

Διαγωνισμός Μαθηματικών – Φυσικής
« Ξανθόπουλος Βασίλης »
22 Απριλίου 2007

Μαθηματικά Α΄ Λυκείου

Θέμα 1ο

Έστω η εξίσωση $|a-1|x^2 + |3-2a|x + |1-a| = 0$ ($a \neq 1$) ως προς x , έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

- i) Να βρεθεί σε ποιο διάστημα ανήκει το a .
- ii) Να δείξετε ότι οι ρίζες είναι αρνητικοί αριθμοί και η μια αντίστροφη της άλλης.
- iii) Αν η μια ρίζα (η ρ_1) είναι τετραπλάσια της άλλης (της ρ_2), να βρείτε τις ρίζες ρ_1 και ρ_2 .
- iv) Αν οι ρίζες της εξίσωσης είναι ρ_1 και ρ_2 του ερωτήματος (iii), να υπολογίσετε το a .

Θέμα 2ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ τυχαίο σημείο της πλευράς $B\Gamma$. Αν M είναι μέσον του $A\Delta$, φέρνω την BM που τέμνει την $A\Gamma$ στο E και ΓM που τέμνει την AB στο Z . Αν $\Delta K \parallel AB$ (το K στην ΓZ) και $\Delta \Lambda \parallel A\Gamma$ (το Λ στην BE):

- i) Να δείξετε ότι το $\Lambda K E Z$ είναι παραλληλόγραμμο
- ii) Αν $\Delta E > \Delta \Lambda$ να δείξετε ότι:
α) Η γωνία $\hat{\Delta M \Lambda}$ είναι οξεία
β) $B\Delta < AB$