

ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$ με $a \neq 0$. Αν **S** το άθροισμα και **P** το γινόμενο των ριζών να αποδείξετε ότι:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad \text{και} \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος.

α) Αν $a^2 + b^2 = 0$ τότε $a=0$ και $b=0$.

β) Τα σημεία $M(a,b)$ και $M'(-a,b)$ είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$.

γ) Αν $a < b$ και $c < 0$ τότε $a \cdot c < b \cdot c$.

δ) Η εξίσωση $y = ax + b$ με $a > 0$ παριστάνει ευθεία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ οξεία γωνία.

ε) Η εξίσωση $ax + b = 0$ με $a \neq 0$ έχει μοναδική λύση την

$$x = \frac{-b}{a}$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Αν ο πραγματικός αριθμός x ικανοποιεί τη σχέση: $|x + 1| < 2$.

B1. Να δείξετε ότι $x \in (-3, 1)$.

Μονάδες 08

B2. Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης

$$K = \frac{|x + 3| + |x - 1|}{4}$$

είναι αριθμός ανεξάρτητος του x .

Μονάδες 08

B3. Να βρείτε το x το οποίο επαληθεύει και την εξίσωση $x^2 + 6x + 8 = 0$.

Μονάδες 09

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λυθούν οι εξισώσεις i) $|\lambda - 1| = 1$ και ii) $4 - \lambda^2 = 0$

Μονάδες 06

Γ2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2|\lambda - 1|x - \lambda^2 = 0$.

i) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 06

ii) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε τα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$ ως συνάρτηση του λ .

Μονάδες 06

iii) Να βρείτε το λ αν $x_1 + x_2 = -2$ και $x_1 \cdot x_2 = -4$

Μονάδες 07

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 5x + \mu$ και $g(x) = 2x - 6$.

Αν γνωρίζεται ότι $f(2) = -2$:

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\mu=4$

Μονάδες 06

Δ2. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 06

Δ3. Να βρείτε τα x για τα οποία η γραφική παράστασης της f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράστασης της g .

Μονάδες 06

Δ4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$h(x) = \frac{f(x) + 2}{g(x)}$$

και να αποδείξετε ότι

$$h(x) = \frac{x - 2}{2}$$

Μονάδες 07