

Αλγεβρα

ΘΕΜΑ Α

- A1) Έστω x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$.
Αν S το άθροισμα και P το γινόμενο των x_1, x_2 , να δειχθεί ότι:
- α) $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ (Μονάδες 08)
- β) $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ (Μονάδες 07)
- A2. Να σημειώσετε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις:
- α) Αν $\theta > 0$, τότε ισχύει: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta \Leftrightarrow x \in (-\theta, \theta)$
- β) $\alpha^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow (\alpha \neq 0 \text{ ή } \beta \neq 0)$
- γ) Αν $\alpha^2 = \alpha \cdot \beta$ τότε $(\alpha = \beta \text{ ή } \alpha = 0)$
- δ) Αν $\frac{\alpha}{\beta} > 1$ τότε $\alpha > \beta$
- ε) Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει $(\alpha - 1)^2 + (\alpha + 1)^2 > 0$ (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται δύο τμήματα με μήκη x και y , για τα οποία ισχύουν:

$$|x - 3| \leq 2 \text{ και } |y - 6| \leq 4$$

- B1) Να δείξετε ότι: $1 \leq x \leq 5$ και $2 \leq y \leq 10$ (Μονάδες 12)
- B2) Να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις $2x$ και y . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1) Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 3x - 2 < 0$ (1) (Μονάδες 06)
- Γ2) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί $-\frac{1}{2018}$, $-\frac{7}{15}$, $\alpha^2 + \beta^2$, $\frac{\alpha + \beta}{\beta}$, με $-1 < \alpha < \beta < 0$ είναι λύσεις της ανίσωσης (1). (Μονάδες 06)

Γ3) Να βρείτε το πρόσημο του αριθμού

$$K = 2 \left(\frac{7}{15} \right)^2 + 3 \frac{7}{15} - 2$$

και να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.

(Μονάδες 06)

Γ4) Αν $\lambda \in (-2, 2)$, τότε να βρείτε το πρόσημο της παράστασης

$$A = 2\lambda^2 - 3|\lambda| - 2. \text{ Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.} \quad (\text{Μονάδες } 07)$$

ΘΕΜΑ Δ (τράπεζα, 4_1963)

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = x^2$ και $g(x) = \lambda x + (1 - \lambda)$, $x \in \mathbb{R}$
και λ παράμετρος με $\lambda \neq 0$.

Δ1) Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g έχουν για κάθε τιμή της παραμέτρου λ ένα τουλάχιστον κοινό σημείο. (Μονάδες 08)

Δ2) Για ποια τιμή της παραμέτρου λ οι C_f και C_g έχουν ένα μόνο κοινό σημείο; Ποιο είναι το σημείο αυτό; (Μονάδες 08)

Δ3) Αν $\lambda \neq 2$ και x_1, x_2 είναι οι τετμημένες των κοινών σημείων των C_f και C_g , να βρεθεί η παράμετρος λ ώστε να ισχύει:

$$(x_1 + x_2)^2 = |x_1 + x_2| + 2 \quad (\text{Μονάδες } 09)$$