

**Διαγωνισμός Μαθηματικών – Φυσικής**  
**« Ξανθόπουλος Βασίλης »**  
22 Απριλίου 2007

**Μαθηματικά Β' Λυκείου**

**Θέμα 1ο**

- α) Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  διαιρείται με το πολυώνυμο  $Q(x)$  και έχει ρίζα το  $\rho$  που δεν είναι ρίζα του  $Q(x)$  δείξτε ότι το  $P(x)$  διαιρείται με το γινόμενο  $Q(x) \cdot (x-\rho)$
- β) Αν ο μεγατοβάθμιος όρος του πολυωνύμου  $P(x)$  είναι το  $x^3$  και το  $P(x)$  έχει ρίζα το  $a \in \mathbb{R}$  και διαιρείται με το  $x^2 - ax + 1$  τότε:
- i) Να δείξετε ότι  $P(x) = (x^2 - ax + 1)(x - a)$
  - ii) Αν το  $P(x)$  έχει θετική διπλή ρίζα υπολογίστε το  $a$  και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση  $P[(\eta\mu x)^4 + 2(\eta\mu x)^2 + 2] = 0$ .

**Θέμα 2ο**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Με διάμετρο τη  $B\Gamma$  φέρω κύκλο που τέμνει τις πλευρές  $AB$ ,  $A\Gamma$  και το ύψος  $AA'$  στα σημεία  $Z$ ,  $E$  και  $\Delta$  αντίστοιχα. Αν  $H$  είναι το ορθόκεντρο να δείξετε ότι:

- i)  $(B\Delta\Gamma)^2 = (AB\Gamma) \cdot (BH\Gamma)$
- ii) Αν  $AB = A\Gamma$  και τα  $HA'$ ,  $A\Delta$ ,  $AH$  διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου με  $\omega = 2$  να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου  $AB\Gamma$ .