

Αλγεβρα.

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδειχθεί ότι: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 15)

A2. Να σημειώσετε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν $\theta > 0$, τότε ισχύει: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta \Leftrightarrow x \in (-\theta, \theta)$

β) Αν A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , τότε ισχύει:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

γ) Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι μιας γεωμετρικής προόδου, τότε: $\beta^2 = \alpha + \gamma$

δ) Η πιθανότητα ώστε να πραγματοποιούνται ταυτόχρονα δύο ενδεχόμενα A, B είναι $P(A \cap B)$

ε) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\sqrt{x^2} = x$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

B1) Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - x - 6 = 0$ (1) (Μονάδες 09)

B2) Να λύσετε την ανίσωση: $|x - 1| < 2$ (2) (Μονάδες 09)

B3) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του x που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις σχέσεις (1) και (2). (Μονάδες 07)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ο αριθμός

$$\alpha \in \mathbb{R} \text{ με } \alpha = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

και οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 5x + \beta$, $g(x) = x - 1$, $\beta \in \mathbb{R}$

των οποίων οι γραφικές παραστάσεις τέμνονται σε σημείο με τετμημένη $x_0 = 1$.

Γ1. Να δειχθεί ότι:

i) $\alpha = 2\sqrt{3}$ (Μονάδες 05)

ii) $\beta = 4$ (Μονάδες 05)

Γ2. Από τους μαθητές της Α' Λυκείου του 3^{ου} Γ.Ε.Λ. Κοζάνης επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή.

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: «ο μαθητής διάβασε Άλγεβρα» και B: «ο μαθητής διάβασε Γεωμετρία»

με πιθανότητες:

$$P(A) = \frac{f(5)}{8}, \quad P(B) = \frac{f(6)}{15}$$

Η πιθανότητα ο μαθητής να διάβασε και τα δύο μαθήματα είναι:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

Γ1) Να δειχθεί ότι:

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ και } P(B) = \frac{2}{3}$$

(Μονάδες 05)

Γ2) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

i) Ο μαθητής διάβασε τουλάχιστον ένα από τα δύο μαθήματα. (Μονάδες 05)

ii) Ο μαθητής διάβασε μόνο Άλγεβρα (Μονάδες 05)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x - 6 < 0$. (Μονάδες 10)

Δ2) Να βρείτε το πρόσημο του αριθμού

$$K = \left(-\frac{46}{47}\right)^2 + 5\frac{46}{47} - 6$$

και να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας. (Μονάδες 07)

Δ3) Αν $a \in (-6, 6)$, να βρείτε το πρόσημο της παράστασης

$$A = a^2 - 5|a| - 6.$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 08)