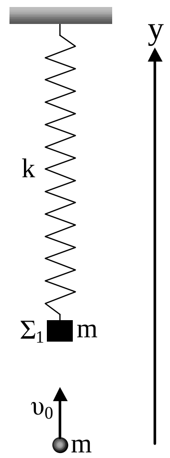
α. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος.
β. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου.
γ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.
δ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
$(g = 10\,\text{m/s}^2)$.

[Απ. (α) 0,4 m/s (β) 0,03 m (γ) 0,09 J (δ) 0,64 J]

***74.** Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20\,\text{N/m}$ είναι στερεωμένο σε οροφή. Στο άλλο άκρο του είναι συνδεδεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m = 0{,}2\,\text{kg}$ το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $y_0 = 0{,}2$ m. Κάποια στιγμή που θεωρούμε ως αρχή του χρόνου $t_0 = 0$, ενώ το σώμα βρίσκεται στο μισό του πλάτους κατερχόμενο προς τη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται μετωπικά με σώμα Σ_2 ίσης μάζας, που έχει αντίθετη ταχύτητα.
Να βρείτε τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κάθε σώματος αν η κρούση είναι
α. ελαστική.
β. πλαστική.
Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα. Ο άξονας $y'y$ είναι κατακόρυφος με φορά προς τα κάτω. Η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας για την ταλάντωση είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου $(g = 10\,\text{m/s}^2)$.

[Απ. (α) $y_1 = 0{,}2\eta\mu\left(10t + \frac{7\pi}{6}\right)$, $y_2 = -0{,}1 + \sqrt{3}t + 5t^2$ (SI) (β) $y = 0{,}2\eta\mu\left(5\sqrt{2}t + \frac{3\pi}{2}\right)$ (SI)]

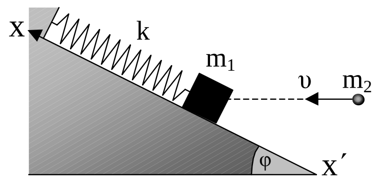
***75.** Σώμα $Σ_1$ μάζας m = 1 kg ισορροπεί συνδεδεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται σε οροφή. Βλήμα $Σ_2$ ίσης μάζας με το $Σ_1$ κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $υ_0 = \sqrt{6}\ \text{m/s}$, μετωπικά και πλαστικά με το σώμα $Σ_1$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$



α. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
β. Μετά πόσο χρόνο από τη στιγμή της κρούσης $t_0 = 0$, η ταχύτητα του συσσωματώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά;
γ. Να βρείτε για το χρονικό διάστημα του ερωτήματος (β),
   i) το έργο της δύναμης του ελατηρίου.
   ii) την ώθηση του βάρους.
   iii) την ώθηση της δύναμης του ελατηρίου.
δ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος
   i) αμέσως μετά την κρούση.
   ii) όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της κίνησής του.
Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας για την ταλάντωση είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου.
$(g = 10\ \text{m/s}^2)$.

[Απ. (α) 0,2 m (β) $\frac{\sqrt{2}\pi}{30}$ s (γ) i) 0,5 J ii) $\frac{-2\sqrt{2}\pi}{3}$ Ns iii) $\sqrt{2}\left(\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}\right)$Ns
(δ) i) –10 N ii) –20 N, 20 N]

76. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως $φ = 30^o$ εξαρτάται ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100\ \text{N/m}$ και στο κάτω ελεύθερο άκρο του συνδέεται σώμα μάζας $m_1 = 2\ \text{kg}$. Το σύστημα ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m_2 = 2\ \text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ = 2\ \text{m/s}$ και συγκρούεται ακαριαία, μετωπικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Το συσσωμάτωμα δεν αναπηδά.



α. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
β. Θεωρούμε αρχή μέτρησης του χρόνου $t_0 = 0$ τη στιγμή της κρούσης και άξονα $x'x$ με την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x για την ταλάντωση είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου.
γ. Μετά πόσο χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0$, η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για πρώτη φορά;
δ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου
   i) αμέσως μετά την κρούση
   ii) όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της κίνησής του
$(g = 10\text{m/s}^2)$.

[Απ. (α) 0,2 m (β) $x = 0{,}2ημ\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)$(SI) (γ) $\frac{\pi}{15}$ s
(δ) i) –10 N ii) –20 N, 20 N]

77. Κύβος μάζας $m = 10\ \text{kg}$ ισορροπεί τοποθετημένος πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη μια κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένη η μια άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 250\ \text{N/m}$, του οποίου η άλλη άκρη είναι δεμένη σε σταθερό σημείο κατακόρυφου τοίχου. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Στην απέναντι κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένο μη ελαστικό και αβαρές νήμα το οποίο έχει όριο θραύσεως $F_\theta = 120\ \text{N}$.

Μέσω του νήματος ασκούμε στο σώμα δύναμη κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και με φορά τέτοια ώστε το ελατήριο να επιμηκύνεται. Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται με την επιμήκυνση x του ελατηρίου σύμφωνα με την εξίσωση $F = 80 + 200x$ (SI).
Να βρείτε
α. τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
β. το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα ελατήριο - κύβος.
γ. μετά πόσο χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0$ που κόβεται το νήμα θα περάσει ο κύβος από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά;
Να θεωρήσετε άξονα $x'x$ με αρχή τη θέση ισορροπίας του κύβου και θετική φορά εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκύνεται.

[Απ. (α) 5 J (β) 0,4 m (γ) $\frac{\pi}{6}$ s]

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

78. Απλό εκκρεμές έχει περίοδο T_0 όταν ταλαντώνεται στην επιφάνεια της Γης.
α. Ποια θα είναι η περίοδος ταλάντωσης του εκκρεμούς αν το μεταφέρουμε σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, όπου $g = \frac{g_0}{4}$; (g_0 είναι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης).
β. Ποια μεταβολή επί τοις % πρέπει να επιφέρουμε στο μήκος του νήματος του εκκρεμούς ώστε να εκτελεί ταλαντώσεις περιόδου T_0, όταν μεταφερθεί σε ύψος h;

[Απ. (α) $2T_0$ (β) –75%]

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

***79.** Στο ένα άκρο μη ελαστικού νήματος μήκους ℓ, το οποίο θεωρούμε χωρίς μάζα, προσδένεται σφαιρίδιο ξύλου, όγκου V και πυκνότητας ρ_ξ. Το άλλο άκρο του νήματος προσδένεται στον πυθμένα δοχείου το οποίο περιέχει νερό πυκνότητας ρ_υ ($\rho_\upsilon > \rho_\xi$). Το νήμα και το σφαιρίδιο βρίσκονται βυθισμένα μέσα στο νερό και το σύστημα νήμα - σφαιρίδιο ισορροπεί. Απομακρύνουμε το σφαιρίδιο από τη θέση ισορροπίας του ώστε το τεντωμένο νήμα να σχηματίσει με την αρχική διεύθυνση μικρή γωνία φ και το αφήνουμε ελεύθερο.
α. Να δείξετε ότι το σφαιρίδιο θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
β. Να βρείτε την πυκνότητα του ξύλου αν δίνονται
$\ell = 0{,}6\ \text{m}, \quad T = 2\ \text{s}, \quad g = 10\ \text{m/s}^2, \quad \rho_\upsilon = 10^3\ \text{kg/m}^3, \quad \pi^2 \approx 10.$
Τριβές δε λαμβάνονται υπόψη.

[Απ. (α) $D = (\rho_\upsilon - \rho_\xi)\, g \cdot \frac{V}{\ell}$ (β) $\rho_\xi = \frac{1}{\frac{4\pi^2 \ell}{gT^2} + 1} \rho_\upsilon \rightarrow \rho_\xi = 625\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$]

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

80. Απλό εκκρεμές αποτελείται από μονωτικό νήμα μη ελαστικό, αμελητέας μάζας μήκους $\ell = 1\text{ m}$. Στο ένα άκρο του νήματος δένεται σφαιρίδιο μάζας $m = 0{,}1\text{ kg}$ το οποίο είναι φορτισμένο με φορτίο $q = 200\ \mu\text{C}$. Το άλλο άκρο του νήματος είναι ακλόνητα συνδεδεμένο με οροφή. Το εκκρεμές βρίσκεται σε περιοχή που επικρατεί κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, της οποίας το μέτρο έχει τέτοια τιμή ώστε να ισχύει $Eq < mg$. Η φορά του $\vec{E}$ μπορεί να γίνει ομόρροπη ή αντίρροπη του $\vec{g}$. Το βαρυτικό πεδίο το θεωρούμε επίσης ομογενές.
Απομακρύνουμε το σφαιρίδιο από τη θέση ισορροπίας του ώστε το νήμα να σχηματίσει με την αρχική του διεύθυνση μικρή γωνία φ και το αφήνουμε ελεύθερο.
α. Να δείξετε ότι το σφαιρίδιο θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και για τις δύο κατευθύνσεις του $\vec{E}$.
β. Διαπιστώνουμε πειραματικά ότι το εκκρεμές εκτελεί ταλάντωση με περίοδο $T_1 = \pi\sqrt{2}\text{ s}$ για τη μια κατεύθυνση του κατακόρυφου πεδίου $\vec{E}$ και με περίοδο $T_2 = \dfrac{\pi\sqrt{2}}{3}\text{ s}$ όταν η κατεύθυνση του $\vec{E}$ αντιστραφεί.
Να βρείτε
i) το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $\vec{g}$ στον τόπο που γίνεται το πείραμα.
ii) το μέτρο της έντασης $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου.

[Απ. (α) $D = \dfrac{mg + Eq}{\ell}$, $D' = \dfrac{mg - Eq}{\ell}$, (β) i) $g = 10\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ii) $E = 4 \cdot 10^3\ \dfrac{\text{N}}{\text{C}}$

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

81. Απλό εκκρεμές του οποίου το σιδερένιο σφαιρίδιο έχει μάζα $m = 0{,}01\text{ kg}$ εκτελεί μια πλήρη ταλάντωση σε 1 s.
α. Πόσο είναι το μήκος του νήματος του εκκρεμούς;
β. Αν στο σφαιρίδιο εκτός από την έλξη της βαρύτητας ασκείται και μια άλλη κατακόρυφη σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από ένα πεδίο δυνάμεων, τότε το εκκρεμές εκτελεί τρεις πλήρεις ταλαντώσεις σε 2 s. Να βρείτε τη σταθερή δύναμη $\vec{F}$.
Δίνονται: $g = 10\text{ m/s}^2$ και $\pi^2 \approx 10$

[Απ. (α) 0,25 m (β) 0,125 N, $\vec{F}$ ομόρροπη του βάρους]

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

82. Δύο απλά εκκρεμή, το καθένα μήκους $\ell = 3{,}6\text{ m}$, κρέμονται από το ίδιο σημείο. Τα σφαιρίδια των εκκρεμών έχουν μάζες μ και ν και τα νήματά τους σχηματίζουν με την κατακόρυφη μικρές γωνίες $\varphi = 2{,}5^\circ$ και $\theta = 5^\circ$ αντίστοιχα.
Οι δύο μάζες αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερες και η κρούση τους είναι ελαστική.
α. Σε ποιο σημείο θα γίνει η πρώτη κρούση και γιατί;
β. Να βρεθεί ο λόγος των μαζών ώστε να εκτρέπονται τα εκκρεμή συνεχώς μέχρι τις αρχικές γωνίες φ και θ.
γ. Να βρείτε την περίοδο των συγκρούσεων στην παραπάνω περίπτωση.
Αντιστάσεις δε λαμβάνονται υπόψη. Δίνονται: $g = 10\text{ m/s}^2$, συνφ = 0,999 και συνθ = 0,996.

[Απ. (α) Στη θέση ισορροπίας (β) $\dfrac{\mu}{\nu} = 2$ (γ) $T_1 = 0{,}6\pi\text{ s}$]

***83.** ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ Το μεταλλικό σφαιρίδιο απλού εκκρεμούς έχει μάζα m = 0,1 kg και είναι φορτισμένο με φορτίο q = – 2 μC. Το νήμα στο οποίο είναι δεμένο το σφαιρίδιο είναι μονωτικό, μη ελαστικό, αμελητέας μάζας και έχει μήκος $\ell = 0{,}1\ \text{m}$. Το εκκρεμές βρίσκεται σε περιοχή όπου εκτός από το πεδίο βαρύτητας (το οποίο θεωρούμε ομογενές) επικρατεί και ένα ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο $\vec{E}$, ομόρροπο του άξονα $x'x$, το οποίο έχει μέτρο $E = \frac{\sqrt{15}}{2}10^6\ \frac{N}{C}$.

α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο όταν αυτό ισορροπεί.

β. Να δείξετε ότι στην κατάσταση ισορροπίας του σφαιριδίου, το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία φ για την οποία ισχύει $εφφ = \sqrt{15}$.

γ. Εκτρέπουμε το σφαιρίδιο από τη θέση ισορροπίας του, ώστε το νήμα να σχηματίσει με τη διεύθυνση που είχε όταν το σφαιρίδιο ισορροπούσε μικρή γωνία και το αφήνουμε ελεύθερο. Να δείξετε ότι το σφαιρίδιο θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδό της.

$(g = 10\ \text{m/s}^2)$.

[Απ. (γ) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m\ell}{\sqrt{E^2q^2 + m^2g^2}}} \rightarrow T = \dfrac{\pi}{10}\ \text{s}$]

84. Η περίοδος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης είναι Τ και το πλάτος της ακολουθεί τον εκθετικό νόμο $α = α_0 e^{-Λt}$, όπου Λ σταθερή ποσότητα.

α. Να δείξετε ότι ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών του πλάτους της ταλάντωσης είναι σταθερός.

β. Μετά από $N_1 = 18$ πλήρεις ταλαντώσεις, που διαρκούν $t_1 = 13{,}86\ \text{s}$, το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίσο με $\frac{α_0}{2}$. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης, όταν γίνουν ακόμα $N_2 = 72$ πλήρεις ταλαντώσεις.

[Απ. (α) $\dfrac{α_n}{α_{n+1}} = e^{ΛT} = σταθ.$ (β) $\dfrac{α_0}{32}$]

85. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης ακολουθεί τον εκθετικό νόμο $α = α_0 e^{-Λt}$, όπου $α_0$ το αρχικό πλάτος και Λ σταθερή ποσότητα.

α. Σε πόσο χρόνο το πλάτος της ταλάντωσης θα γίνει $α = \frac{α_0}{2}$;

β. Αν για κάθε πλήρη ταλάντωση η επί τοις % ελάττωση της ολικής ενέργειας $E_{ολ}$ της ταλάντωσης είναι 36%, να βρείτε την επί τοις % μεταβολή του πλάτους της ταλάντωσης.

[Απ. (α) $\dfrac{\ell n2}{Λ}$ (β) –20% (ελάττωση)]

86. Σε ελεύθερο αρμονικό ταλαντωτή ενεργεί δύναμη αντίστασης F = – bυ, όπου b η σταθερά απόσβεσης. Να αποδείξετε ότι

α. η σταθερά b έχει μονάδες kg/s.

β. ο χρονικός ρυθμός μεταβολής της μηχανικής ενέργειας του ταλαντωτή είναι $\frac{dE}{dt} = -bυ^2$.

87. Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση $\alpha = \alpha_0 e^{-\Lambda t}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι E_0.

α. Μετά πόσο χρόνο t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή θα γίνει $E_1 = \frac{E_0}{2}$;

β. Πόση είναι η ενέργεια του ταλαντωτή τη χρονική στιγμή $t_2 = 3t_1$;

[Απ. (α) $t_1 = \frac{\ell n2}{2\Lambda}$ (β) $\frac{E_0}{8}$]

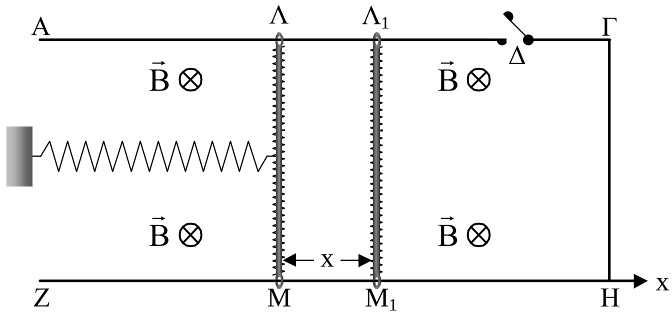
88. Ο χρόνος ημίσειας ζωής ενός ραδιενεργού υλικού είναι Τ.

α. Μετά πόσο χρόνο θα έχουν διασπαστεί τα $\frac{15}{16}$ των αρχικών πυρήνων;

β. Ποιο ποσοστό επί τοις % των αρχικών πυρήνων θα έχει διασπαστεί σε χρόνο t = 2T;

[Απ. (α) 4Τ (β) 75%]

***89.** Στη διάταξη του σχήματος οι αγωγοί ΑΓ, ΓΗ, ΗΖ δεν έχουν ωμική αντίσταση. Η χάλκινη ράβδος ΛΜ έχει μήκος ℓ, μάζα m, ωμική αντίσταση R και στο μέσο της συνδέεται με το ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, του οποίου το άλλο άκρο είναι συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο κατακόρυφου τοίχου. Η ράβδος ηρεμεί και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Τριβή μεταξύ ράβδου και αγωγών δεν υπάρχει. Η όλη διάταξη βρίσκεται σε περιοχή όπου επικρατεί ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$. Ο διακόπτης Δ είναι αρχικά ανοικτός.



Απομακρύνουμε τη ράβδο προς τα δεξιά κατά α_0, όπως φαίνεται στο σχήμα, και την αφήνουμε ελεύθερη τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

α. Να αποδείξετε ότι η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την απομάκρυνση της ράβδου από τη θέση ισορροπίας της. Να θεωρήσετε ημιτονική τη συνάρτηση της απομάκρυνσης x με το χρόνο.

γ. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο από τη θέση x = + α_0 και ταυτόχρονα κλείνουμε το διακόπτη Δ.

i) Τι κίνηση θα εκτελέσει τώρα η ράβδος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την απομάκρυνση της ράβδου από τη θέση ισορροπίας της (ποιοτικά).

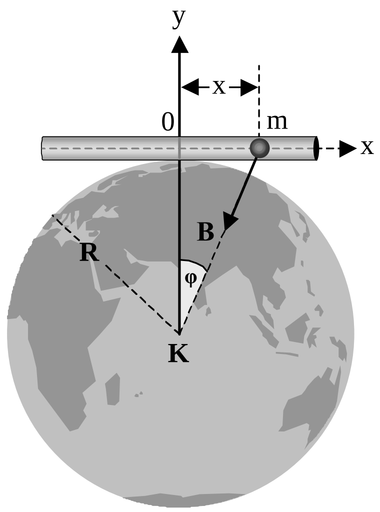
[Απ. (α) $D = k$ (β) $x = \alpha_0 \eta\mu\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{\pi}{2}\right)$ (γ) i) φθίνουσα αρμονική ταλάντωση $b = \frac{B^2\ell^2}{R}$]

***90.** Στο ένα άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m είναι συνδεδεμένο σώμα μάζας m = 1 kg το οποίο μπορεί να κινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά x_0 = 0,2 m και το αφήνουμε ελεύθερο.
Λόγω τριβών το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται κατά 20% μετά από κάθε πλήρη ταλάντωση.
α. Ποια είναι η ιδιοσυχνότητα ν_0 του ταλαντωτή;
β. Πόση ενέργεια αφαιρείται από τον ταλαντωτή μέσω του έργου των τριβών στη διάρκεια της πρώτης περιόδου;
γ. Πόση ενέργεια πρέπει να μεταφερθεί στον ταλαντωτή μέσω του έργου εξωτερικής αρμονικής δύναμης σε χρόνο t = 62,8 s, ώστε να εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις με συχνότητα ν_0;

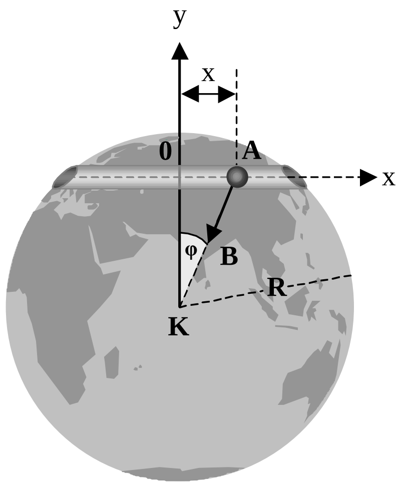
[Απ. (α) $\frac{5}{\pi}$ Hz (β) 0,72 J (γ) 72 J]

91. Ένα σημειακό αντικείμενο μάζας m μπορεί να κινείται λόγω της βαρυτικής έλξης της Γης μέσα σε οριζόντιο σωλήνα χωρίς τριβή, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Απομακρύνουμε το αντικείμενο από τη θέση ισορροπίας του κατά x και το αφήνουμε ελεύθερο. Υποθέτουμε ότι το x είναι πολύ μικρό σε σύγκριση με την ακτίνα R της Γης.
α. Να αποδείξετε ότι το αντικείμενο θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
β. Να υπολογίσετε την περίοδο T της ταλάντωσης.
Η Γη θεωρείται ακίνητη, ομογενής σφαίρα.
Δίνονται: Ακτίνα Γης R = 6400 km και g_0 = 10 m/s^2.

[Απ. (α) $D = \frac{mg_0}{R}$ (β) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}} \rightarrow T = 1600\pi$ s]



92. Είναι γνωστό ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας από το κέντρο της Γης μέχρι την επιφάνειά της μεταβάλλεται με την απόσταση r από το κέντρο της Γης σύμφωνα με το νόμο $g = g_0\frac{r}{R}$, όπου g_0 το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης και R η ακτίνα της Γης. Υποθέτουμε ότι έχουμε ανοίξει μια σήραγγα στη Γη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σημειακό αντικείμενο Α, μάζας m, μπορεί να κινείται χωρίς τριβή κατά μήκος της σήραγγας. Απομακρύνουμε το αντικείμενο κατά x από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο.
α. Να αποδείξετε ότι το αντικείμενο θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδό της.
β. Πόση θα ήταν η περίοδος της ταλάντωσης, αν η σήραγγα περνούσε από το κέντρο της Γης;
Η Γη θεωρείται ακίνητη, ομογενής σφαίρα ακτίνας R = 6400 km και g_0 = 10 m/s^2.



[Απ. (α) $D = \frac{mg_0}{R}$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}} \rightarrow T = 1600\pi$ s (β) η ίδια]

***93.** Η φθίνουσα αρμονική ταλάντωση συστήματος μάζας - ελατηρίου περιγράφεται από την εξίσωση x = ασυνωt, όπου $\alpha = \alpha_0 e^{-\Lambda t}$ και $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \Lambda^2}$.

Στο σύστημα ενεργεί δύναμη απόσβεσης ανάλογη της ταχύτητας, δηλαδή F = – bυ.

Α. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση x = f (t) (ποιοτικό διάγραμμα).

Β. Αν η απόσβεση είναι πολύ μικρή ώστε $\Lambda^2 << \frac{k}{m}$, να δείξετε ότι:

i) Η ολική ενέργεια του ταλαντούμενου συστήματος μπορεί να γραφεί με τη μορφή $E_{ολ} = \frac{1}{2} k \alpha_0^2 e^{-2\Lambda t}$.

ii) Ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών της ολικής ενέργειας, που διαφέρουν χρονικά κατά μια περίοδο Τ, είναι ίσος προς $\frac{E_n}{E_{n+1}} = e^{2\Lambda T}$.