

ΕΥΘΕΙΑ

1. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης (όπου υπάρχει) της ευθείας που:
 - i. διέρχεται από τα σημεία A(1,-2) και B(3,6),
 - ii. διέρχεται από τα σημεία A(2,-2) και B(3,-2),
 - iii. διέρχεται από τα σημεία A(1,4) και B(1,6),
 - iv. έχει εξίσωση $y=-3x+4$,
 - v. έχει εξίσωση $3x-y+1=0$,
 - vi. έχει εξίσωση $4x+3y-7=0$,
 - vii. έχει εξίσωση $y=4$,
 - viii. έχει εξίσωση $x=2$,
 - ix. σχηματίζει γωνία 30° με τον θετικό ημιάξονα Ox,
 - x. σχηματίζει γωνία 45° με τον θετικό ημιάξονα Ox,
 - xi. σχηματίζει γωνία 60° με τον θετικό ημιάξονα Ox
 - xii. είναι κάθετη στον άξονα yy',
 - xiii. είναι παράλληλη στον άξονα yy',
 - xiv. είναι κάθετη στον άξονα xx',
 - xv. είναι παράλληλη στον άξονα xx',
 - xvi. σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα yy' (δύο περιπτώσεις),
 - xvii. σχηματίζει γωνία 120° με τον θετικό ημιάξονα Ox,
 - xviii. σχηματίζει γωνία 135° με τον θετικό ημιάξονα Ox,
 - xix. σχηματίζει γωνία 160° με τον θετικό ημιάξονα Ox.
2. Να εξετάσετε εάν το σημείο A στις παρακάτω περιπτώσεις είναι ή όχι σημείο της ευθείας (ε):
 - i. A(1,-1) και (ε): $y=2x-3$,
 - ii. $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ και (ε): $y=4x+1$,
 - iii. $A(1, \sqrt{3})$ και (ε): $2x - \sqrt{3}y + 1 = 0$,
 - iv. $A(1 + \sqrt{3}, 1)$ και (ε): $y = (\sqrt{3} - 1)x + 1$,
 - v. A(1,-2) και (ε): $3x - 2y + 1 = 0$.
3. Να υπολογίσετε το $k \in \mathbb{R}$, ώστε το σημείο A(1,6) να είναι σημείο της ευθείας (ε): $(k+1)x - y + 2 = 0$.
4. Υπολογίστε τα $k, \lambda \in \mathbb{R}$, ώστε τα σημεία A(-k, $\lambda+1$) και B(- λ , $5k+3$) να είναι σημεία της ευθείας (ε): $y=3x+2$.
5. Να υπολογίσετε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το σημείο A(1,2) να είναι σημείο της ευθείας (ε): $y=(\lambda^2+1)x - (\lambda+1)$.
6. Να υπολογίσετε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το σημείο A(-1, λ^2+1) να είναι σημείο της ευθείας (ε): $(|\lambda|+1)x + y - 2 = 0$.
7. Να υπολογίσετε το $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε το σημείο A(-1,4) να είναι σημείο της ευθείας (ε): $(\alpha^3+2)x + y - 1 = 0$.
8. Βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε η ευθεία με εξίσωση $(\alpha^2+\beta^2)x - (\alpha+2\beta)y + 5 = 0$ να διέρχεται από το σημείο A(1,2).
9. Να υπολογίσετε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η ευθεία (ε): $(\lambda^3+8)x + (|\lambda+1|-2)y + 3 = 0$ να είναι:
 - α) παράλληλη στον άξονα xx',
 - β) παράλληλη στον άξονα yy',
10. Να υπολογίσετε το $\lambda \in \mathbb{Z}$, ώστε οι ευθείες (ε₁): $y = \lambda^3(\lambda^3-2)x + 5$ και (ε₂): $y = 80x - 3$ να είναι παράλληλες.
11. Να υπολογίσετε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες (ε₁): $y = (\lambda-1)x + 5$ και (ε₂): $y = \frac{\lambda}{3\lambda+1}x - 3$ να είναι κάθετες.
 12. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ε₁) και (ε₂) με εξισώσεις (ε₁): $y=2x+5$ και (ε₂): $4x+y+1=0$ τέμνονται και να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους.
 13. Να βρείτε τις συν/νες του σημείου τομής των ευθειών με εξισώσεις $y = \sqrt{3}x - 5$ και $x - y - 2 - \sqrt{3} = 0$.
 14. Να βρείτε τις συν/νες του σημείου τομής των ευθειών με εξισώσεις (ε₁): $(\sqrt{3}-1)x + y = \sqrt{3} - 2$ και (ε₂): $x + (\sqrt{3}+1)y = -\sqrt{3}$.
 15. Να υπολογίσετε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες (ε₁): $\alpha x + \beta y = -13$ και (ε₂): $(3+\alpha)x + 2y = 7 - \beta$ να τέμνονται στο σημείο A(2,-3).
 16. Να υπολογίσετε το $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες $\alpha x + \alpha y = 1$ και $x + \alpha y = \alpha$, να τέμνονται σε σημείο που το άθροισμα των συντεταγμένων του ισούται με 4.
 17. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες AB και ΓΔ με A(4,1), B(-1,3), Γ(4,-2), Δ(6,3) είναι κάθετες. Μετά να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών αυτών και τις συν/νες του σημείου τομής τους.
 18. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που:
 - i. διέρχεται από τα σημεία A(-1,-7) και B(1,3).
 - ii. διέρχεται από τα σημεία A(2,-3) και B(2,4).
 - iii. διέρχεται από τα σημεία A(2,-5) και B(4,-5).
 - iv. διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ και έχει κλίση 4.
 - v. διέρχεται από το σημείο $A(-\sqrt{3}, 1)$ και σχηματίζει γωνία 30° με τον θετικό ημιάξονα Ox.
 - vi. διέρχεται από το σημείο A(2,2) και σχηματίζει γωνία 135° με τον θετικό ημιάξονα Ox.
 - vii. διέρχεται από το σημείο $A(4, -2\sqrt{3})$ και σχηματίζει γωνία 120° με τον θετικό ημιάξονα Oy (δύο περιπτώσεις).

viii. διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο A(4,-8).

ix. τέμνει τον άξονα xx' στο 4 και τον άξονα yy' στο -2.

x. διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\alpha} = (3,-9)$.

xi. διέρχεται από το σημείο A(1,-1) και είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\alpha} = (2,1)$.

xii. διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία (δ): $y=3x-1$.

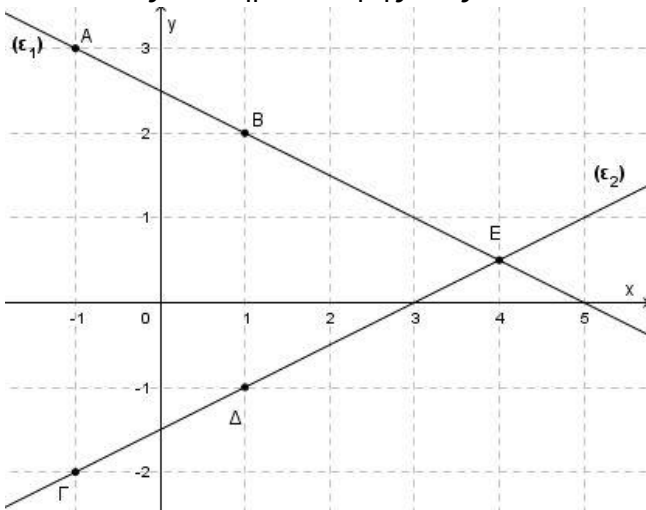
xiii. διέρχεται από το σημείο A(-2,2) και είναι παράλληλη στην ευθεία (δ): $3x-6y+1=0$.

xiv. διέρχεται από το σημείο A(1,2) και είναι κάθετη στην ευθεία (δ): $y=-0,25x+1$.

xv. διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{1}{2}, -4\right)$ και είναι κάθετη στην ευθεία (δ): $x+2y-3=0$.

xvi. διέρχεται από το σημείο $A(\sqrt{2}, 3)$ και είναι κάθετη στην ευθεία (δ): $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x+3$.

19. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών (ϵ_1) και (ϵ_2) στο παρακάτω σχήμα. Μετά να βρείτε τις συν/νες του σημείου τομής τους E.



20. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $\epsilon_1: 2x+y-1=0$, $\epsilon_2: y+x=0$ και από το σημείο τομής των ευθειών $\epsilon_3: y=-x+3$, $\epsilon_4: y=2x+9$.

21. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο με τεταγμένη 3 και είναι κάθετη στην διχοτόμο $1^{ου}-3^{ου}$ τεταρτημορίου.

22. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο K(1,4) και τέμνει τους άξονες στα σημεία A και B έτσι ώστε το K να είναι μέσο του AB.

23. Δίνονται οι ευθείες με εξισώσεις $\epsilon_1: y=2x-3$ και $\epsilon_2: y=-x+2$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο K(3,1) και τέμνει τις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 στα σημεία A και B αντίστοιχα, έτσι ώστε το K να είναι μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB.

24. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο K(4,2) και σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.

25. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο K(-2,1) και τέμνει τον άξονα xx' σε σημείο Λ, που απέχει από το K απόσταση $(K\Lambda)=\sqrt{10}$.

26. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο K(-3,-2) και τέμνει τον άξονα yy' σε σημείο Λ, που απέχει από το K απόσταση $(K\Lambda)=5$.

27. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A(2,-2) και σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο εμβαδού 1.

28. Τριγώνου ABΓ δίνονται A(-1,3), B(2,-1) και Γ(3,1). Να βρείτε:

- i. Την εξίσωση του ύψους AD.
- ii. Την εξίσωση της διαμέσου BE.
- iii. Τις συν/νες του σημείου τομής K των AD και BE.

29. Να βρεθούν οι συν/νες της κορυφής A τριγώνου ABΓ με B(2,-10), Γ(4,6) και ορθόκεντρο H(2,5).

30. Δίνεται η ευθεία (ϵ): $x-3y+2=0$ και το σημείο A(1,3).

- i. Να αποδείξετε ότι το σημείο A δεν ανήκει στην ευθεία (ϵ).
- ii. Να βρείτε τις συν/νες της προβολής K του A στην ευθεία (ϵ).
- iii. Να βρείτε τις συν/νες του συμμετρικού A' του σημείου A ως προς την ευθεία (ϵ).

31. Να βρείτε τις συν/νες του συμμετρικού A' του σημείου A(-2,1) ως προς την ευθεία $x+2y-3=0$.

32. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB με A(1,4) και B(-3,-8).

33. Να βρείτε τον γ.τ. των σημείων $M(t+1, 2t+3)$ του επιπέδου, με $t \in \mathbb{R}$.

34. Ομοίως εάν $M\left(\frac{t+1}{2}, t-2\right)$, $t \in \mathbb{R}$.

35. Να δείξετε ότι η εξίσωση $2x^2-3xy+y^2=0$, παριστάνει δυο ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις.

36. Να δείξετε ότι η εξίσωση $4x^2+y^2-4xy+6x-3y=0$, παριστάνει δυο ευθείες, των οποίων να

βρείτε τις εξισώσεις. Ποια είναι η σχετική θέση των ευθειών αυτών;

37. Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ πλευράς $α$. Στις πλευρές του $ΑΒ$ και $ΒΓ$ παίρνουμε τα σημεία $Ε$ και $Ζ$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $(ΑΕ)=(ΒΖ)$.

i. Να δείξετε ότι $(ΔΕ)=(ΑΖ)$.

ii. Να δείξετε ότι $ΔΕ \perp ΑΖ$.

38. S

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1. i. 4
 i. 0
 ii. δεν ορίζεται
 iii. -3
 iv. 3
 v. -4/3
 vi. 0
 vii. δεν ορίζεται
 viii. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 ix. 1
 x. $\sqrt{3}$
 xi. 0
 xii. δεν ορίζεται
 xiii. δεν ορίζεται
 xiv. 0
 xv. 1 ή -1
 xvi. $-\sqrt{3}$
 xvii. -1
 xviii. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
2. i. ναι
 ii. όχι
 iii. ναι
 iv. ναι
 v. όχι.
3. $\kappa=3$
 4. $\kappa=1, \lambda=-2$
 5. $\lambda=2$ ή $\lambda=-1$
 6. $\lambda=\pm 2$
 7. $\alpha=1$
 8. $\alpha=1, \beta=2$
 9. α) $\lambda=-2$ β) $\lambda=1$ ή $\lambda=-3$
 10. $\lambda=-2$
 11. $\lambda=-1$
 12. (-1,3)
 13. $(\sqrt{3}, -2)$
 14. (1,-1)
 15. $\alpha=-2, \beta=3$
 16. $\alpha=1/4$
17. $2x+5y-13=0, 5x-2y-24=0, \left(\frac{146}{29}, \frac{17}{29}\right)$
18. i. $y=5x-2$
 ii. $x=2$
 iii. $y=-5,$
 iv. $y=4x-3$
 v. $x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$
 vi. $y=-x+4$
 vii. $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ ή $y=\sqrt{3}x-6\sqrt{3}$
- viii. $y=-2x$
 ix. $x-2y-4=0$
 x. $y=-3x,$
 xi. $y=-2x+1$
 xii. $y=3x-\frac{5}{2}$
 xiii. $y=\frac{1}{2}x+3$
 xiv. $y=4x-2$
 xv. $y=2x-5$
 xvi. $y=\sqrt{2}x+1$
19. (ϵ_1): $x+2y-5=0, (\epsilon_2)$: $x-2y-3=0$
 20. $y=-2x+1$
 21. $y=-x+3$
 22. $y=-4x+8$
 23. $x=3$
 24. $y=x-2$ ή $y=-x+6$
 25. $x+3y-1=0$ ή $x-3y+5=0.$
 26. $4x-3y+6=0$ ή $4x+3y+18=0$
 27. $y=-\frac{1}{2}x-1$ ή $y=-2x+2$
 28. ΑΔ: $x+2y-5=0, ΒΕ: y=-3x+5, Κ(1,2)$
 29. (-6,6)
 30. $K\left(\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right), A'\left(\frac{11}{5}, -\frac{3}{5}\right)$
 31. $A'\left(-\frac{4}{5}, \frac{17}{5}\right)$
 32. $x+3y+7=0$
 33. $y=2x+1$
 34. $y=2x-3$
 35. $y=2x$ και $y=x$
 36. $y=2x+3$ και $y=2x,$ είναι παράλληλες
 37. σ