

Διαγωνισμός Βασίλη Ξανθόπουλου 2008

Θέματα Φυσικής Γ' Λυκείου

Ένα μεγάλο ασανσέρ μάζας $M = 300 \text{ Kg}$ φέρει στο μέσον της οροφής του κρεμασμένο ελατήριο σταθεράς $k = 1000 \text{ N/m}$ από το ελεύθερο άκρο του οποίου κρεμείται σώμα μάζας $m = 100 \text{ Kg}$. Αφήνουμε το ασανσέρ να κάνει ελεύθερη πτώση για χρονικό διάστημα $\Delta t = \sqrt{0,3} \text{ s}$ μετά από το οποίο κτυπά στο οριζόντιο έδαφος και ακινητοποιείται ακαριαία.

α) Από πόσο ύψος αφήσαμε το ασανσέρ;

β) Ποια είναι η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του ελατηρίου, αν θεωρήσουμε για $t_0 = 0$ τη χρονική στιγμή που το ασανσέρ κτυπά στο έδαφος;

γ) Πόση ταχύτητα θα έχει το κρεμασμένο σώμα m τη χρονική

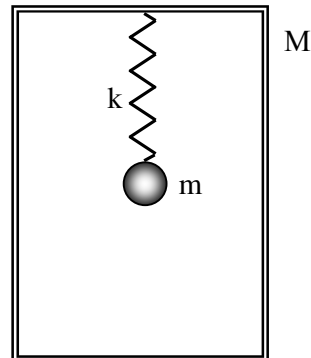
στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{10}} \text{ s}$;

δ) Πόση δύναμη ασκεί την παραπάνω χρονική στιγμή το ασανσέρ στο έδαφος;

Δίνεται α) $g = 10 \text{ m/s}^2$ και β) ότι κατά τη διάρκεια της ελεύθερης πτώσης του ασανσέρ, το σώμα m δεν ταλαντώνεται.

Να θεωρήσετε ως θετική κατεύθυνση του άξονα yy' την φορά προς τα πάνω.

(Τα τέσσερα θέματα είναι ισοδύναμα)



ΛΥΣΗ

α) Η διάρκεια της ελεύθερης πτώσης διαρκεί $\Delta t = \sqrt{0,3}s$ οπότε το ύψος από το οποίο θα αφήσουμε

$$\text{το ασανσέρ είναι: } h = \frac{1}{2} g(\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (\sqrt{0,3})^2 \Rightarrow$$

$$h = 1,5m$$

β) ☞ Όταν το ασανσέρ κτυπά στο έδαφος έχει αποκτήσει ταχύτητα κατά μέτρο:

$$|v_0| = g(\Delta t) = 10 \cdot \sqrt{0,3} = \sqrt{30} m/s$$

και επειδή κινείται προς τ' αρνητικά: $v_0 = -\sqrt{30} m/s$

☞ Κατά τη διάρκεια της ελεύθερης πτώσης του το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, οπότε τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ (στιγμή πρόσπτωσης) το σώμα απέχει από τη θέση ισορροπίας απόσταση y_0 τέτοια ώστε:

$$ky_0 = mg \Rightarrow y_0 = \frac{mg}{k} = \frac{100 \cdot 10}{1000} = +1m.$$

☞ Οπότε εφαρμόζοντας Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.) υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης:

$$U_{\max} = U_{\text{αρχ}} + K_{\text{αρχ}} \Rightarrow \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} ky_0^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 1000 \cdot A^2 = \frac{1}{2} 1000 \cdot 1^2 + \frac{1}{2} 100 (\sqrt{30})^2 \Rightarrow A = 2m.$$

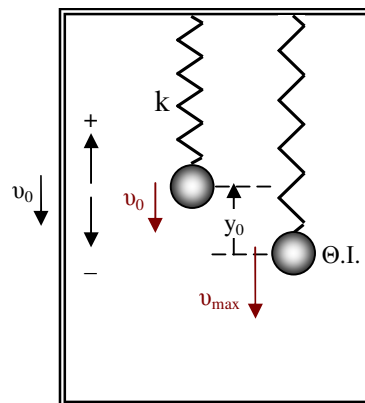
☞ Η γωνιακή συχνότητα θα είναι: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{100}} \Rightarrow \omega = \sqrt{10} \text{ rad/s}$

☞ Αν φ_0 είναι η αρχική φάση της ταλάντωσης:

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{y_0}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ και } \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = \frac{v_0}{\omega A} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ οπότε: } \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}$$

☞ Συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$

$$y = 2\eta\mu\left(\sqrt{10}t + \frac{5\pi}{6}\right) (S.I.)$$

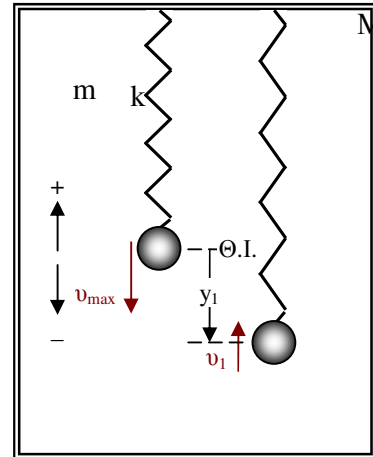


γ) Από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$v = \omega A \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v = \sqrt{10} \cdot 2 \cdot \sin\left(\sqrt{10}t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

Οπότε για $t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{10}} s$ έχουμε:

$$v_1 = \sqrt{10} \cdot 2 \cdot \sin\left(\pi + \frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow v_1 = +\sqrt{30} m/s$$



δ) Υπολογίζουμε τη δύναμη ταλάντωσης για $t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{10}} s$:

$$F_{\tauαλ} = -ky = -kA \eta \mu(\omega t + \varphi_0) = -1000 \cdot 2 \cdot \eta \mu\left(\sqrt{10} \cdot \frac{\pi}{\sqrt{10}} + \frac{\pi}{6}\right) = +1000 N$$

Όμως η δύναμη της ταλάντωσης είναι η συνισταμένη της δύναμης του ελατηρίου και του βάρους:

$$F_{\tauαλ} = F_{ελ} - mg \Rightarrow F_{ελ} = F_{\tauαλ} + mg = 1000 + 100 \cdot 10 = 2000 N$$

Συνεπώς το ασανσέρ ασκεί στο έδαφος εκτός από το βάρος του και τη δύναμη που δέχεται από το ελατήριο. Οπότε η αντίδραση του εδάφους είναι:

$$N = Mg + F_{ελ} = 300 \cdot 10 + 2000 \Rightarrow$$

$$N = 5000 N$$

