

1. Από τους μαθητές μιας τάξης πήραμε 30 και τους εξετάζουμε ως προς τον χαρακτηρισμό του βαθμού τους μέτριο (Μ) , καλά (Κ) , πολύ καλά(Π), άριστα (Α). Προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Κ Μ Μ Κ Κ Π Κ Κ Μ Κ
Μ Κ Π Μ Μ Κ Π Κ Κ Α
Μ Π Α Κ Κ Μ Α Π Μ Π.

- α) Να βρεθεί το μέγεθος n του δείγματος .
 - β) Να βρεθεί η συχνότητα εμφάνισης του κάθε χαρακτηρισμού.
 - γ) Να βρεθεί η σχετική συχνότητα εμφάνισης του κάθε χαρακτηρισμού.
 - δ) Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων και τα αντίστοιχα πολύγωνα.
2. Οι εβδομαδιαίες αποδοχές σε ευρώ ενός δείγματος μεγέθους 25, από τους 750 εργατές ενός εργοστασίου, είναι 200 175 160 175 180 190 170 160 160 175 190 190 180 200 170 200 190 200 160 175 190 170 160 170 180.

- i. Σε έναν πίνακα να παρουσιαστούν οι συχνότητες, οι σχετικές συχνότητες, οι αθροιστικές συχνότητες και οι σχετικές αθροιστικές συχνότητες.
- ii. Να κάνετε το διάγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- iii. Να βρείτε το ποσοστό των εργατών που οι εβδομαδιαίες αποδοχές τους είναι:
 - α) το πολύ 175€,
 - β) τουλάχιστον 180€,
 - γ) Από 175€ ως 190€.
- iv. Εάν το δείγμα είναι αντιπροσωπευτικό των εργατών, να βρείτε πόσοι εργατές παίρνουν τον χαμηλότερο εβδομαδιαίο μισθό.

3. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων 40 οικογενειών ως προς τον αριθμό των παιδιών τους.

αριθμός παιδιών x_i	Αριθμός οικογεν. V_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
0	8					
1	11					
2	9					
3	6					
4	3					
5	2					
6	1					
Σύνολο	40					

- i. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- ii. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων και το διάγραμμα και πολύγωνο σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.
- iii. Να βρείτε το ποσοστό και το πλήθος των οικογενειών που έχουν:
 - α)πάνω από τρία παιδιά.
 - β)το πολύ 6 παιδιά.
 - γ) ακριβώς 2 παιδιά.
 - δ) τουλάχιστον 1 παιδί.
 - ε) λιγότερα από 3 ή περισσότερα από 5 παιδιά.

4. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων για τη μεταβλητή X : «Απασχόληση στον ελεύθερο χρόνο» των μαθητών της Α λυκείου σε ένα σχολείο.

απασχόληση X_i	αριθμός παιδιών V_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
Υπολογιστές	6					
Αθλητισμός	6					
Μουσική	11					
Τηλεόραση	9					
Κινηματογράφος	3					
Εκδρομές	2					
Διάβασμα	3					
Σύνολο						

- i. Να βρεθεί το πλήθος των μαθητών.
 - ii. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
 - iii. Ποιο ποσοστό των μαθητών:
 - α) Ασχολείται με τη μουσική.
 - β) Ασχολείται με την τηλεόραση και τον κινηματογράφο.
 - γ) Δεν ασχολείται με το διάβασμα.
5. Στον παρακάτω πίνακα, δίνεται ο αριθμός των 400 υπαλλήλων ενός Υπουργείου που έχουν συγκεκριμένο χρόνο υπηρεσίας:

Έτη υπηρ. x_i	Αριθμός υπαλλ. V_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$	α_i
5	100						
6	80						
7	130						
8	30						
9	40						
10	20						
Σύνολο	400						

- i. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.

- ii. Να παρασταθούν τα δεδομένα σε κυκλικό διάγραμμα.
- 6. Χρησιμοποιώντας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων (αφού πρώτα τον συμπληρώσετε), που δίνει την κατανομή συχνοτήτων 50 οικογενειών ως προς τις ξένες χώρες που έχουν επισκεφτεί, να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των οικογενειών που έχουν:
 - i. Ταξιδέψει τουλάχιστον σε μια ξένη χώρα.
 - ii. Ταξιδέψει σε περισσότερες από 3 χώρες.
 - iii. Ταξιδέψει από 3 ως 5 χώρες.
 - iv. Ταξιδέψει το πολύ σε 6 χώρες.
 - v. Ταξιδέψει ακριβώς σε 6 χώρες.
 - vi. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.
 - vii. Να δώσετε μια εκτίμηση ως προς το είδος ασυμμετρίας της κατανομής.

αριθμός ξένων χωρών x_i	Αριθμός οικογεν. v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
0	5					
1	10					
2	15					
3	8					
4	7					
5	3					
6	2					
Σύνολο						

- 7. Τα αποτελέσματα των εκλογών σε ένα εκλογικό τμήμα δίνονται από τον παρακάτω ελλιπή πίνακα:

Κόμμα x_i	v_i	f_i	$f_i\%$
A		0,15	
B	150		30
Γ		0,35	
Δ			
Σύνολο			

- i. Να βρείτε πόσοι εκλογείς ψήφισαν στο τμήμα αυτό.
- ii. Να βρείτε πόσες ψήφους πήρε κάθε κόμμα σε αυτό το εκλογικό τμήμα.
- iii. Να σχεδιάσετε το ραβδόγραμμα των σχετικών συχνοτήτων.
- 8. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τη σχετική συχνότητα $f_i\%$ με την οποία οι μαθητές μιας τάξης κάνουν απουσίες κάθε μήνα:

Αρ. απουσιών	0	1	2	3	4	5
$f_i\%$	10	20	30	15	12,5	12,5

- i. Να βρείτε πόσα από τα 80 παιδιά της τάξης κάνουν το κάθε είδος απουσίας.
- ii. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα συχνοτήτων.
- iii. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$.
- 9. Να συμπληρώσετε τους πίνακες:

α)

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
3	20					
2	10					
4	15					
6	5					
Σύνολο						

β)

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
-1		4		0,1		
0					30	
2						
3	6					
Σύνολο	40					

γ)

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
2						20
5			0,4			
7	12					
8		60				
Σύνολο						

δ)

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
0						10
10			0,15			
20				0,60		
30	5					
40		20				
Σύνολο						

ε)

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i
1	10			
2		25		
3				
Σύνολο	50			

στ)

x_i	v_i	$f_i\%$
Αρχαία Ελληνικά	12	
Νέα Ελληνικά		5
Αγγλικά	4	
Μαθηματικά	6	
Φυσική	10	25
Χημεία		
Σύνολο		

10. Ομοίως:

α)

x_i	v_i	N_i	f_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1	2		0,1		
2		8			
3	8				
4					
Σύνολο					

β)

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1			0,2			
2		24				
3	16					
4	12					
Σύνολο						

γ)

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1		6				
2		18				
3		38				
4		48				
5						
Σύνολο	50					

δ)

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i
1	2			
2			0,15	
3		28		
4				0,9
5		40		
Σύνολο				

ε)

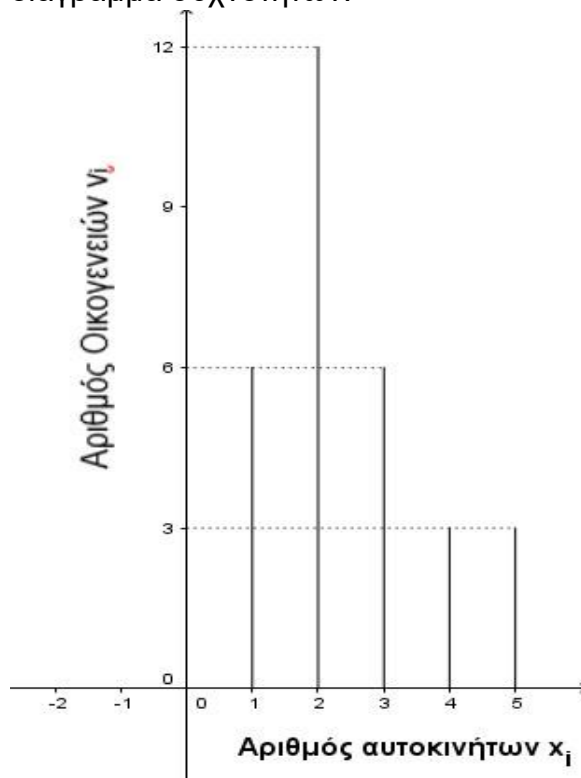
x_i	v_i	N_i	f_i	F_i
1				0,05
2			0,2	
3		36		0,6
4	18			
5				
Σύνολο				

11. Δίνεται ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων του παρακάτω πίνακα.

x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1	λ					
2		3λ				
3	λ^2+4					
4	$\lambda^2-2\lambda$	40				
Σύνολο						

- i. Να υπολογίσετε τον ακέραιο αριθμό λ .
- ii. Για $\lambda=4$ να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- iii. Για $\lambda=4$ να κατασκευάσετε το διάγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.

12. Σε μια έρευνα που αφορά τον αριθμό των αυτοκινήτων που διαθέτουν οι οικογένειες σε μια κωμόπολη, πήραμε τα αποτελέσματα που φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα συχνοτήτων.



- i. Να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.
- ii. Να συμπληρώσετε τον πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

13. Από τους μαθητές ενός σχολείου πήραμε δείγμα μεγέθους 150 και τους μελετήσαμε ως προς το βάρος τους. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Βάρος Kg	[50,55)	[55,60)	[60,65)
Μαθητές.	15	24	30

Βάρος Kg	[65,70)	[70,75)	[75,80)
Μαθητές.	45	27	9

- i. Να γίνει πίνακας αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.
- ii. Να κατασκευαστεί το πολύγωνο των συχνοτήτων και των σχετικών συχνοτήτων.
- iii. Να κατασκευαστεί το πολύγωνο των αθροιστικών και των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.

14. Η τροχαία για να ελέγξει την ταχύτητα των διερχόμενων οχημάτων από ένα σημείο της επαρχιακής οδού Λάρισας – Κοζάνης, έκανε δειγματοληπτικό έλεγχο σε

30 οχήματα που διήλθαν από το σημείο αυτό και κατέγραψε τις παρακάτω ταχύτητες (σε Km/h): 102, 122, 85, 107, 90, 104, 108, 110, 92, 101, 119, 89, 106, 112, 99, 125, 117, 80, 118, 123, 81, 114, 82, 100, 87, 109, 105, 120, 129, 130.

- Να υπολογίσετε το εύρος R των τιμών.
- Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους και να υπολογίσετε το πλάτος c κάθε κλάσης.
- Εάν $c=10$, να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- Να υπολογίσετε το πλήθος των οχημάτων που δεν υπερέβησαν το όριο των 120 Km/h.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό των οχημάτων που είχαν ταχύτητα το πολύ 100 Km/h.

- Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- Εάν υποθέσουμε ότι οι ταχύτητες είναι ομοιόμορφα κατανομημένες μέσα στις κλάσεις, να βρείτε το ποσοστό των οχημάτων που η ταχύτητά τους είναι μεταξύ 100 και 115 Km/h.

15. Ζυγίστηκαν 30 αθλητές και τα βάρη τους (σε kg) που προέκυψαν ήταν: 55, 70, 69, 73, 72, 59, 54, 71, 67, 62, 60, 54, 63, 52, 80, 73, 74, 70, 63, 64, 65, 58, 53, 45, 56, 50, 48, 57, 60, 62.

- Να ομαδοποιηθούν οι παραπάνω παρατηρήσεις σε 6 κλάσεις. Ποιο είναι το εύρος R των τιμών των βαρών και ποιο είναι το πλάτος c κάθε κλάσης;
- Να κατασκευαστεί πίνακας συχνοτήτων με στήλες για τη συχνότητα, την αθροιστική συχνότητα, τη σχετική συχνότητα επί τοις εκατό, την αθροιστική σχετική συχνότητα επί τοις εκατό και την κεντρική τιμή κάθε κλάσης.
- Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- Ποιο ποσοστό των αθλητών έχει βάρος μικρότερο από 63 kg και πόσοι αθλητές έχουν βάρος τουλάχιστον 69 kg;

- Ο προπονητής της ομάδας, βλέποντας τα αποτελέσματα της μέτρησης, συμπέρανε ότι το 43,33 % των αθλητών είναι «υπέρβαροι». Πόσοι σε πλήθος είναι οι υπέρβαροι αθλητές;

16. Δίνεται ο επόμενος πίνακας των ομαδοποιημένων παρατηρήσεων της μεταβλητής X : «Μηνιαία αμοιβή υπαλλήλων μιας επιχείρησης» σε ευρώ:

Αμοιβή [-]	Υπάλλ. v_i	x_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1000-1100	7						
1100-1200	10						
1200-1300	11						
1300-1400	14						
1400-1500	16						
1500-1600	6						
1600-1700	10						
1700-1800	6						
Σύνολο	80						

- Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- Ποιο ποσοστό των υπαλλήλων παίρνει τουλάχιστον 1400 ευρώ;
- Εάν υποθέσουμε ότι οι αμοιβές των υπαλλήλων είναι ομοιόμορφα κατανομημένες μέσα στις κλάσεις, πόσοι υπάλληλοι παίρνουν από 1150 ευρώ έως 1450 ευρώ;
- Πόσοι υπάλληλοι παίρνουν το πολύ 1600 ευρώ αλλά τουλάχιστον 1200 ευρώ;
- Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

17. Να συμπληρώσετε τους πίνακες:

α)

Κλάσεις [-]	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
... - ...	6		8				
... - ...		16		0,4			
... - ...							90
... - ...	18						
Σύνολο							

β)

Κλάσεις [-]	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
5 - ...			30				
... - ...							50
... - 23					0,9		
... - ...							
Σύνολο		200					

γ)

Κλάσεις [-]	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
... - ...							14
... - ...	11						40
... - ...							70
17 - ...			250				
Σύνολο							

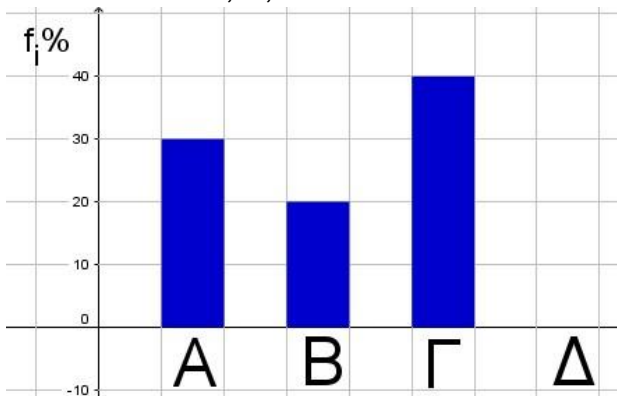
δ)

Κλάσεις [-]	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
... - 10							20
... - ...					0,5		
... - ...	17,5			0,35			
... - ...		6					
Σύνολο							

ε)

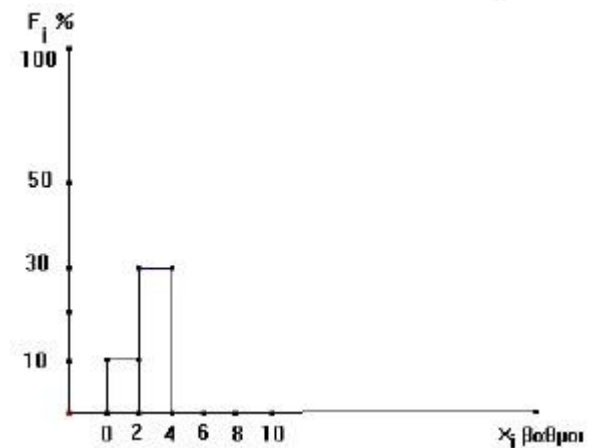
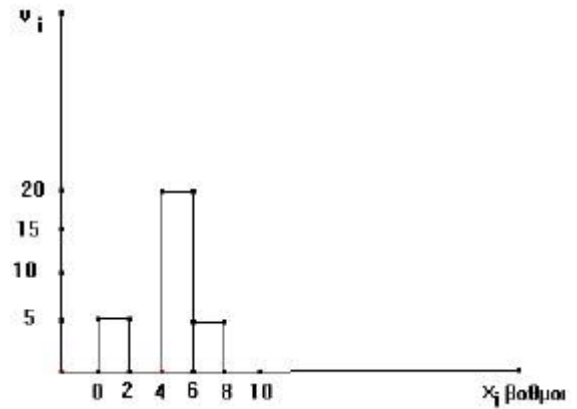
Κλάσεις [-]	x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
... - ...	3						20
... - ...							50
... - ...							85
... - ...	15						95
... - ...		2					
Σύνολο							

18. Το παρακάτω ραβδόγραμμα δίνει το ποσοστό τηλεθέασης 200 ατόμων, οι οποίοι παρακολουθούν περισσότερο ένα από τα κανάλια Α, Β, Γ και Δ.



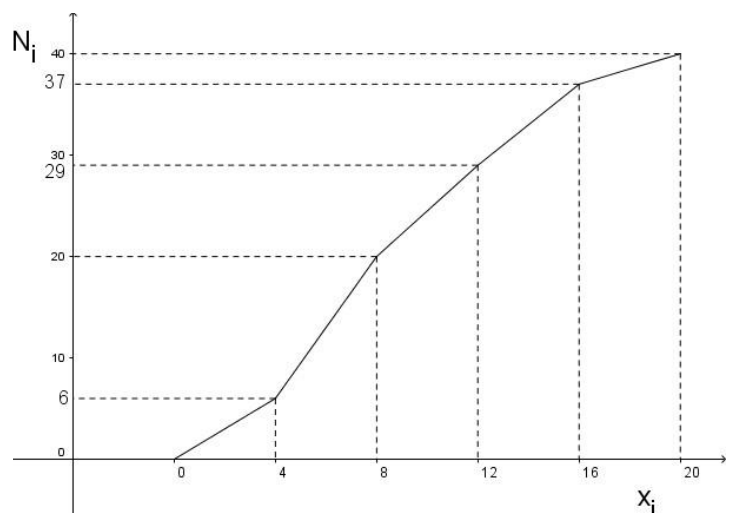
- Να βρεθεί το πλήθος των παραπάνω τηλεθεατών οι οποίοι παρακολουθούν το κανάλι Δ.
- Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων (απόλυτων, σχετικών και αθροιστικών)
- Να μετατραπεί το ραβδόγραμμα σε κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

19. Δίνεται το ιστόγραμμα συχνοτήτων και το ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών % συχνοτήτων της ίδιας μεταβλητής που αναφέρεται στους βαθμούς 50 φοιτητών στο μάθημα της Ανάλυσης και από το οποίο λείπουν κάποια ορθογώνια.



- Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων (απόλυτων, σχετικών και αθροιστικών) και να συμπληρωθούν τα ορθογώνια των ιστογραμμάτων.
- Να κατασκευαστεί το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- Πόσοι φοιτητές πέρασαν το μάθημα (βάση το 5);

20. Στο παρακάτω πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων φαίνεται η βαθμολογία μιας τάξης σε ένα διαγώνισμα. Τα αποτελέσματα είναι ομαδοποιημένα σε κλάσεις πλάτους 4.



- Να βρείτε πόσους μαθητές έχει η τάξη.
- Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ

iii. Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

21.END