

**ΕΥΘΕΙΑ**

1. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης (όπου υπάρχει) της ευθείας που:
  - i. διέρχεται από τα σημεία A(1,-2) και B(3,6),
  - ii. διέρχεται από τα σημεία A(2,-2) και B(3,-2),
  - iii. διέρχεται από τα σημεία A(1,4) και B(1,6),
  - iv. έχει εξίσωση  $y=-3x+4$ ,
  - v. έχει εξίσωση  $3x-y+1=0$ ,
  - vi. έχει εξίσωση  $4x+3y-7=0$ ,
  - vii. έχει εξίσωση  $y=4$ ,
  - viii. έχει εξίσωση  $x=2$ ,
  - ix. σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Ox,
  - x. σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Ox,
  - xi. σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Ox
  - xii. είναι κάθετη στον άξονα  $yy'$ ,
  - xiii. είναι παράλληλη στον άξονα  $yy'$ ,
  - xiv. είναι κάθετη στον άξονα  $xx'$ ,
  - xv. είναι παράλληλη στον άξονα  $xx'$ ,
  - xvi. σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $yy'$  (δύο περιπτώσεις),
  - xvii. σχηματίζει γωνία  $120^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Ox,
  - xviii. σχηματίζει γωνία  $135^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Ox,
  - xix. σχηματίζει γωνία  $160^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Ox.
2. Να εξετάσετε εάν το σημείο A στις παρακάτω περιπτώσεις είναι ή όχι σημείο της ευθείας (ε):
  - i. A(1,-1) και (ε):  $y=2x-3$ ,
  - ii.  $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  και (ε):  $y=4x+1$ ,
  - iii.  $A(1, \sqrt{3})$  και (ε):  $2x - \sqrt{3}y + 1 = 0$ ,
  - iv.  $A(1 + \sqrt{3}, 1)$  και (ε):  $y = (\sqrt{3} - 1)x - 1$ ,
  - v. A(1,-2) και (ε):  $3x - 2y + 1 = 0$ .
3. Να υπολογίσετε το  $k \in \mathbb{R}$ , ώστε το σημείο A(1,6) να είναι σημείο της ευθείας (ε):  $(k+1)x - y + 2 = 0$ .
4. Υπολογίστε τα  $k, \lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε τα σημεία A(-k,  $\lambda+1$ ) και B(- $\lambda$ ,  $5k+3$ ) να είναι σημεία της ευθείας (ε):  $y=3x+2$ .
5. Να υπολογίσετε το  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε το σημείο A(1,2) να είναι σημείο της ευθείας (ε):  $y=(\lambda^2+1)x - (\lambda+1)$ .
6. Να υπολογίσετε το  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε το σημείο A(-1,  $\lambda^2+1$ ) να είναι σημείο της ευθείας (ε):  $(|\lambda|+1)x + y - 2 = 0$ .
7. Να υπολογίσετε το  $\alpha \in \mathbb{R}$ , ώστε το σημείο A(-1,4) να είναι σημείο της ευθείας (ε):  $(\alpha^3+2)x + y - 1 = 0$ .
8. Βρείτε τα  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , ώστε η ευθεία με εξίσωση  $(\alpha^2+\beta^2)x - (\alpha+2\beta)y + 5 = 0$  να διέρχεται από το σημείο A(1,2).
9. Να υπολογίσετε το  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε η ευθεία (ε):  $(\lambda^3+8)x + (|\lambda+1|-2)y + 3 = 0$  να είναι:
  - α) παράλληλη στον άξονα  $xx'$ ,
  - β) παράλληλη στον άξονα  $yy'$ ,
10. Να υπολογίσετε το  $\lambda \in \mathbb{Z}$ , ώστε οι ευθείες (ε<sub>1</sub>):  $y = \lambda^3(\lambda^3-2)x + 5$  και (ε<sub>2</sub>):  $y = 80x - 3$  να είναι παράλληλες.
11. Να υπολογίσετε το  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε οι ευθείες (ε<sub>1</sub>):  $y = (\lambda-1)x + 5$  και (ε<sub>2</sub>):  $y = \frac{\lambda}{3\lambda+1}x - 3$  να είναι κάθετες.
  12. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ε<sub>1</sub>) και (ε<sub>2</sub>) με εξισώσεις (ε<sub>1</sub>):  $y=2x+5$  και (ε<sub>2</sub>):  $4x+y+1=0$  τέμνονται και να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους.
  13. Να βρείτε τις συν/νες του σημείου τομής των ευθειών με εξισώσεις  $y = \sqrt{3}x - 5$  και  $x - y - 2 - \sqrt{3} = 0$ .
  14. Να βρείτε τις συν/νες του σημείου τομής των ευθειών με εξισώσεις (ε<sub>1</sub>):  $(\sqrt{3}-1)x + y = \sqrt{3} - 2$  και (ε<sub>2</sub>):  $x + (\sqrt{3}+1)y = -\sqrt{3}$ .
  15. Να υπολογίσετε τα  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , ώστε οι ευθείες (ε<sub>1</sub>):  $\alpha x + \beta y = -13$  και (ε<sub>2</sub>):  $(3+\alpha)x + 2y = 7 - \beta$  να τέμνονται στο σημείο A(2,-3).
  16. Να υπολογίσετε το  $\alpha \in \mathbb{R}$ , ώστε οι ευθείες  $\alpha x + \alpha y = 1$  και  $x + \alpha y = \alpha$ , να τέμνονται σε σημείο που το άθροισμα των συντεταγμένων του ισούται με 4.
  17. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες AB και ΓΔ με A(4,1), B(-1,3), Γ(4,-2), Δ(6,3) είναι κάθετες. Μετά να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών αυτών και τις συν/νες του σημείου τομής τους.
  18. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που:
    - i. διέρχεται από τα σημεία A(-1,-7) και B(1,3).
    - ii. διέρχεται από τα σημεία A(2,-3) και B(2,4).
    - iii. διέρχεται από τα σημεία A(2,-5) και B(4,-5).
    - iv. διέρχεται από το σημείο  $A\left(\frac{1}{2}, -1\right)$  και έχει κλίση 4.
    - v. διέρχεται από το σημείο A(- $\sqrt{3}$ , 1) και σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Ox.
    - vi. διέρχεται από το σημείο A(2,2) και σχηματίζει γωνία  $135^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Ox.
    - vii. διέρχεται από το σημείο A(4, - $2\sqrt{3}$ ) και σχηματίζει γωνία  $150^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα Oy (δύο περιπτώσεις).

viii. διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(4,-8)$ .

ix. τέμνει τον άξονα  $xx'$  στο 4 και τον άξονα  $yy'$  στο -2.

x. διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\alpha} = (3,-9)$ .

xi. διέρχεται από το σημείο  $A(1,-1)$  και είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{\alpha} = (2,1)$ .

xii. διέρχεται από το σημείο  $A\left(\frac{1}{2}, -1\right)$  και είναι παράλληλη στην ευθεία (δ):  $y=3x-1$ .

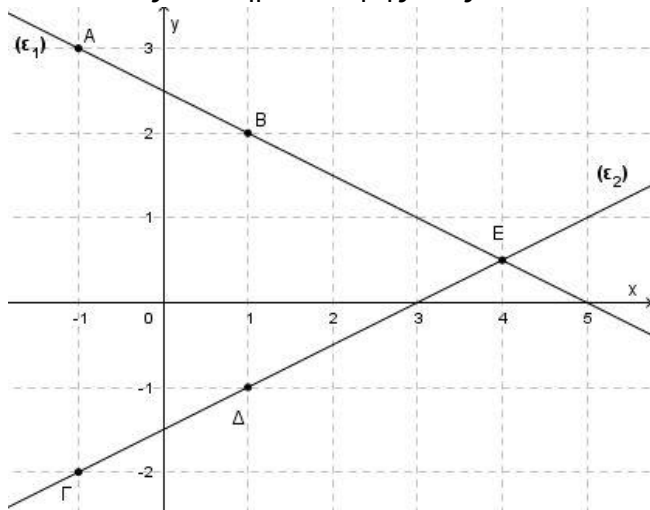
xiii. διέρχεται από το σημείο  $A(-2,2)$  και είναι παράλληλη στην ευθεία (δ):  $3x-6y+1=0$ .

xiv. διέρχεται από το σημείο  $A(1,2)$  και είναι κάθετη στην ευθεία (δ):  $y=-0,25x+1$ .

xv. διέρχεται από το σημείο  $A\left(\frac{1}{2}, -4\right)$  και είναι κάθετη στην ευθεία (δ):  $x+2y-3=0$ .

xvi. διέρχεται από το σημείο  $A(\sqrt{2}, 3)$  και είναι κάθετη στην ευθεία (δ):  $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x+3$ .

19. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ) στο παρακάτω σχήμα. Μετά να βρείτε τις συν/νες του σημείου τομής τους Ε.



20. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών  $\epsilon_1: 2x+y-1=0$ ,  $\epsilon_2: y+x=0$  και από το σημείο τομής των ευθειών  $\epsilon_3: y=-x+3$ ,  $\epsilon_4: y=2x+9$ .

21. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που τέμνει τον άξονα  $yy'$  στο σημείο με τεταγμένη 3 και είναι κάθετη στην διχοτόμο  $1^{ου}-3^{ου}$  τεταρτημορίου.

22. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $K(1,4)$  και τέμνει τους άξονες στα σημεία A και B έτσι ώστε το K να είναι μέσο του AB.

23. Δίνονται οι ευθείες με εξισώσεις  $\epsilon_1: y=2x-3$  και  $\epsilon_2: y=-x+2$ . Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $K(3,1)$  και τέμνει τις ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  στα σημεία A και B αντίστοιχα, έτσι ώστε το K να είναι μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB.

24. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $K(4,2)$  και σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.

25. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $K(-2,1)$  και τέμνει τον άξονα  $xx'$  σε σημείο Λ, που απέχει από το K απόσταση  $(KL)=\sqrt{10}$ .

26. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $K(-3,-2)$  και τέμνει τον άξονα  $yy'$  σε σημείο Λ, που απέχει από το K απόσταση  $(KL)=5$ .

27. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(2,-2)$  και σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο εμβαδού 1.

28. Τριγώνου ABΓ δίνονται  $A(-1,3)$ ,  $B(2,-1)$  και  $\Gamma(3,1)$ . Να βρείτε:

i. Την εξίσωση του ύψους ΑΔ.

ii. Την εξίσωση της διαμέσου ΒΕ.

iii. Τις συν/νες του σημείου τομής Κ των ΑΔ και ΒΕ.

29. Να βρεθούν οι συν/νες της κορυφής Α τριγώνου ABΓ με  $B(2,-10)$ ,  $\Gamma(4,6)$  και ορθόκεντρο  $H(2,5)$ .

30. Δίνεται η ευθεία ( $\epsilon$ ):  $x-3y+2=0$  και το σημείο  $A(1,3)$ .

i. Να αποδείξετε ότι το σημείο A δεν ανήκει στην ευθεία ( $\epsilon$ ).

ii. Να βρείτε τις συν/νες της προβολής Κ του A στην ευθεία ( $\epsilon$ ).

iii. Να βρείτε τις συν/νες του συμμετρικού Α' του σημείου A ως προς την ευθεία ( $\epsilon$ ).

31. Να βρείτε τις συν/νες του συμμετρικού Α' του σημείου  $A(-2,1)$  ως προς την ευθεία  $x+2y-3=0$ .

32. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB με  $A(1,4)$  και  $B(-3,-8)$ .

33. Να βρείτε τον γ.τ. των σημείων  $M(t+1, 2t+3)$  του επιπέδου, με  $t \in \mathbb{R}$ .

34. Ομοίως εάν  $M\left(\frac{t+1}{2}, t-2\right)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .

35. Να δείξετε ότι η εξίσωση  $2x^2-3xy+y^2=0$ , παριστάνει δυο ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις.

36. Να δείξετε ότι η εξίσωση  $4x^2+y^2-4xy+6x-3y=0$ , παριστάνει δυο ευθείες, των οποίων να

βρείτε τις εξισώσεις. Ποια είναι η σχετική θέση των ευθειών αυτών;

**37.** Δίνεται τετράγωνο  $ABΓΔ$  πλευράς  $a$ . Στις πλευρές του  $AB$  και  $BΓ$  παίρνουμε τα σημεία  $E$  και  $Z$  αντίστοιχα, έτσι ώστε  $(AE)=(BZ)$ .

**i.** Να δείξετε ότι  $(ΔE)=(AZ)$ .

**ii.** Να δείξετε ότι  $ΔE \perp AZ$ .

**38.** S

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

1. i. 4  
 i. 0  
 ii. δεν ορίζεται  
 iii. -3  
 iv. 3  
 v. -4/3  
 vi. 0  
 vii. δεν ορίζεται  
 viii.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 ix. 1  
 x.  $\sqrt{3}$   
 xi. 0  
 xii. δεν ορίζεται  
 xiii. δεν ορίζεται  
 xiv. 0  
 xv. 1 ή -1  
 xvi.  $-\sqrt{3}$   
 xvii. -1  
 xviii.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
2. i. ναι  
 ii. όχι  
 iii. ναι  
 iv. ναι  
 v. όχι.
3.  $\kappa=3$   
 4.  $\kappa=1, \lambda=-2$   
 5.  $\lambda=2$  ή  $\lambda=-1$   
 6.  $\lambda=\pm 2$   
 7.  $\alpha=1$   
 8.  $\alpha=1, \beta=2$   
 9. α)  $\lambda=-2$  β)  $\lambda=1$  ή  $\lambda=-3$   
 10.  $\lambda=-2$   
 11.  $\lambda=-1$   
 12. (-1,3)  
 13.  $(\sqrt{3}, -2)$   
 14. (1,-1)  
 15.  $\alpha=-2, \beta=3$   
 16.  $\alpha=1/4$
17.  $2x+5y-13=0, 5x-2y-24=0, \left(\frac{146}{29}, \frac{17}{29}\right)$
18. i.  $y=5x-2$   
 ii.  $x=2$   
 iii.  $y=-5,$   
 iv.  $y=4x-3$   
 v.  $x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$   
 vi.  $y=-x+4$   
 vii.  $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$  ή  $y=\sqrt{3}x-6\sqrt{3}$
- viii.  $y=-2x$   
 ix.  $x-2y-4=0$   
 x.  $y=-3x,$   
 xi.  $y=-2x+1$   
 xii.  $y=3x-\frac{5}{2}$   
 xiii.  $y=\frac{1}{2}x+3$   
 xiv.  $y=4x-2$   
 xv.  $y=2x-5$   
 xvi.  $y=\sqrt{2}x+1$
19.  $(\epsilon_1): x+2y-5=0, (\epsilon_2): x-2y-3=0$   
 20.  $y=-2x+1$   
 21.  $y=-x+3$   
 22.  $y=-4x+8$   
 23.  $x=3$   
 24.  $y=x-2$  ή  $y=-x+6$   
 25.  $x+3y-1=0$  ή  $x-3y+5=0.$   
 26.  $4x-3y+6=0$  ή  $4x+3y+18=0$   
 27.  $y=-\frac{1}{2}x-1$  ή  $y=-2x+2$   
 28. ΑΔ:  $x+2y-5=0, ΒΕ: y=-3x+5, Κ(1,2)$   
 29. (-6,6)  
 30.  $K\left(\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right), A'\left(\frac{11}{5}, -\frac{3}{5}\right)$   
 31.  $A'\left(-\frac{4}{5}, \frac{17}{5}\right)$   
 32.  $x+3y+7=0$   
 33.  $y=2x+1$   
 34.  $y=2x-3$   
 35.  $y=2x$  και  $y=x$   
 36.  $y=2x+3$  και  $y=2x,$  είναι παράλληλες  
 37.  $\sigma$