

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΘΕΩΡΙΑ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Νόμος Hooke: Οι ελαστικές παραμορφώσεις είναι ανάλογες με τις δυνάμεις που τις προκαλούν.

$$F=kx \quad (1)$$

F =δύναμη,

k =σταθερά του ελατηρίου,

x =επιμήκυνση ελατηρίου.

2. Συνισταμένη δυο ή περισσότερων δυνάμεων, που επενεργούν σε ένα σημείο Σ , λέγεται μια δύναμη που αν αντικαταστήσει τις δυνάμεις αυτές, επιφέρει το ίδιο αποτέλεσμα. Συμβολίζεται με $F_{ολ}$ ή ΣF . Οι δυνάμεις που αυτή αντικαθιστά, λέγονται συνιστώσες της.

3. Συνισταμένη ομόροπων δυνάμεων :



$$F_{ολ}=F_1+F_2 \quad (2)$$

4. Συνισταμένη αντίροπων δυνάμεων:

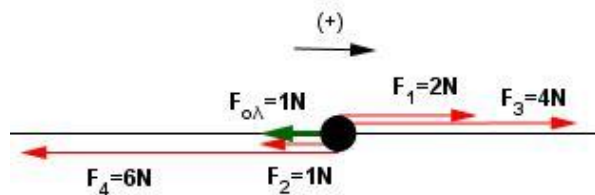


$$F_{ολ}=F_1-F_2 \quad (3)$$

5. Εάν σε ένα σώμα Σ ασκούνται περισσότερες από δυο δυνάμεις, για να βρούμε το μέτρο και τη φορά της συνισταμένης δύναμης, χρησιμοποιούμε την σχέση:

$$F_{ολ}=F_1+F_2+F_3+\dots \quad (4)$$

Στην σχέση (4) οι δυνάμεις F_1, F_2, F_3, \dots αντικαθίστανται αλγεβρικά. Εάν η $F_{ολ}$ είναι θετική, τότε έχει τη θετική φορά και εάν είναι αρνητική, έχει τη αρνητική φορά.



Π.χ. στο παραπάνω σχήμα είναι:

$$\begin{aligned} F_{ολ} &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ &= 2N - 1N + 4N - 6N \\ &= -1N. \end{aligned}$$

Το (-) σημαίνει ότι η $F_{ολ}$ έχει την αρνητική φορά (σχήμα).

6. Αδράνεια της ύλης ή αδράνεια των σωμάτων ονομάζεται η ιδιότητα που έχουν αυτά, να αντιστέκονται στην μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης.
7. 1ος νόμος Νεύτωνα: Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι

μηδέν, τότε το σώμα ή ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

8. 2ος νόμος Νεύτωνα: Αν σε ένα σώμα ασκείται δύναμη F , τότε το σώμα αποκτά επιτάχυνση a ανάλογη της δύναμης F , η οποία έχει τη φορά της δύναμης F .

$$F=ma \quad (5)$$

Ο συντελεστής αναλογίας m ονομάζεται μάζα αδράνειας του σώματος ή απλά μάζα.

9. Εάν στο σώμα ασκούνται περισσότερες των μια δυνάμεων, τότε ο 2ος νόμος του Νεύτωνα ισχύει για την συνισταμένη των δυνάμεων:

$$\Sigma F=ma \quad (6)$$

10. $[F]=[m] \cdot [a]$ και στο S.I. είναι $1N=1Kg \cdot m/s^2$. Δηλαδή 1N ονομάζεται η δύναμη που όταν ασκείται σε σώμα μάζας 1Kg, αυτό αποκτά επιτάχυνση $1m/s^2$.

11. Σχέση μάζας-επιτάχυνσης: Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα με την επίδραση σταθερής δύναμης, είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του.

Π.χ. Εάν δύναμη ίδιου μέτρου ασκηθεί σε σώμα διπλάσιας μάζας, το σώμα θα αποκτήσει την μισή επιτάχυνση.

12. Διερεύνηση της σχέσης $F=m \cdot a$:

- Ο 1ος νόμος του Νεύτωνα είναι συνέπεια του 2ου νόμου, γιατί αν $\Sigma F=0$ τότε $m \cdot a=0$ και επειδή $m \neq 0$, θα είναι $a=0$.
- Αν σε ένα σώμα ασκείται σταθερή δύναμη F , τότε το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση a και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, γιατί αν F =σταθερή τότε $m \cdot a$ =σταθερό και επειδή m =σταθερό, θα είναι a =σταθερό.
- Αν F =μεταβαλλόμενη, τότε $m \cdot a$ =μεταβαλλόμενο και επειδή m =σταθερό, θα είναι a =μεταβαλλόμενο.

13. Βάρος ενός σώματος λέγεται η δύναμη με την οποία η γη έλκει το σώμα.

Μαθηματική έκφραση του βάρους :

$$B=m \cdot g \quad (7)$$

Το g ονομάζεται ένταση του πεδίου βαρύτητας της γης ή επιτάχυνση βαρύτητας. Στον ίδιο τόπο είναι ίδια για όλα τα σώματα. Την μεταβολή της θα την δούμε σε επόμενα κεφάλαια. Η μέση τιμή της είναι περίπου $g=9,81m/s^2$. Στις ασκήσεις για λόγους ευκολίας στις πράξεις, η τιμή της θα δίνεται $g=10m/s^2$.

14. Μονάδα βάρους (άρα και δύναμης) είναι το **1Kp=9,81N**. Προκύπτει από την σχέση (7) αν θέσουμε $m=1Kg$ και $g=9,81m/s^2$.

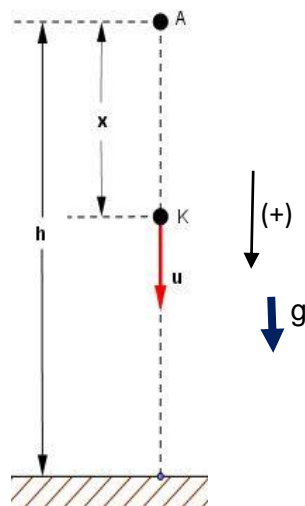
15. Ελεύθερη πτώση ονομάζουμε την κίνηση που εκτελεί ένα σώμα, όταν το αφήσουμε ελεύθερο να πέσει από κάποιο ύψος και η μόνη δύναμη που ασκείται είναι το βάρος του, το οποίο θεωρείται σταθερό.

Είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $g=9,81\text{m/s}^2$, ίδια για όλα τα σώματα. Έχει την διεύθυνση της κατακόρυφου και φορά προς το κέντρο της γης.

Εάν σαν σημείο αναφοράς θεωρήσουμε την αρχική θέση του σώματος και θετική φορά τη φορά προς το κέντρο της γης, η εξίσωση κίνησης και η ταχύτητα του σώματος μετά από χρόνο t (στο παρακάτω σχήμα σε τυχαία θέση K), είναι:

$$x = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \tag{8}$$

$$u = g \cdot t \tag{9}$$



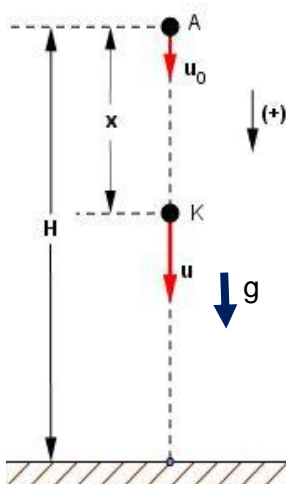
16. Κατακόρυφη βολή με αρχική ταχύτητα u_0 : Είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση g . Υπάρχουν δυο ειδών κατακόρυφες βολές. Προς τα πάνω και προς τα κάτω.

17. Κατακόρυφη βολή προς τα κάτω από κάποιο ύψος H με αρχική ταχύτητα u_0 : Οι εξισώσεις

κίνησης και ταχύτητας είναι (σημείο αναφοράς η αρχική θέση και θετική φορά προς τα κάτω):

$$x = u_0 t + \frac{1}{2}g t^2 \tag{10}$$

$$u = u_0 + g t \tag{11}$$



18. Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω από κάποιο ύψος H με αρχική ταχύτητα u_0 : Οι

εξισώσεις κίνησης και ταχύτητας είναι (σημείο αναφοράς η αρχική θέση A και θετική φορά προς τα πάνω):

$$x = u_0 t - \frac{1}{2}g t^2 \tag{12}$$

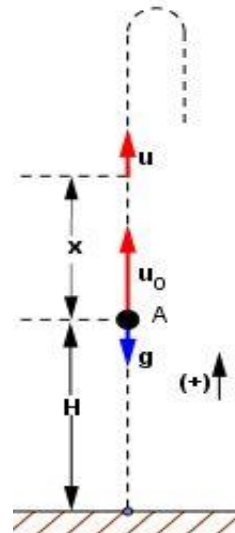
$$u = u_0 - g t \tag{13}$$

Χρόνος ανόδου:

$$t_{αν} = \frac{u_0}{g} \tag{14}$$

Χρόνος καθόδου:

$$t_{καθ} = \frac{u_0}{g} \tag{15}$$



Συνολικός χρόνος κίνησης: $t_{ολ} = \frac{2u_0}{g} \tag{16}$

Μέγιστο ύψος: $h_{μεγ} = \frac{u_0^2}{2g} \tag{17}$

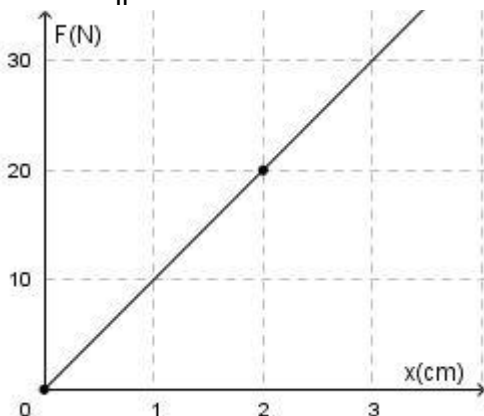
19. Σ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Η επιμήκυνση x και το βάρος B που εξαρτάμε στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στο ταβάνι του εργαστηρίου, δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

$x(\text{cm})$	5	15		20	
$B(\text{N})$		60	8		12

- Υπολογίστε την σταθερά του ελατηρίου.
 - Συμπληρώστε τον πίνακα.
 - Να γίνει η γραφική παράσταση $B=f(x)$.
(Απ: 4N/cm , 20N , 2cm , 80N , 3cm)
2. Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, κρεμάμε σώμα A βάρους 10N και το ελατήριο παραμορφώνεται κατά 5mm .
- Ποια θα είναι η επιμήκυνση, αν αντί του A κρεμάσουμε σώμα B βάρους 20N ;
 - Ποια θα είναι η επιπλέον επιμήκυνση, αν μαζί με το B κρεμάσουμε και το A ;
(Απ: 10mm , 5mm)
3. Στο ακόλουθο διάγραμμα απεικονίζεται η δύναμη F σε συνάρτηση με την επιμήκυνση x του ελατηρίου.



Να υπολογίσετε:

- Τη δύναμη F όταν $x=1,8\text{cm}$.
 - Την επιμήκυνση x όταν $F=30\text{N}$.
(Απ: 18N , 3cm)
4. Σε σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα, καθώς και την μετατόπιση και την ταχύτητά του μετά από χρόνο 2s .
(Απ: 10m/s^2 , 20m/s , 20m)
5. Κινητό βρίσκεται στην αρχή O του άξονα xx' . Αρχικά είναι ακίνητο. Την χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται σε αυτό σταθερή δύναμη μέτρου $F=30\text{N}$ προς τα θετικά του άξονα και την χρονική στιγμή $t=5\text{s}$ έχει αποκτήσει ταχύτητα $u=15\text{m/s}$. Να υπολογίσετε τη μάζα του κινητού.
(Απ: 10Kg)

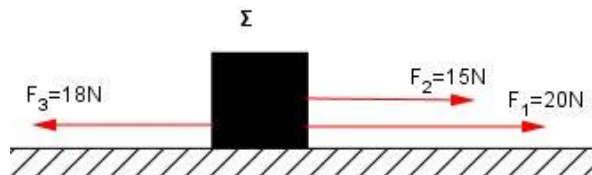
6. Σώμα μάζας 5Kg είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή ασκείται σε αυτό οριζόντια δύναμη και το σώμα διανύει σε χρόνο 4s απόσταση 80m . Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F .
(Απ: 50N)
7. Ποδηλάτης είναι ακίνητος σε ευθύγραμμο δρόμο. Ξεκινά εφαρμόζοντας, με τα πετάλα, σταθερή δύναμη στο ποδήλατο, και αφού διανύσει απόσταση 24m , έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου 12m/s . Εάν η συνολική μάζα ποδηλάτη-ποδηλάτου είναι 60Kg , να υπολογίσετε την δύναμη πέδησης.
(Απ: 180N)
8. Σώμα μάζας 20Kg κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου 54Km/h . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται σε αυτό σταθερή δύναμη μέτρου 100N που έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας. Να υπολογίσετε την ταχύτητά του και τη θέση του, τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$. Δίνεται $x_0=0$.
(Απ: 40m/s , $137,5\text{m}$)
9. Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου 72Km/h , όταν ο οδηγός αντιλαμβάνεται ότι το φανάρι μπροστά του είναι κόκκινο και ο οδηγός πατά το φρένο και ακινητοποιεί το αυτοκίνητο σε χρόνο 4s από τη στιγμή που πάτησε το φρένο. Εάν η συνολική μάζα αυτοκινήτου-οδηγού είναι 800Kg , να υπολογίσετε την δύναμη που άσκησε ο οδηγός με το φρένο και να βρείτε την κατεύθυνσή της.
(Απ: 4000N)
10. Μοτοσικλετιστής συνολικής μάζας 400Kg κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου 50m/s , όταν 85m μπροστά του αντιλαμβάνεται πεζό να διασχίζει τον δρόμο κάθετα. Εάν ο χρόνος αντίδρασης του μοτοσικλετιστή είναι $0,7\text{s}$, να βρείτε ποια είναι η ελάχιστη δύναμη που πρέπει να εφαρμόσει με το φρένο, ώστε να αποφευχθεί η σύγκρουση.
(Απ: 10.000N)
11. Σώμα μάζας 20Kg κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή, ασκείται σε αυτό σταθερή δύναμη που έχει κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας. Μετά από χρόνο 5s από την εφαρμογή της δύναμης, το σώμα έχει διανύσει απόσταση 75m , και η ταχύτητά του έχει μειωθεί κατά 80% της ταχύτητας που είχε πριν την εφαρμογή της δύναμης. Να υπολογίσετε:
- Το μέτρο της ταχύτητας που είχε το σώμα, πριν την εφαρμογή της δύναμης.
 - Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος
 - Το μέτρο της δύναμης που ασκήθηκε στο σώμα.
(Απ: 25m/s , -4m/s^2 , -80N)

12. Σώμα μάζας 4Kg μπορεί να κινείται κατά μήκος του άξονα xx' , και βρίσκεται ακίνητο στην αρχή O . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο σώμα σταθερή δύναμη μέτρου 20N προς την θετική φορά του άξονα. Η δύναμη διαρκεί 4s, οπότε παύει να επενεργεί στο σώμα. Στην συνέχεια κινείται με την ταχύτητα που είχε αποκτήσει στο τέλος των 4ων δευτερολέπτων, για χρόνο 2s, και στη συνέχεια ασκείται σε αυτό σταθερή δύναμη μέτρου 40N προς την αρνητική φορά του άξονα, μέχρις ότου το σώμα να σταματήσει. Να υπολογίσετε:

- i. Την ταχύτητα που απέκτησε στο τέλος των 4ων δευτερολέπτων.
- ii. Το συνολικά διανυθέν διάστημα.
- iii. Τη μέση ταχύτητα του κινητού.
- iv. Να κάνετε την γραφική παράσταση $a-t$, $u-t$ και $x-t$ για το σώμα.

(Απ: 20m/s, 100m, 12,5m/s)

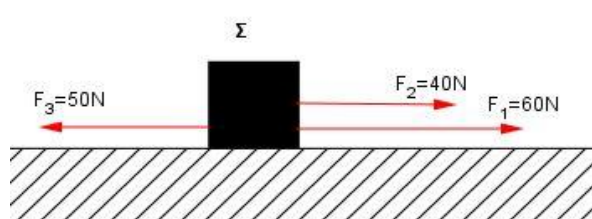
13. Σε σώμα Σ που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκούνται οι δυνάμεις που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση μιας τέταρτης δύναμης, ώστε το σώμα να κινείται με σταθερή ταχύτητα, μέτρου 8m/s.

(Απ: 17N)

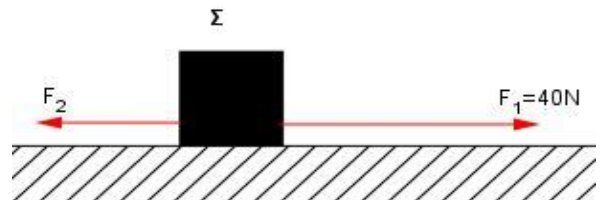
14. Σε σώμα Σ που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκούνται οι δυνάμεις που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



- i. Να υπολογίσετε το μέτρο και τη φορά της συνισταμένης δύναμης και να την σχεδιάσετε.
- ii. Εάν η μάζα του σώματος είναι 5Kg, να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά αυτό και το διάστημα που θα διανύσει σε χρόνο 4s.

(Απ: 50N θετική φορά, 10m/s², 80m)

15. Στο σχήμα φαίνεται ένα σώμα Σ μάζας 5Kg, αρχικά ακίνητο, στο οποίο επενεργούν οι δυνάμεις F_1 και F_2 , με το μέτρο της F_2 μικρότερο του μέτρου της F_1 .



Εάν το σώμα Σ σε χρόνο 3s διανύσει απόσταση 27m, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F_2 . (Απ: 10N)

16. Στο σώμα Σ μάζας 6Kg που βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια δύναμη $F_1=10N$.



Το σώμα μετά από 3s αποκτά ταχύτητα 3m/s. Να εξετάσετε εάν στο σώμα ασκείται και άλλη δύναμη πλην της F_1 και αν ναι, να υπολογίσετε το μέτρο και την φορά της.

(Απ: ναι, 4N με την αρνητική φορά)

17. Δυο σώματα με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα, αφήνονται να πέσουν ελεύθερα από το ίδιο ύψος H πάνω από το έδαφος. Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα:

- i. Πρώτο στο έδαφος θα φθάσει:
 - A. το σώμα μάζας m .
 - B. το σώμα μάζας $2m$.
 - Γ. θα φθάσουν ταυτόχρονα.

Διαλέξτε τη σωστή απάντηση. Μον. 2
Δικαιολογήστε την επιλογή σας. Μον 5

ii. Ο λόγος $\frac{u_A}{u_B}$ των ταχυτήτων με τις οποίες αυτά φθάνουν στο έδαφος είναι:

- A. 2
- B. $\frac{1}{2}$
- Γ. 1

Διαλέξτε τη σωστή απάντηση. Μον. 2
Δικαιολογήστε την επιλογή σας. Μον. 6

18. Δυο σώματα A και B εκτελούν ελεύθερη πτώση από ύψη h_A και h_B αντίστοιχα. Αν το σώμα A φθάνει στο έδαφος με διπλάσια ταχύτητα από το B, τότε:

- α. $h_A=4h_B$
- β. $h_B=4h_A$
- γ. $h_A=h_B$

Διαλέξτε τη σωστή απάντηση. Μον. 2
Δικαιολογήστε την επιλογή σας. Μον. 6

19. Μικρό σώμα κάνει ελεύθερη πτώση από ύψος H . Το ύψος h του σώματος από το έδαφος, τη στιγμή που η ταχύτητά του έχει μέτρο ίσο με το μισό της ταχύτητας με την οποία φθάνει στο έδαφος, είναι:

- α. $h=\frac{H}{2}$
- β. $h=\frac{H}{4}$
- γ. $h=\frac{3H}{4}$

Διαλέξτε τη σωστή απάντηση. Μον. 2
Δικαιολογήστε την επιλογή σας. Μον. 6

- 20.** Ένα σώμα αφήνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ να πέσει από ένα σημείο που βρίσκεται σε ύψος 44,1m πάνω από το έδαφος. Αν το σημείο αναφοράς είναι στο έδαφος να γραφτεί η εξίσωση της κίνησης, να υπολογιστεί η διάρκειά της και να κάνετε τη γραφική παράσταση θέσης-χρόνου. Δίνεται $g=9,8\text{m/s}^2$.
(Απ: 3s)
- 21.** Αφήνουμε να πέσει ένα σώμα από ύψος $h=180\text{m}$.
i. Σε πόσο χρόνο θα φτάσει στο έδαφος;
ii. Με τι ταχύτητα θα φτάσει στο έδαφος;
iii. Σε πόσο ύψος από τη γη βρίσκεται, μετά από 2s από τη στιγμή που το αφήσαμε να πέσει; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 6s, 60m/s, 160m)
- 22.** Από ύψος 20m αφήνουμε να πέσει ένα σώμα.
i. Πόσο απέχει από τη γη και τι ταχύτητα έχει μετά από 1s;
ii. Σε πόσο χρόνο θα φτάσει στο έδαφος και με τι ταχύτητα; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 10m/s, 15m, 2s, 20m/s)
- 23.** Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερο από κάποιο ύψος. Κάποια στιγμή βρίσκεται στη θέση A με ταχύτητα 10m/s, ενώ όταν βρίσκεται στη θέση B έχει ταχύτητα 30m/s. Να υπολογίσετε την απόσταση AB. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 40m)
- 24.** Ένας άνθρωπος βρίσκεται στην ταράτσα ουρανοξύστη ύψους $H=180\text{m}$ και ρίχνει πέτρες με ρυθμό μια κάθε δευτερόλεπτο χωρίς αρχική ταχύτητα.
i. Σε πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα φτάνει η πρώτη πέτρα στο έδαφος;
ii. Πόσο απέχει η δεύτερη από την τρίτη πέτρα, όταν η πρώτη πέτρα φτάνει στο έδαφος; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 6s, 60m/s, 45m)
- 25.** Από ύψος h αφήνουμε να πέσει ελεύθερα μια πέτρα. Πόσο διάστημα διανύει κατά τη διάρκεια του 4^{ου} δευτερολέπτου της κίνησής του; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 35m)
- 26.** Δυο σώματα αφήνονται ελεύθερα από το ίδιο σημείο σε ύψος 180m με διαφορά 2s.
i. Που βρίσκεται το ένα σώμα, όταν το άλλο φθάνει στο έδαφος;
ii. Ποια χρονική στιγμή απέχουν 50m; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 100m από το έδαφος, 3,5s)
- 27.** Από το στόμιο πηγαδιού με νερό βάθους 80m, αφήνουμε να πέσει ένα μικρό αντικείμενο. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα, θα ακούσουμε τον ήχο από την πρόσκρουση του σώματος στο νερό του πηγαδιού; Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και ταχύτητα ήχου $u_{\text{ηχ}}=340\text{m/s}$.
(Απ: 4,24s)
- 28.** Σώμα εκτοξεύεται από το έδαφος προς τα πάνω με ταχύτητα u_0 και φθάνει σε μέγιστο ύψος 80m. Να υπολογίσετε:
i. Το μέτρο της ταχύτητας u_0 .
ii. Το χρόνο ανόδου και τον συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος, μέχρι να πέσει πάλι στο έδαφος.
iii. Σε πόσο χρόνο το μέτρο της ταχύτητάς του έχει μέτρο ίσο με το 75% της αρχικής του ταχύτητας και φορά προς τα πάνω και να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο βρίσκεται τότε.
iv. Σε πόσο χρόνο το μέτρο της ταχύτητάς του έχει μέτρο ίσο με το 75% της αρχικής του ταχύτητας και φορά προς τα κάτω και να δείξετε ότι βρίσκεται στο ίδιο σημείο με αυτό που βρισκόταν και στο (i) ερώτημα.
v. Να κάνετε τα διαγράμματα θέσης-χρόνου και ταχύτητας-χρόνου.
(Απ: i. 40m/s, ii. 4s, 8s, iii. 1s, 35m, iv. 7s)
- 29.** Ένα σώμα εκτοξεύεται από το έδαφος προς τα πάνω, με $u_0=20\text{m/s}$. Να υπολογίσετε:
i. Το χρόνο ανόδου και το μέγιστο ύψος.
ii. Το χρόνο καθόδου και την ταχύτητα επιστροφής.
iii. Την ταχύτητα και τη θέση του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1=1\text{s}$ και $t_2=3\text{s}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 2s, 20m, 2s, -20m/s, 10m/s, 15m, -10m/s, 15m)
- 30.** Σώμα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα 40m/s. Να υπολογίσετε:
i. Την ταχύτητα και τη θέση του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1=2\text{s}$, $t_2=4\text{s}$, $t_3=6\text{s}$ και $t_4=8\text{s}$.
ii. Ποια χρονική στιγμή το σώμα έχει ταχύτητα 5m/s και κατεβαίνει; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 20m/s, 60m, 0, 80m, -20m/s, 20m, -40m/s, 0)
- 31.** Σώμα βάλλεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα 20m/s. Να υπολογίσετε:
i. Την ταχύτητα του σώματος, όταν βρίσκεται 15m από το έδαφος.
ii. Που βρίσκεται το σώμα, όταν έχει ταχύτητα 20m/s και κατεβαίνει; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
(Απ: 10m/s ή -10m, 0)

- 32.** Σώμα βάλλεται προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $u_0=15\text{m/s}$ από γέφυρα ύψους 90m . Να υπολογίσετε:
- Το χρόνο ανόδου του σώματος.
 - Το μέγιστο ύψος που θα φθάσει το σώμα.
 - Την ταχύτητα με την οποία θα συναντήσει το νερό κάτω από τη γέφυρα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: $1,5\text{s}$, $11,2\text{m}$, -45m/s)
- 33.** Σώμα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα 20m/s από την ταράτσα ουρανοξύστη, που βρίσκεται 300m πάνω από το έδαφος. Να υπολογίσετε:
- Το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φτάσει το σώμα.
 - Με πόση ταχύτητα θα περάσει το σώμα κατά την κάθοδό του από την ταράτσα του ουρανοξύστη, κατευθυνόμενο προς το έδαφος;
 - Πόσο χρόνο θα κάνει το σώμα να φτάσει στο έδαφος και με ποια ταχύτητα; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: 320m , -20m/s , 10s , -80m/s)
- 34.** Από ύψος $h=180\text{m}$, αφήνουμε να πέσει μια πέτρα, ενώ την ίδια χρονική στιγμή από το ίδιο σημείο ρίχνουμε κατακόρυφα προς τα κάτω μια άλλη πέτρα με $u_0=25\text{m/s}$. Να βρείτε:
- Τις ταχύτητες με τις οποίες φθάνουν στο έδαφος.
 - Πόσο απέχουν όταν η δεύτερη πέτρα φθάσει στο έδαφος; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: 60m/s , 65m/s , 100m)
- 35.** Από ύψος $H=100\text{m}$ από το έδαφος αφήνουμε ένα σώμα να πέσει ελεύθερο. Από το έδαφος και στην ίδια κατακόρυφο, εκτοξεύουμε ταυτόχρονα ένα άλλο σώμα προς τα πάνω με $u_0=50\text{m/s}$. Να βρείτε που και πότε θα συναντηθούν τα δυο σώματα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: 2s , 80m από το έδαφος)
- 36.** Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος προς τα πάνω με $u_{01}=40\text{m/s}$. Μετά από 4s εκτοξεύεται ένα δεύτερο σώμα από το ίδιο σημείο κατακόρυφα προς τα πάνω με $u_{02}=80\text{m/s}$. Που και πότε θα συναντηθούν τα δυο σώματα; Τι ταχύτητες θα έχουν τότε; Να γίνουν τα διαγράμματα $u-t$ και $x-t$ για τα δυο σώματα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: 5s , 75m από το έδαφος, -10m/s , 70m/s)
- 37.** Βλήμα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω. Το βλήμα διέρχεται από σημείο που απέχει από το έδαφος 15m , δυο φορές που διαφέρουν χρονικά κατά 2s . Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα του βλήματος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: 20m/s)
- 38.** Σώμα μάζας 10Kg βρίσκεται ακίνητο στο έδαφος. Κάποια στιγμή ασκείται στο σώμα κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω σταθερού μέτρου $F=120\text{N}$. Η δύναμη διαρκεί για χρονικό διάστημα 10s και μετά παύει να ασκείται. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει το σώμα και την ταχύτητα με την οποία επιστρέφει στο έδαφος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: 120m , -49m/s)
- 39.** Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ορισμένο ύψος. Παρατηρείται ότι το σώμα διανύει $1,76 \cdot 10^2\text{m}$ κατά τη διάρκεια του τελευταίου δευτερολέπτου της κίνησής του. Από ποιο ύψος πέφτει το σώμα; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: 1640m)
- 40.** Ένα σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος h , στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του πριν συναντήσει το έδαφος, διανύει το 36% του ύψους h . Ποιο είναι το ύψος h ; (Απ: 125m)
- 41.** Σώμα Α βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω, από σημείο Ο του εδάφους, με ταχύτητα 20m/s . Την ίδια στιγμή και από ύψος 60m από το έδαφος, στην ίδια κατακόρυφο με το Ο, αφήνουμε να πέσει ελεύθερο ένα δεύτερο σώμα Β.
- Θεωρώντας σημείο αναφοράς το Ο και θετική φορά προς τα πάνω, να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης των δυο σωμάτων και τις εξισώσεις των ταχυτήτων τους.
 - Να υπολογίσετε το χρόνο ανόδου και το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει το σώμα Α.
 - Πόσο απέχουν τα σώματα μεταξύ τους, όταν το σώμα Α βρίσκεται στο μέγιστο ύψος;
 - Να υπολογίσετε το χρόνο στον οποίο θα συναντηθούν τα σώματα και να υπολογίσετε τις ταχύτητές τους τη στιγμή της συνάντησης.
 - Να κάνετε, σε κοινά διαγράμματα, τις γραφικές παραστάσεις ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου για τα δυο σώματα, μέχρι τη στιγμή που το σώμα Α επιστρέφει στο έδαφος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Απ: i. $x_A=20t-5t^2$, $x_B=60-5t^2$, $u_A=20-10t$, $u_B=-10t$, ii. 2s , 20m , iii. 20m , iv. 3s , -10m/s , -30m/s)
- 42.** Από ελικόπτερο που βρίσκεται ακίνητο σε ύψος 165m από το έδαφος, βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω βλήμα, με ταχύτητα

15m/s. Την ίδια στιγμή από το έδαφος, κάτω από το ελικόπτερο και στην ίδια κατακόρυφο με αυτό, βάλλεται δεύτερο βλήμα, με ταχύτητα 40m/s με φορά προς το ελικόπτερο. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο το δεύτερο βλήμα θα αναχαιτίσει το πρώτο βλήμα και σε ποιο ύψος από το έδαφος.

(Απ: 3s, 75m)

43. END

