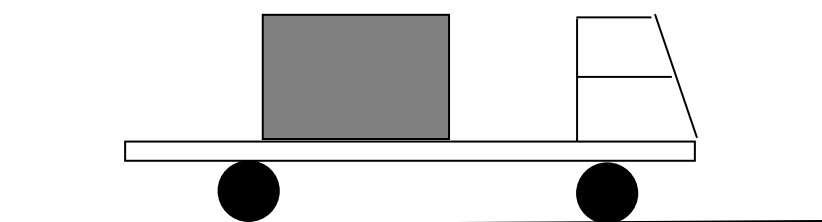


ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΛΗΣ ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ 2010
ΔΡΑΜΑ 28 ΜΑΡΤΙΟΥ 2010

ΦΥΣΙΚΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Φορτηγό μάζας $M=10.000$ kg μεταφέρει στην επίπεδη, οριζόντια καρότσα του κιβώτιο μάζας $m=5.000$ kg. Το φορτηγό κινείται με επιτάχυνση $a=1\text{m/s}^2$ χωρίς το κιβώτιο να ολισθαίνει πάνω στην καρότσα.

A. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο φορτηγό και στο κιβώτιο



B. Ο οδηγός του φορτηγού πρέπει να μεταφέρει το κιβώτιο με ασφάλεια (χωρίς να ολισθήσει το φορτηγό ή το κιβώτιο) κατά μήκος μιας διαδρομής που περιλαμβάνει επιταχυνόμενη κίνηση από την ηρεμία με σταθερή επιτάχυνση, στη συνέχεια κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου και να πάρει μια στροφή ακτίνας καμπυλότητας $R=75$ m, και τέλος μια επιβραδυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση μέχρι να σταματήσει.

Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις μέγιστες τιμές είτε της ταχύτητας είτε της επιτάχυνσης, κατά τις τρεις φάσεις της κίνησης, ώστε το φορτηγό να διανύσει την παραπάνω διαδρομή στον ελάχιστο δυνατό χρόνο.

| Κίνηση | Περιορισμοί |
|---|-----------------------------|
| Επιταχυνόμενη κίνηση από την ηρεμία με σταθερή επιτάχυνση | Μέγιστο μέτρο επιτάχυνσης = |
| Κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου και στροφή ακτίνας $R=75$ m | Μέγιστο μέτρο ταχύτητας = |
| Επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι να σταματήσει με σταθερή επιτάχυνση | Μέγιστο μέτρο επιτάχυνσης = |

Δίνεται ότι η μέγιστη οριζόντια δύναμη που μπορεί να ασκήσει ο κινητήρας του φορτηγού στο δρόμο μέσω των τροχών είναι 21.000 N, ο συντελεστής τριβής μεταξύ των τροχών και του εδάφους είναι $\mu_1=0,4$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και της καρότσας είναι $\mu_2=0,3$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s².

Μπορείτε να θεωρήσετε τα δύο σώματα ως υλικά σημεία, ολόκληρη τη διαδρομή και το οδόστρωμα της στροφής οριζόντια, και ότι η οριακή τριβή ισούται με την τριβή ολίσθησης.

Απάντηση:

A.

Οι Δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο:

Θεωρούμε το κιβώτιο ως υλικό σημείο και σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο:

N_2 : Η κάθετη δύναμη από την καρότσα του φορτηγού

T_2 : Η στατική τριβή που ασκείται στο κιβώτιο και είναι η αιτία της επιταχυνόμενης κίνησής του.

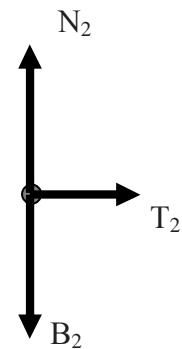
B_2 : Το βάρος του κιβωτίου.

Τα μέτρα των δυνάμεων αυτών είναι:

$$B_2 = mg = 5000 \cdot 10 = 50.000 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 - B_2 = 0 \Rightarrow N_2 = B_2 \Rightarrow N_2 = 50.000 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = m\alpha \Rightarrow T_2 = 5000 \cdot 1 \Rightarrow T_2 = 5000 \text{ N}$$



Οι Δυνάμεις που ασκούνται στο φορτηγό:

Θεωρούμε το φορτηγό ως υλικό σημείο και σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο φορτηγό:

N_1 : Η κάθετη δύναμη από το έδαφος

B_1 : Το βάρος του φορτηγού

T_1 : Η δύναμη στατικής τριβής που ασκείται στο φορτηγό από το έδαφος και το επιταχύνει.

T'_2 : Η αντίδραση της δύναμης T_2 .

N'_2 : Η αντίδραση της δύναμης N_2 .

Τα μέτρα των δυνάμεων αυτών είναι:

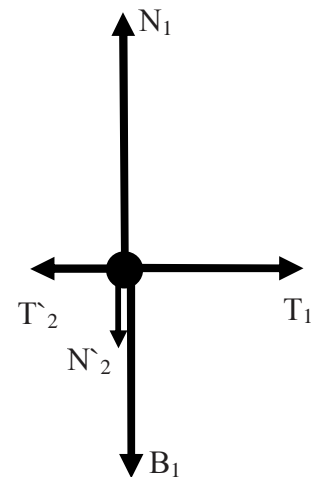
$$N'_2 = N_2 = 50.000 \text{ N}$$

$$T'_2 = T_2 = 5000 \text{ N}$$

$$B_1 = Mg = 10000 \cdot 10 = 10^5 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 - N'_2 - B_1 = 0 \Rightarrow N_1 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = M\alpha \Rightarrow T_1 - T'_2 = M\alpha \Rightarrow T_1 = 10000 \cdot 1 + 5000 \Rightarrow T_1 = 15.000 \text{ N}$$



B.

Για να διανύσει το φορτηγό τη διαδρομή στον ελάχιστο δυνατό χρόνο θα πρέπει τα μέτρα των επιταχύνσεων και των ταχυτήτων να πάρουν τις μέγιστες δυνατές τιμές. Η δύναμη που επιταχύνει ή επιβραδύνει το κιβώτιο είναι η στατική τριβή T_2 . Η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει ισούται με την οριακή τριβή. Οπότε:

$$T_{2MAX} = \mu_2 N_2 = \mu_2 mg$$

$$T_{2MAX} = m a_{\text{κιβ}} \Rightarrow a_{\text{κιβ}} = \mu_2 g \Rightarrow a_{\text{κιβMAX}} = 3 \text{ m/s}^2$$

Άρα η μέγιστη τιμή του μέτρου της επιτάχυνσης του κιβωτίου ώστε αυτό να μην ολισθήσει είναι 3 m/s^2 .

Ομοίως για το φορτηγό αποδεικνύεται ότι η μέγιστη τιμή του μέτρου της επιτάχυνσης για να μην ολισθήσουν οι τροχοί του φορτηγού είναι:

$$a_{\text{φορMAX}} = \mu_1 g = 4 \text{ m/s}^2$$

Η μέγιστη οριζόντια δύναμη που μπορεί να ασκήσει ο κινητήρας στο οδόστρωμα μέσω των τροχών είναι 21.000 N . Άρα και το οδόστρωμα μπορεί να ασκήσει στο φορτηγό μέγιστη οριζόντια δύναμη 21.000 N .

$$T_{1MAX} = (M + m) a_{\text{max}} \Rightarrow a_{\text{max}} = \frac{21000}{15000} \Rightarrow a_{\text{max}} = 1,4 \text{ m/s}^2$$

Στην επιταχυνόμενη κίνηση η μέγιστη επιτάχυνση με την οποία μπορεί να επιταχυνθεί το φορτηγό είναι $1,4 \text{ m/s}^2$ και ο περιορισμός αυτός προέρχεται από τον κινητήρα του φορτηγού που δεν μπορεί να ασκήσει μεγαλύτερη δύναμη από 21.000 N .

Στην κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου, καθώς το φορτηγό θα στρίβει, ο περιορισμός της ταχύτητας θα προέρχεται από την μέγιστη επιτάχυνση του κιβωτίου που είναι 3 m/s^2 . Αυτή η επιτάχυνση θα είναι η απαραίτητη κεντρομόλος επιτάχυνση για να στρίψει το φορτηγό:

$$a_k = \frac{v_{MAX}^2}{R} \Rightarrow v_{MAX} = \sqrt{a_k R} \Rightarrow v_{MAX} = \sqrt{3 \cdot 75} \Rightarrow v_{MAX} = 15 \text{ m/s}$$

Στην επιβραδυνόμενη κίνηση ο περιορισμός της μέγιστης τιμής του μέτρου της επιβράδυνσης προέρχεται και πάλι από το κιβώτιο και είναι 3 m/s^2 .

Συμπληρώνουμε τον πίνακα:

| Κίνηση | Περιορισμοί |
|--|---|
| Επιταχυνόμενη κίνηση από την ηρεμία με σταθερή επιτάχυνση | Μέγιστο μέτρο επιτάχυνση = 1,4 m/s² |
| Κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου και στροφή ακτίνας $R=75 \text{ m}$ | Μέγιστο μέτρο ταχύτητας = 15 m/s |
| Επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι να σταματήσει με σταθερή επιτάχυνση | Μέγιστο μέτρο επιτάχυνσης = 3 m/s² |