Μηχανικά Κύματα

Μηχανικό κύμα είναι η διάδοση μιας διαταραχής σ΄ ένα ελαστικό μέσο. Για τη δημιουργία μηχανικού κύματος απαιτείται η πηγή του κύματος και ένα ελαστικό μέσο. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, χωρίς να γίνεται μεταφορά ύλης.

Ταχύτητα διάδοσης του κύματος: Αν σε χρόνο t η διαταραχή διαδίδεται σε απόσταση x από την πηγή, τότε η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι: $\upsilon = \frac{x}{t}$

Τα κύματα με κριτήριο τη διεύθυνση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου διακρίνονται σε:

Εγκάρσια, διαδίδονται μόνο σε στερεά

Διαμήκη, διαδίδονται σε στερεά, υγρά και αέρια.

Αν η πηγή εκτελεί περιοδική κίνηση, τα σωματίδια του μέσου κινούνται περιοδικά και το κύμα ονομάζεται **περιοδικό κύμα.**

Αν η πηγή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, όλα τα σωματίδια του μέσου εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση και το κύμα ονομάζεται **αρμονικό ή ημιτονοειδές κύμα.**

Περίοδο Τ, συχνότητα f και πλάτος Α του κύματος ονομάζουμε τα αντίστοιχα μεγέθη της πηγής του κύματος.

Η **περίοδος** του κύματος μας δίνει το χρονικό διάστημα στο οποίο η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται, ενώ η **συχνότητα** μας δίνει τον αριθμό των κορυφών ή των πυκνωμάτων που φτάνουν σε κάποιο σημείο στη μονάδα του χρόνου.

Μήκος κύματος λ ονομάζεται η απόσταση που διαδίδεται το κύμα σε μία περίοδο.

Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής: $\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \upsilon = \lambda \cdot f$

Η εξίσωση του αρμονικού κύματος.

Η πηγή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση: ψ=Αημωt.

Ένα σημείο του ελαστικού μέσου που απέχει απόσταση x από την πηγή θα αρχίσει να ταλαντώνεται με καθυστέρηση $t_1=x/\upsilon$. Επομένως η εξίσωση της κίνησής του θα είναι:

$$y = A \cdot \eta\mu[\omega(t - \frac{x}{\upsilon})] \Rightarrow y = A \cdot \eta\mu[\frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{\upsilon})] \Rightarrow y = A \cdot \eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

Μεθοδολογία για την επίλυση ασκήσεων

Όταν μας δίνεται η εξίσωση του κύματος τη συγκρίνουμε με τη θεωρία και βρίσκουμε το πλάτος του κύματος Α, την περίοδο του κύματος Τ, και το μήκος κύματος λ. Στη συνέχεια από την εξίσωση υ=λf βρίσκουμε την ταχύτητα του κύματος.

Όταν μας ζητείται η εξίσωση του κύματος φροντίζουμε να υπολογίσουμε το πλάτος του κύματος Α, την περίοδο του κύματος Τ, και το μήκος κύματος, Στη συνέχεια γράφουμε την εξίσωση κύματος.

Για να σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο του κύματος κάποια χρονική στιγμή t_1 υπολογίζουμε πρώτα την απόσταση x_1 που έχει διαδοθεί το κύμα στον χρόνο t_1: $x_1=\upsilon \cdot t_1$. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον αριθμό των μηκών κύματος που χωρούν στην απόσταση x_1: Αριθμός μηκών κύματος=x_1/λ. Τέλος στους άξονες y – x σχεδιάζουμε την αντίστοιχη κυματομορφή από το τέλος προς την αρχή.

Για να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της ταλάντωσης ενός σημείου της χορδής στη θέση x_1 σε συνάρτηση με το χρόνο, υπολογίζουμε πρώτα το χρόνο t_1 που απαιτείται για να φτάσει το κύμα στη θέση x_1: $t_1=x_1/\upsilon$. Στη συνέχεια, στο διάγραμμα y – t σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση από τη χρονική στιγμή t_1 και μετά.

Η απομάκρυνση y, η ταχύτητα υy και η επιτάχυνση αy ενός σημείου του ελαστικού μέσου υπολογίζονται από τους τύπους:

Απομάκρυνση y: $y = A \cdot \eta\mu[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})]$

Ταχύτητα υ_y : $\upsilon_y = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})]$

Επιτάχυνση αy: $\alpha_y = -\omega^2 \cdot A \cdot \eta\mu[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})]$

Ερωτήσεις - Ασκήσεις

1) Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από μια περιοχή του υλικού μέσου σε άλλη, αλλά δεν μεταφέρεται .....

2) Διαμήκη ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται ..... στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

3) Η αιτία δημιουργίας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η ..... κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

4) Τα σημεία που πάλλονται με μέγιστο πλάτος ταλάντωσης σε ένα στάσιμο κύμα ονομάζονται .....

5) Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται .....

6) Το μήκος κύματος δύο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα είναι λ. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος θα είναι:
α. λ β. λ/2 γ. 2λ δ. λ/4 .

7) Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η καθεμιά παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους 10cm και μήκους κύματος 2m. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή Α απόσταση 6m και από την πηγή Β απόσταση 2m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :
α. 0cm β. 10cm γ. 20cm δ. 40cm .

8) Με τα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου σε άλλο σημείο του ιδίου μέσου.

9) Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο όμοιων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού είναι ότι όλα τα σημεία της επιφάνειας είτε παραμένουν διαρκώς ακίνητα είτε ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

10) Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:
α. είναι διαμήκη.
β. υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.
γ. διαδίδονται σε όλα τα μέσα με την ίδια ταχύτητα.
δ. δημιουργούνται από σταθερό μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο.

11) Μια ακτίνα φωτός προσπίπτει στην επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων. Όταν η διαθλώμενη ακτίνα κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια, τότε η γωνία πρόσπτωσης ονομάζεται :
α. μέγιστη γωνία β. ελάχιστη γωνία
γ. μηδενική γωνία δ. κρίσιμη γωνία.

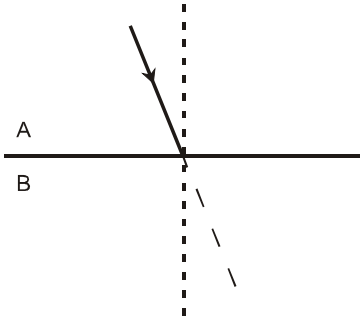
12) Μονοχρωματική ακτινοβολία που διαδίδεται στο γυαλί προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια του γυαλιού με τον αέρα, με γωνία πρόσπτωσης θα τέτοια ώστε $ημθ_α = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι $n_α = \sqrt{2}$. Η ακτινοβολία θα:

α. διαθλαστεί και θα εξέλθει στον αέρα.
β. κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια.
γ. ανακλαστεί ολικά από τη διαχωριστική επιφάνεια.

13) Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός που διαδίδεται στο οπτικό μέσο Α με δείκτη διάθλασης n_A προσπίπτει με γωνία μικρότερη της κρίσιμης στη διαχωριστική επιφάνεια με άλλο διαφανές οπτικό μέσο Β με δείκτη διάθλασης n_B, όπου $n_B < n_A$.

Α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε τη διαθλώμενη ακτίνα.

Β. Ποια από τις δύο γωνίες είναι μεγαλύτερη;
α. η γωνία προσπτώσεως,
β. η γωνία διαθλάσεως.



14) Ένας φελλός εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση λόγω των κυμάτων στην επιφάνεια της θάλασσας. Ο χρόνος που απαιτείται για να μεταβεί ο φελλός από το ανώτερο στο κατώτερο σημείο της ταλάντωσής του είναι 3s και η απόσταση ανάμεσα σ' αυτά τα δύο σημεία είναι 80cm. Αν η απόσταση ανάμεσα σε μια κορυφή και στην επόμενη κοιλάδα του κύματος είναι 4m να βρείτε:
α) Το μήκος κύματος β) Το πλάτος του κύματος γ) Τη συχνότητα του κύματος δ) Την ταχύτητα του κύματος ε) Την ταχύτητα του φελλού όταν βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.

14) Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση x=L, ενώ το άκρο Ο που βρίσκεται στη θέση x=0 είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση x=0 εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t=0 το σημείο x=0 βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι 0,1 m. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση 0,1 m από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.
β. Να υπολογίσετε το μήκος L.
γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου x=0 κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή y = +0,03 m.
Δίνεται π = 3,14 .

15) Το σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή t = 0, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση y = 0,05ημ8πt (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x΄x, κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο Ο με ταχύτητα μέτρου 20m/s.

α) Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση.
β) Να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.
γ) Να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος.
δ) Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής.

16) Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό το ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση $E=30ημ2π(6\cdot10^{10}t - 2\cdot10^{2}x)$. Να εξετάσετε αν το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση $B=10^{-7}ημ2π(6\cdot10^{10}t - 2\cdot10^{2}x)$. Δίνεται: ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0= 3\cdot10^{8}$ m/s.

17) Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα, που έχουν το ίδιο πλάτος, την ίδια συχνότητα, αλλά διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις συμβάλλουν κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου. Η εξίσωση του κύματος που διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση είναι: $\psi_1 = \eta\mu 2\pi(10t - \frac{x}{3})$ (οι αποστάσεις σε cm και ο χρόνος σε second)

α) Γράψτε την εξίσωση του άλλου κύματος που διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση.
β) Ποιο είναι το αποτέλεσμα της συμβολής των δύο κυμάτων; Να γράψτε την εξίσωσή του.
γ) Βρείτε τα σημεία του ελαστικού μέσου που είναι δεσμοί.
δ) Βρείτε δύο σημεία εκατέρωθεν του πρώτου δεσμού που ταλαντώνονται με πλάτος 1cm.
ε) Βρείτε την ταχύτητα των δύο κυμάτων.

18) Ένα στάσιμο κύμα περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση: $\psi = 2\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{3} \bullet \eta\mu 20\pi t$ (οι αποστάσεις σε cm και ο χρόνος σε second)

α) Γράψτε τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
β) Βρείτε την ταχύτητα που διαδίδονται τα δύο κύματα.
γ) Βρείτε τα σημεία της χορδής που είναι κοιλίες.
δ) Σχεδιάστε τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές t=0s και t=0,025s.
ε) Βρείτε την ταχύτητα ενός σημείου του ελαστικού μέσου που απέχει απόσταση x=2cm από την αρχή των αξόνων τη χρονική στιγμή t=0,1s.