

Αλγεβρα.

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδειχθεί το θεώρημα:

$$\text{Αν } \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \text{ τότε να δείξετε ότι: } |\alpha\beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

(μορ.15)

A2. Να χαρακτηρίσετε με **Σωστό** ή **Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις:

1. $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ και } \beta = 0 \text{ για } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$
2. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.
3. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $|x| \geq x$.
4. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ τότε: $S = x_1 + x_2 = \frac{\gamma}{a}$
5. Αν $\theta > 0$ τότε $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.

(μορ.10)

ΘΕΜΑ Β

B1) Να λύσετε την εξίσωση :

$$\frac{3|x-1|+1}{2} + \frac{2|x-1|-1}{3} = \frac{|x-1|+2}{3}$$

(μορ.12)

B2) Να λύσετε την ανίσωση:

$$3(|x|-1)-2(2-|x|) > 2$$

(μορ.13)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 2)x + 2\lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)

Γ1) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

(μορ.05)

Γ2) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση (1) να έχει μία διπλή ρίζα.

(μορ.05)

Γ3) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες άνισες.

(μορ.05)

Γ4) Να βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της εξίσωσης (1) και να βρεθούν τα $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε $S \cdot P > 0$.

(μορ.05)

Γ5) Να βρείτε τα $\lambda \in R$, ώστε οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης (1) να ικανοποιούν τη σχέση:

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 13$$

(μορ.05)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = \frac{ax - 8}{x^2 - 4x - 5}$$

της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(1,2)$

Δ1) Να λυθεί η εξίσωση: $x^2 - 4x - 5 = 0$

(μορ.05)

Δ2) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και ότι

$$f(x) = \frac{-8}{x - 5}$$

(μορ.05)

Δ3) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης (C_f) της συνάρτησης f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$

(μορ.05)

Δ4) Θεωρούμε τη συνάρτηση g με τύπο $g(x) = (x^2 - 5x) \cdot f(x)$

ι) Να δείξετε ότι $g(x) = -8x$

(μορ.05)

ιι) Να βρεθεί η ευθεία (ε) που είναι παράλληλη στην γραφική παράσταση της συνάρτησης g και διέρχεται από το σημείο $M(1,2)$.

(μορ.05)