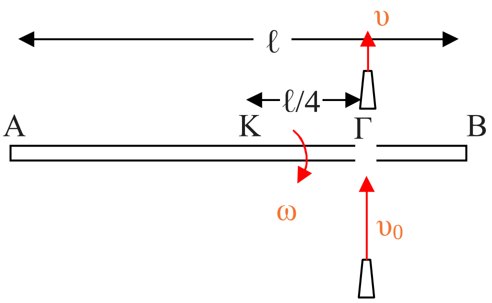
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΛΗΣ ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ 2010
ΔΡΑΜΑ 28 ΜΑΡΤΙΟΥ 2010

ΦΥΣΙΚΗ Γ’ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους $\ell = 1$ m και μάζας M = 12 Kg περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από το κέντρο μάζας της Κ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα ω = 3 rad/s. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ένα βλήμα μάζας m = 4 Kg χτυπά κάθετα τη ράβδο στο σημείο Γ, που απέχει απόσταση ΚΓ = $\ell/4$ (σχήμα). Αν το βλήμα διαπερνά τη ράβδο και βγαίνει με ταχύτητα υ = 1 m/s…



Α1. Πόση είναι η ταχύτητα υ_0 του βλήματος, αν ξέρουμε ότι μετά τη κρούση η ράβδος παύει να περιστρέφεται; (**5 μονάδες)**

Α2. Πόση είναι το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχτηκε η ράβδος από το βλήμα, αν η διάρκεια της κρούσης ήταν Δt = 0,1 s; (**5 μονάδες)**

Α3. Πόση ταχύτητα έχει το άκρο Β της ράβδου αμέσως μετά τη κρούση; (**5 μονάδες)**

Β. Ν’ αποδείξετε ότι αν το βλήμα έπεφτε κάθετα με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0{}' = 14/5$ m/s, διαπερνούσε τη ράβδο και έβγαινε (όπως προηγουμένως) με ταχύτητα υ = 1 m/s, το σημείο Β αμέσως μετά τη κρούση θα ήταν ακίνητο. (**5 μονάδες)**

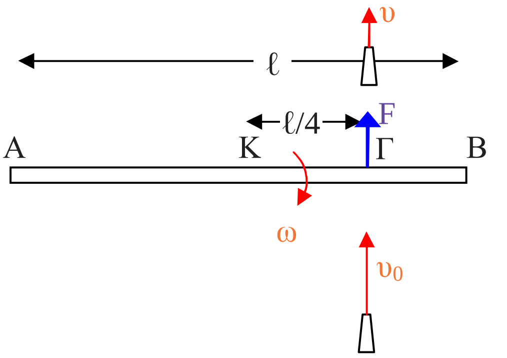
(Θεωρείστε ότι κατά τη διάτρηση της η ράβδος δεν χάνει μάζα).
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ’ αυτή και περνά από το μέσο της είναι: $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$ (όπου ℓ: το μήκος και M: η μάζα της ράβδου).

Λύση άσκησης

Α1) ☞ Η ροπή αδράνειας της ράβδου πριν τη κρούση είναι:

$$I = \frac{1}{12} M\ell^2 = \frac{1}{12} \cdot 12 \cdot 1^2 = 1kgm^2$$

☞ Εφόσον οι δυνάμεις είναι μόνο εσωτερικές, το σύστημα ράβδος – βλήμα είναι κλειστό. Άρα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής:



$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Leftrightarrow$$

$$m\upsilon_0 \frac{\ell}{4} - I\omega = m\upsilon \frac{\ell}{4} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_0 = \upsilon + \frac{4I\omega}{m\ell} = 1 + \frac{4 \cdot 1 \cdot 3}{4 \cdot 1} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\upsilon_0 = 4\, m/s}$$

Α2) ☞ Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε (για τη ράβδο):

$$\sum \tau = \frac{dL}{dt} \Leftrightarrow$$

$$F \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{0 - I\omega}{dt} \Leftrightarrow$$

$$F = \frac{4I\omega}{\ell dt} \Leftrightarrow$$

$$F = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3}{1 \cdot 0{,}1} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{F = 120N}$$

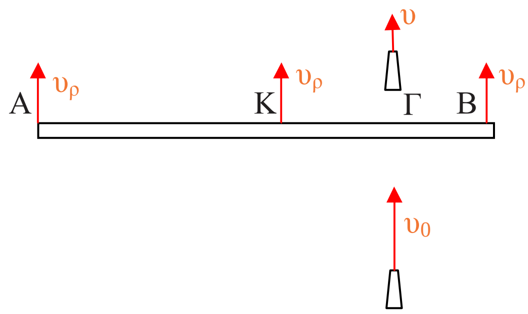
Α3) ☞ Σε ότι αφορά τη μεταφορική κίνηση θα ισχύει και η Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Αν υ_ρ ονομάσουμε τη ταχύτητα της ράβδου λόγω μεταφορικής μετά τη κρούση:

$$p_{αρχ} = p_{τελ} \Leftrightarrow$$

$$m\upsilon_0 + 0 = M\upsilon_\rho + m\upsilon \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_\rho = \frac{m(\upsilon_0 - \upsilon)}{M} = \frac{4 \cdot (4-1)}{12} \Leftrightarrow$$

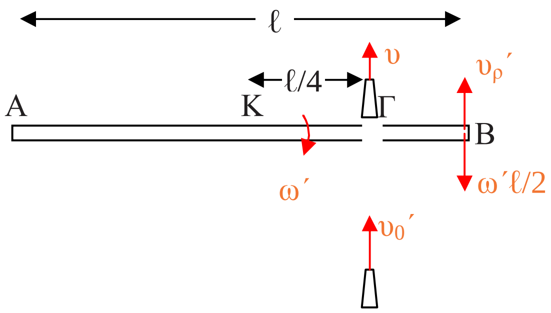
$$\upsilon_\rho = 1m/s$$



☞ Εφόσον το σύστημα παύει να στρέφεται (ακινητεί στροφικά), η μόνη ταχύτητα που θα έχουν όλα τα σημεία της θα είναι η ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης. Άρα:

$$\boxed{\upsilon_B = 1m/s}$$

Β. ☞ Τώρα προφανώς η ράβδος δεν ακινητοποιείται στροφικά. Υπολογίζουμε λοιπόν την γωνιακή ταχύτητα ω΄ που θα έχει η ράβδος αμέσως μετά τη κρούση:



$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Leftrightarrow$$

$$m\upsilon_0' \frac{\ell}{4} - I\omega = m\upsilon\frac{\ell}{4} - I\omega' \Leftrightarrow$$

$$\omega' = \frac{m\frac{\ell}{4}\left(\upsilon - \upsilon_0'\right)}{I} + \omega \Leftrightarrow$$

$$\omega' = \frac{4\cdot\frac{1}{4}\left(1 - \upsilon_0'\right)}{1} + 3 \Leftrightarrow$$

$$\omega' = 4 - \upsilon_0'$$

☞ Ομοίως, από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής, υπολογίζουμε την ταχύτητα υ_ρ' που θα έχει το κέντρο μάζας της ράβδου αμέσως μετά τη κρούση:

$$p_{αρχ} = p_{τελ} \Leftrightarrow$$

$$m\upsilon_0' + 0 = M\upsilon_\rho' + m\upsilon \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_\rho' = \frac{m\left(\upsilon_0' - \upsilon\right)}{M} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_\rho' = \frac{4\left(\upsilon_0' - 1\right)}{12} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_\rho' = \frac{\upsilon_0' - 1}{3}$$

☞ Για να είναι ακίνητο το Β θα πρέπει η ταχύτητα που θα έχει λόγω της μεταφορικής του κίνησης να είναι ίση και αντίθετη με τη ταχύτητα λόγω της στροφικής.

Δηλαδή $\upsilon_\rho' = \omega'\frac{\ell}{2}$ (κατά μέτρο). Άρα: $\frac{\upsilon_0' - 1}{3} = \left(4 - \omega'\right)\frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$2\upsilon_0' - 2 = 12 - 3\upsilon_0' \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\upsilon_0' = \frac{14}{5} m/s}$$