

**ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗΣ**

1. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=2x^2-x+5$  που διέρχεται από το σημείο της  $A(3, f(3))$ .
2. Ομοίως της  $f(x)=x \ln x$ , στο σημείο της με τετμημένη  $e$ .
3. Ομοίως της  $f(x)=\frac{x-1}{x}$ , στο σημείο της με τεταγμένη  $1/2$ .
4. Ομοίως της  $f(x)=-x^3+4x$ , στο σημείο της  $A(x_0, 0)$ .
5. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=x^3$  στο σημείο της  $A(x_0, f(x_0))$ , όταν  $f'(x_0)=3$ .
6. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=\eta \mu x$ ,  $x \in (0, 3\pi/2) \cup (3\pi/2, 3\pi)$  στο σημείο της  $A(x_0, f(x_0))$ , όταν  $f'(x_0)=0$ .
7. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=e^x$ , που σχηματίζει γωνία  $\pi/4$  με τον θετικό ημιάξονα  $Ox$ .
8. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=-x^2$ , που σχηματίζει γωνία  $\pi/3$  με τον άξονα  $yOy'$ . (δυο περιπτώσεις)
9. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=-x^2+3x-5$ , που είναι παράλληλη στην ευθεία  $x+y+5=0$ .
10. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=x^3-x$ , που είναι κάθετη στην ευθεία  $x+2y+6=0$ .
11. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=\ln x$ , που είναι κάθετη στην ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $A(1, 2e)$  και  $B(2, e)$ .
12. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=e^x \eta \mu x$ ,  $x \in [0, \pi/2) \cup (\pi/2, \pi]$ , που είναι παράλληλη στον άξονα  $xOx'$ .
13. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=x^3-7x+6$ , στα σημεία που αυτή τέμνει τους άξονες.
14. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=x^3$  που διέρχεται από το σημείο  $A(-1, -5)$ .
15. Να δείξετε ότι η ευθεία  $8x+y-11=0$ , είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=x^4-6x^2+8$ .
16. Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x)=2x^2-4x+5$  και  $g(x)=-x^2+2x+2$ , έχουν κοινή εφαπτομένη στο σημείο τομής τους.
17. Να βρείτε την κοινή εφαπτομένη των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  $f(x)=x^2+4x+33$  και  $g(x)=-x^2-1$ .
18. Να βρείτε το  $\alpha \in \mathbb{R}$ , ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f(x)=\frac{1}{9}(ax-x^3)$  στα σημεία που αυτή τέμνει τον άξονα  $xOx'$ , να σχηματίζει με τον θετικό ημιάξονα  $Ox$  γωνία  $45^\circ$ .
19. Έστω  $f(x)=\frac{ax^3+\beta}{x}$ . Να βρείτε τα  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , ώστε η γραφική παράσταση  $C_f$  της  $f$  να διέρχεται από το σημείο  $A(2, 2)$  και η εφαπτομένη της στο  $A$  να έχει συντελεστή διεύθυνσης  $-4$ .
20. Έστω  $f(x)=ax^2+\beta x+\gamma$ . Να βρείτε τα  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ , ώστε η γραφική παράσταση  $C_f$  της  $f$  να διέρχεται από το σημείο  $A(1, 0)$  και η εφαπτομένη της στο σημείο της  $B(2, -1)$  να είναι κάθετη στην ευθεία  $x-3y-6=0$ .
21. Βρείτε τα  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , ώστε η εφαπτομένη  $C_f$  της  $f(x)=\begin{cases} x \eta \mu x + a, & x \leq 0 \\ x^2 + (\beta - 2)x + 2, & x > 0 \end{cases}$  στο σημείο με  $x_0=0$  να ορίζεται.
22. Έστω  $f(x)=x^3+\alpha x^2+\beta x+\gamma$ . Να βρείτε τα  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ , ώστε η γραφική παράσταση  $C_f$  της  $f$  να διέρχεται από τα σημεία  $A(-1, 1), B(1, -3)$  και οι εφαπτομένες της στα σημεία  $A$  και  $B$  να είναι κάθετες μεταξύ τους.

