ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΗ ΜΝΗΜΗ ΒΑΣΙΛΗ ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΥ ΜΑΡΤΙΟΣ 2008

ΤΑΞΗ Β΄ **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

1. Έστω $f(\chi)=\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma$ και $g(\chi)=\kappa\chi^2+\lambda\chi+\mu$ πολυώνυμα $2^{ου}$ βαθμού με πραγματικούς συντελεστές τέτοια ώστε :
   $|f(\chi)|+|g(\chi)|=|\chi^2-4\chi+3|$ για κάθε $\chi \in R$.
   I. Να δείξετε ότι τα πολυώνυμα $f(\chi)$ και $g(\chi)$ έχουν τις ίδιες ρίζες.
   II. Να υπολογίσετε το άθροισμα $|\alpha|+|\kappa|$.

2. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^0$) έχουμε ΑΒ=18 και ΑΓ=16. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ παίρνουμε σημεία Ε και Δ αντιστοίχως ώστε ΑΕ=8 και ΓΔ=10. Αν Ο το σημείο τομής των ΒΔ και ΓΕ , να υπολογιστεί το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΔΟΕ.

Β' Λυκείου

① i) για $x=1$: $|f(1)|+|g(1)|=0 \Leftrightarrow |f(1)|=0$ και $|g(1)|=0$

άρα $f(1)=g(1)=0$

για $x=3$: $|f(3)|+|g(3)|=0 \Leftrightarrow |f(3)|=0$ και $|g(3)|=0$

άρα $f(3)=g(3)=0$

ii) $f(x)=\alpha(x-1)(x-3)$ και $g(x)=\kappa(x-1)(x-3)$.

$|f(x)|+|g(x)|=|x^2-4x+3| \Leftrightarrow |\alpha||(x-1)(x-3)|+|\kappa||(x-1)(x-3)|=$

$=|(x-1)(x-3)| \Leftrightarrow (|\alpha|+|\kappa|-1)|(x-1)(x-3)|=0$ ισχύει για κάθε $x\in\mathbb{R}$

άρα $|\alpha|+|\kappa|=1$

Άλλος τρόπος

για $x=0$: $|f(0)|+|g(0)|=3$ και $f(0)=\gamma$ $g(0)=\mu$. άρα. $|\gamma|+|\mu|=3$ ①

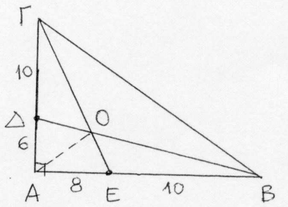
$\frac{\gamma}{\alpha}=\rho_1\rho_2=3 \Leftrightarrow \gamma=3\alpha$

$\frac{\mu}{\kappa}=\rho_1\rho_2=3 \Leftrightarrow \mu=3\kappa$.

άρα η ① : $3|\alpha|+3|\kappa|=3$

$|\alpha|+|\kappa|=1$.

2



$$\frac{(\Gamma\overset{\triangle}{\Delta}O)}{(\Delta\overset{\triangle}{O}A)} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow (\Gamma\overset{\triangle}{\Delta}O) = \frac{5}{3}(\Delta\overset{\triangle}{O}A) \quad (1)$$

$$\frac{(B\overset{\triangle}{O}E)}{(A\overset{\triangle}{O}E)} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow (B\overset{\triangle}{O}E) = \frac{5}{4}(A\overset{\triangle}{O}E) \quad (2)$$

$$(A\overset{\triangle}{B}\Delta) = \frac{1}{2}AB\cdot A\Delta = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 18 = 54 \Leftrightarrow (B\overset{\triangle}{O}E) + (A\overset{\triangle}{O}E) + (A\overset{\triangle}{O}\Delta) = 54 \overset{(2)}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4}(A\overset{\triangle}{O}E) + (A\overset{\triangle}{O}E) + (A\overset{\triangle}{O}\Delta) = 54 \Leftrightarrow \frac{9}{4}(A\overset{\triangle}{O}E) + (A\overset{\triangle}{O}\Delta) = 54 \quad (3)$$

$$(A\overset{\triangle}{\Gamma}E) = \frac{1}{2}A\Gamma\cdot AE = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot 8 = 64 \Leftrightarrow (\Gamma\overset{\triangle}{\Delta}O) + (\Delta\overset{\triangle}{O}A) + (A\overset{\triangle}{O}E) = 64 \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{3}(\Delta\overset{\triangle}{O}A) + (\Delta\overset{\triangle}{O}A) + (A\overset{\triangle}{O}E) = 64 \Leftrightarrow \frac{8}{3}(\Delta\overset{\triangle}{O}A) + (A\overset{\triangle}{O}E) = 64 \quad (4)$$

$$(3),(4):\ \left.\begin{array}{l} \frac{9}{4}(A\overset{\triangle}{O}E) + (A\overset{\triangle}{O}\Delta) = 54 \\ (A\overset{\triangle}{O}E) + \frac{8}{3}(A\overset{\triangle}{O}\Delta) = 64 \end{array}\right\} \begin{array}{l} (A\overset{\triangle}{O}E) = 16 \\ (A\overset{\triangle}{O}\Delta) = 18 \end{array}$$

$$(A\Delta O E) = (A\overset{\triangle}{\Delta}O) + (A\overset{\triangle}{O}E) = 18 + 16 = 34.$$