

## ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

1. Η ταχυτητα διαδοσης του κυματος σε ορισμενο ελαστικο μεσο είναι σταθερη και εξαρταται από το ειδος του κυματος και τις ιδιοτητες του μεσου ενώ η ταχυτητα ταλαντωσης των υλικων σημειων μεταβαλλεται με το χρονο
2. Για να σχεδιασουμε το στιγμιοτυπο ενός κυματος καποια χρονικη στιγμη t θα βρισκουμε την αποσταση στην οποια εχει διαδοθει το κυμα εκεινη τη χρονικη στιγμη και καποιν θα κανουμε γραφικη παρασταση της σχεσης  $\psi=f(x)$ . Μας συμφερει να βρουμε τις τιμες του  $\psi$  για  $x=0, \lambda/4, 2\lambda/4, 3\lambda/4, \dots$
3. Η φαση του κυματος είναι συναρτηση του χρονου t και της θεσης x του υλικου σημειου
4. Η φαση του κυματος δεν μπορει να είναι αρνητικη. Αν συμβει αυτό για καποιο σημειο του ελαστικου μεσου θα καταλαβαινουμε ότι το κυμα δεν εχει φθασει στο συγκεκριμενο σημειο
5. Για να βρουμε την αποσταση στην οποια εχει διαδοθει το κυμα μια χρονικη στιγμη αρκει να λυσουμε την συγκεκριμενη χρονικη στιγμη την εξισψη  $\phi=f(t)=0$
6. Κατά τη φορα διαδοσης του κυματος παρατηρουμε μια χρονικη στιγμη μειωση της φασης. Αν  $\chi_1 < \chi_2$  τοτε  $\phi_1 > \phi_2$
7. Για να βρουμε την χρονικη στιγμη που ζεκινα να ταλαντωνεται ένα υλικο σημειο που βρισκεται στη θεση  $\chi_1$  θετουμε στην εξισωση  $\phi=f(x,t)$  οπου  $\chi=\chi_1$  και οπου  $\phi=0$ . Λυνουμε την εξισωση ως προς t και βρισκουμε την χρονικη στιγμη που ζεκινα να ταλαντωνεται το σημειο

## Πολλαπλης επιλογης

1. Κατά τη διάδοση ενός κύματος σ' ένα ελαστικό μέσο
  - α. μεταφέρεται ύλη.
  - β. μεταφέρεται ενέργεια και ύλη.
  - γ. όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου έχουν την ίδια φάση την ίδια χρονική στιγμή.
  - δ. μεταφέρεται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα.
2. Όταν ένα περιοδικό κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης
  - α. η ταχύτητά του μένει σταθερή.
  - β. η συχνότητά του μένει σταθερή.
  - γ. το μήκος κύματος δε μεταβάλλεται.
  - δ. μεταβάλλονται το μήκος κύματος και η συχνότητά του.
3. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα χωρίς απώλειες ενέργειας.
  - α. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κατά τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
  - β. Σχηματίζονται “όρη” και “κοιλάδες”.
  - γ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου καθορίζεται από τη σχέση  $V = \lambda f$ .
  - δ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθορίζεται από την εξισωση  $v = \omega A$ .
4. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδονται διαμήκη αρμονικά κύματα χωρίς απώλειες ενέργειας.
  - α. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης της διαταραχής.
  - β. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου καθορίζεται

$$\text{από την εξίσωση } V = \frac{\lambda}{T}.$$

γ. Σχηματίζονται “πυκνώματα” και “αραιώματα”.

δ. Η ταχύτητα διάδοσής του κύματος καθορίζεται από την εξίσωση  $v = \omega A$ .

5. Το μήκος κύματος ενός αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου

α. είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία έχουν διαφορά φάσης  $\pi$  (rad).

β. είναι ίσο με τον αριθμό των ταλαντώσεων που εκτελεί ένα μόριο του ελαστικού μέσου σε χρόνο 1 s.

γ. είναι η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο  $\frac{T}{2}$ , όπου  $T$  η περίοδος του κύματος.

δ. είναι η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.

6. Σημείο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x'$ , εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y = A \eta \mu \omega t$ . Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα, με αρχή το σημείο O, είναι

α.  $y = A \eta \mu \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

β.  $y = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$

γ.  $y = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

δ.  $y = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{v} \right)$

7. Αν η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι  $y = 0,5 \eta \mu 2\pi(10t - 20x)$ , (S.I) τότε

α. η συχνότητα του κύματος είναι  $10 \text{ Hz}$  και η ταχύτητα διάδοσής του είναι  $10 \text{ m/s}$ .

β. η αρχή ( $x = 0$ ) του κύματος ταλαντώνεται χωρίς αρχική φάση με περίοδο  $10 \text{ s}$ .

γ. όλα τα σημεία του γραμμικού ελαστικού μέσου έχουν, την ίδια χρονική στιγμή, πλάτος ταλάντωσης ίσο με  $0,5 \text{ m}$ .

δ. το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x$  με ταχύτητα  $1,8 \text{ km/h}$ .

8. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x'$ , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Το στιγμιότυπο του κύματος παριστάνει

α. την απομάκρυνση  $y$  των διαφόρων σημείων του μέσου, ως συνάρτηση της θέσης τους  $x$ , για  $t = \text{σταθερό}$ .

β. την απομάκρυνση  $y$  ενός σημείου του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση του χρόνου.

γ. την ταχύτητα της ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση του χρόνου.

δ. την ταχύτητα της ταλάντωσης των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση της θέσης τους  $x$ , την ίδια χρονική στιγμή.

- 9.** Η φάση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος πλάτους  $A$ , το οποίο αρχίζει να διαδίδεται τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , δίνεται από τη συνάρτηση  $\Phi(t,x)=0,2 \pi t - 4 \pi x$  (S.I). Συνεπώς
- a.** τη χρονική στιγμή  $t = 5 s$  το κύμα έχει μετατοπιστεί κατά  $2 m$ .
  - β.** το σημείο του μέσου στη θέση  $x = 10 m$  αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t = 200 s$ .
  - γ.** τη χρονική στιγμή  $t = 20 s$  το σημείο του μέσου στη θέση  $x = 0,75 m$  έχει απομάκρυνση  $y = A$ .
  - δ.** το κύμα διαδίδεται με ταχύτητα  $v = 10 m/s$

#### Σωστο-Λαθος.

- 1.** Κύμα ονομάζεται κάθε διαταραχή κατά την οποία μεταφέρεται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα.
- 2.** Τα μηχανικά κύματα διαδίδονται σε υλικά μέσα.
- 3.** Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δε διαδίδονται στο κενό.
- 4.** Όταν διαδίδεται εγκάρσιο κύμα σ' ένα ελαστικό μέσον, τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- 5.** Όταν διαδίδονται διαμήκη κύματα σ' ένα ελαστικό μέσον, σχηματίζονται “όρη” και “κοιλάδες”.
- 6.** Όταν διαδίδονται διαμήκη κύματα σ' ένα ελαστικό μέσον, τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- 7.** Η συχνότητα ενός κύματος δεν εξαρτάται από το μέσον στο οποίο διαδίδεται το κύμα.
- 8.** Αν ένα κύμα αλλάζει μέσον διάδοσης, το μήκος κύματος δε μεταβάλλεται.
- 9.** Το κύμα που δημιουργείται από το κτύπημα του κουδουνιού είναι επιφανειακό.
- 10.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται αρμονικό κύμα, μήκους κύματος  $\lambda$ . Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι  $\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda}$ , όπου  $d$  η απόσταση μεταξύ των σημείων.
- 11.** Η εξίσωση  $y = A\eta\mu \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$  περιγράφει αρμονικό κύμα το οποίο διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x$ .
- 12.** Η εξίσωση  $y = A\eta\mu (\omega t + kx)$ , όπου  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , περιγράφει αρμονικό κύμα το οποίο διαδίδεται κατά την αρνητική κατεύθυνση του άξονα  $x$ .
- 13.** Το στιγμιότυπο αρμονικού κύματος παριστάνει την απομάκρυνση ενός υλικού σημείου του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται το κύμα, σε συνάρτηση με το

χρόνο.

- 14.** Το στιγμιότυπο γραμμικού αρμονικού κύματος παριστάνει την απομάκρυνση για τη θέση  $x$  ισορροπίας των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου, ως συνάρτηση της θέσης  $x$ .
- 15.** Αρμονικό κύμα που διαδίδεται σε γραμμικό μέσο περιγράφεται από την εξίσωση  $y = 0,03\mu 2\pi \left( \frac{t}{5} - \frac{x}{15} \right)$  (S.I.). Για το σημείο που βρίσκεται στη θέση  $x = 6$  m και για τις χρονικές στιγμές  $0 \leq t \leq 2$  s είναι  $y = 0$ .
- 16.** Η κλίση στη γραφική παράσταση της φάσης ενός γραμμικού αρμονικού κύματος σε συνάρτηση με το χρόνο εκφράζει τη γωνιακή (κυκλική) συχνότητα.

### Ερωτησεις ανοικτού τυπου – Ασκησεις

- 1.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση  $\hat{X}\hat{X}$ , διαδίδεται με ταχύτητα μέτρου ν εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Θεωρούμε αρχή του άξονα ένα σημείο O του ελαστικού μέσου το οποίο αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , με εξίσωση  $y = A\eta\omega t$ .

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε και γιατί;

**a.** Η εξίσωση που περιγράφει το αρμονικό κύμα όταν αυτό διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα είναι  $y = A\eta\mu \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ .

**β.** Η εξίσωση που περιγράφει το αρμονικό κύμα όταν αυτό διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα είναι  $y = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$ .

**γ.** Δύο σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία ταλαντώνονται σε συμφωνία φάσης απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος.

- 2.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα  $\hat{X}\hat{X}$  διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος  $\lambda$ , κατά τη θετική κατεύθυνση. Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο O του ελαστικού μέσου το οποίο τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με εξίσωση  $y = A\eta\omega t$ .

Οι φάσεις της ταλάντωσης δύο σημείων M και N του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι  $\phi_M = \frac{20\pi}{3}$  και  $\phi_N = \frac{2\pi}{3}$ , αντίστοιχα.

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

**α.** Η εξίσωση που περιγράφει το κύμα είναι  $y = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$ .

**β.** Το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο M προς το σημείο N.

**γ.** Τα σημεία M, N απέχουν μεταξύ τους απόσταση η οποία είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος  $\lambda$ .

**δ.** Το στιγμιότυπο του κύματος δείχνει τη χωρική περιοδικότητα που παρουσιάζει το ελαστικό μέσον.

- 3.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος  $\lambda$ , κατά την αρνητική κατεύθυνση. Θεωρούμε αρχή του άξονα ένα σημείο O του ελαστικού μέσου, το οποίο τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με εξίσωση  $y = A\eta\omega t$ .

Οι φάσεις της ταλάντωσης δύο σημείων A, B του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι  $\phi_A = \frac{15\pi}{2}$  και  $\phi_B = \frac{5\pi}{2}$ , αντίστοιχα.

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

**a.** Η εξίσωση που περιγράφει το κύμα είναι  $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$ .

**β.** Το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο B προς το σημείο A.

**γ.** Τα σημεία A και B απέχουν μεταξύ τους απόσταση η οποία είναι περιττό πολλαπλάσιο του  $\frac{\lambda}{2}$ .

**δ.** Στη γραφική παράσταση της εξίσωσης του κύματος  $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \Lambda\right)$ , όπου  $\Lambda = \frac{x}{\lambda} = \sigma t a \theta$ , διαπιστώνουμε τη χρονική περιοδικότητα που παρουσιάζει η κίνηση ενός σημείου του ελαστικού μέσου.

4. Η πηγη ενός αρμονικού κυματος την  $t=0$  αρχιζει να ταλαντωνεται και δινονται για αυτή: α) τη χρονικη στιγμη  $t=0$  ισχουν  $\psi=0, v>0$

Β) εχει πλατος  $0,1\text{m}$  και για να μεταβει απευθειας από τη θεση ισορροπιας στη θεση πλατους απαιτειται χρονος  $\Delta t=1/40\text{s}$

Αν η ταχυτητα διαδοσης του κυματος είναι  $1\text{m/s}$  να βρεθουν:

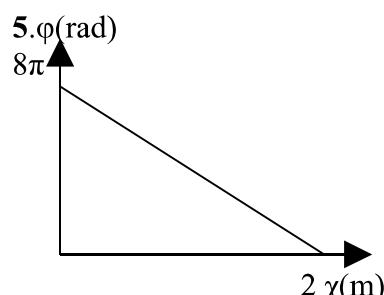
α) Η εξίσωση του κυματος

β) Να σχεδιαστει το στιγμιοτυπο του κυματος την  $t=0,2\text{s}$

γ) η εξίσωση της απομακρυνσης με το χρονο για ένα σημειο A που απεχει  $\chi=0,1\text{m}$  από την πηγη και να γινει η γραφικη της παρασταση

δ) η ταχυτητα του σημειου A τις χρονικες στιγμες  $0,05\text{s}$  και  $0,2\text{s}$

ε) Ποια η θεση ενός σημειου B το οποιο καθυστερει φασικα του A κατα π rad



Εγκαρσιο αρμονικο κυμα πλατους  $A = 0,4\text{m}$  διαδιδεται σε γραμμικο ελαστικο μεσο προς τη θετικη κατευθυνση του αξονα  $\chi$ .Η ταλαντωση της πηγης των κυματων που βρισκετε στην αρχη O του αξονα εχει μηδενικη αρχικη φαση.Στο διπλανο σχημα παριστανεται γραφικα ημεταβολη της φασης του κυματος σε συναρτηση με τη θεση  $\chi$  για τη χρονικη στιγμη  $t_1=1\text{s}$ .

α) Να γραψετε τη ν εξίσωση του αρμονικου κυματος

β) Να σχεδιαστει το στιγμιοτυπο του κυματος τη χρονικη στιγμη  $t_1=1\text{s}$ .

γ) Να μεταφερετε τη γραφικη παρασταση  $\phi=f(x)$  που δινεται και να σχεδιαστει στο ιδιο συστημα αξονων τη γραφικη παρασταση της φασης σε συναρτηση με τη θεση  $\chi$  για τις χρονικες στιγμες  $0,5\text{s}$  και  $1,5\text{s}$

δ) Η φαση της ταλαντωσης ενός σημειου Κ του ελαστικου μεσου την χρονικη στιγμη

$t_i=1s$  ισουται με  $\phi_k=2\pi$  rad. Ποια χρονικη στιγμη ξεκινησε να ταλαντωνεται το σημειο αυτο

6.Πηγη εγκαρσιων αρμονικων κυματων βρισκεται στο αριστερο ακρο Ο ενός γραμμικου ελαστικου μεσου και δημιουργει αρμονικα κυματα που διαδιδονται στο ελαστικο μεσο με ταχυτητα  $0,2m/s$ .Τη χρονικη στιγμη  $t=0$  η πηγη ξεκινα την ταλαντωση της από τη θεση ισορροπιας της με θετικη ταχυτητα . Υλικο σημειο Κ μαζας  $m=0,1g$  που βρισκετε σε αποσταση  $x_i$  από το ακρο Ο του ελαστικου μεσου αρχιζει να ταλαντωνεται τη χρονικη στιγμη  $t_i=0,15s$ . Την ιδια χρονικη στιγμη η πηγη του κυματος εχει ολοκληρωσει τρεις πληρεις ταλαντωσεις . η ολικη ενεργεια της ταλαντωσης του σημειου Κ ισουται με  $E=8 \cdot 10^{-3} J$

A) Να υπολογισετε το μηκος κυματος λ

B) Να γραφετε την εξισωση του αρμονικου κυματος θεωρωντας ως αρχη μετρησης των αποστασεων ( $x=0$ ) το σημειο Ο

Γ) Να γραφετε την εξισωση της ταχυτητας ταλαντωσης του υλικου σημειου Κ σε συναρτηση με το χρονο

Δ) Να υπολογισετε τον αριθμο των υλικων σημειων του ελαστικου μεσου που τη χρονικη στιγμη  $t_2=2t_i$  η απομακρυνση τους από τη θεση ισορροπιας τους ισουται με  $\psi_i=+0,05m$  ( $\pi^2=10$ )

7.Το σημειο Ο ομογενους ελαστικης χορδης τη χρονικη στιγμη  $t=0$  αρχιζει να εκτελει απλη αρμονικη ταλαντωση με εξισωση  $\psi=0,05\eta m8\pi t$  (S.I) καθετα στη διευθυνση της χορδης . Το κυμα που παραγεται διαδιδεται κατά τη θετικη φορα του αξονα χχ' κατά μηκος της χορδης που διερχεται από το σημειο Ο με ταχυτητα μετρου  $20m/s$

A) Να βρεθει ο χρονος που χρειαζεται ένα υλικο σημειο του ελαστικου μεσου για να εκτελεσει μια πληρη ταλαντωση

B) Να βρεθει το μηκος κυματος του αρμονικου κυματος

Γ) Να γραφει η εξισωση του ιδιου κυματος

Δ) να βρεθει το μετρο της μεγιστης ταχυτητας με την οποια ταλαντωνεται ένα σημειο της χορδης

8.'Ενα αρμονικό κύμα διαδιδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου με ταχύτητα διάδοσης  $u=1m/sec$ . Αν η εξισωση της πηγής του κύματος είναι  $\psi=5\eta m20\pi t$  (y-cm, t-sec), να βρείτε:

α) Την χρονική σπημη  $t_1$ , που θα αρχισει να κινείται ένα σημειο M του μεσου που απέχει από την πηγή απόσταση  $x_1=5m$ .

β) Να υπολογιστούν η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου M τις χρονικές στιγμές  $t_1=4,75sec$  και  $t_2=6,575sec$  .

γ) Να γίνει η γραφικη παράσταση της φάσης και της απομάκρυνσης του σημείου M σε συνάρτηση με τον χρόνο.

9.Εγκάρσιο κύμα διαδιδεται κατά μήκος ενός γραμμικου ελαστικού μέσου μεγάλου μήκους. Το κύμα δημιουργείται σε σημειο Ο του μεσου και διαδιδεται προς τα δεξιά. Η μικρότερη απόσταση μεταξύ ενός όρους και μίας κοιλάδας του κύματος είναι  $d=20cm$ . Ο χρόνος που απαιτείται για να ολοκληρωσει μια ταλαντωση ένα σημειο A του μεσου είναι  $\Delta t=0,4sec$ . Η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης ενός σημείου του μεσου είναι  $v_0=2\pi m/sec$ .

- α) Να γραφεί η εξίσωση του αρμονικού κύματος.  
 β) Πόσο απέχει από το σημείο A ένα δεύτερο σημείο B του μέσου που ταλαντώνεται με φάση μεγαλύτερη κατά  $\Delta\phi = 3\pi/2$  rad από την φάση του σημείου A

- γ) Αν το σημείο B είναι το πρώτο σε συμφωνία φασης με την πηγή να γίνουν:  
 ι) Το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή που το σημείο A διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας κινούμενο με αρνητική ταχύτητα.  
 δ) Κατά πόσο πρέπει να μεταβληθεί η συχνότητα της πηγής του κύματος, ώστε η απόσταση του σημείου B από το σημείο A να διπλασιαστεί;

**Να θεωρηθεί ως  $t=0$  η χρονική στιγμή που ξεκινά η ταλάντωση της πηγής**

- 10.** Μια πηγή O που βρίσκεται στη θέση  $x = 0$  του άξονα x'x αρχίζει, τη στιγμή  $t = 0$ , να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,04\text{ημ}^4\text{πt}$  (SI). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα με ταχύτητα  $v = 50 \frac{m}{s}$ .

- α.** Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.  
**β.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.  
**γ.** Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να κινείται ένα σημείο M του άξονα x'x που βρίσκεται στη θέση  $x = 500 m$ ;  
**δ.** Τη χρονική στιγμή  $t = 20 s$  να βρείτε για το σημείο M  
 i) την απομάκρυνσή του y από τη θέση ισορροπίας του.  
 ii) την ταχύτητά του.  
 iii) την επιτάχυνσή του.

$$[\text{Απ. (α) } 25 \text{ m} \quad (\beta) \quad y = 0,04\text{ημ}^2\pi \left( 2t - \frac{x}{25} \right) \text{(SI)} \quad (\gamma) \quad 10 \text{ s} \quad (\delta) \text{ i) } 0 \quad \text{ii) } 0,16\pi \frac{m}{s} \\ \text{iii) } 0]$$

- 11.** Μια πηγή O αρχίζει να εκτελεί, τη στιγμή  $t = 0$ , απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,08\text{ημ}^2\pi$  (SI). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x'x με ταχύτητα  $v = 2 \frac{m}{s}$ .

- α.** Να βρείτε την περίοδο, τη συχνότητα και το μήκος κύματος.  
**β.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.  
**γ.** Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημείο M που βρίσκεται στη θέση  $x = 2 m$   
**δ.** Να παραστήσετε γραφικά τη φάση φ της ταλάντωσης για τα διάφορα σημεία του ημιάξονα Ox, σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x, τη χρονική στιγμή  $t = 5 s$ .  
 [Απ. (α) 2 s, 0,5 Hz, 4 m (β)  $y = 0,08\text{ημ}^2\pi(0,5t - 0,25x)$  (SI)  
 (γ)  $V = 0,08\text{ημ}^2\pi(0,5t - 0,5)$  (SI),  $\alpha = -0,08t^2\text{ημ}^2\pi(0,5t - 0,5)$  (SI) (δ)  $\varphi = 5\pi - 0,5\pi x$  (SI)]

**12.** Στα σχήματα φαίνονται δύο γραφικές παραστάσεις για εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'$ .

Θεωρούμε ως αρχή  $x = 0$  τη μια άκρη του γραμμικού ελαστικού μέσου. Με βάση τις πληροφορίες που παρέχουν οι γραφικές παραστάσεις (I) και (II), να βρείτε

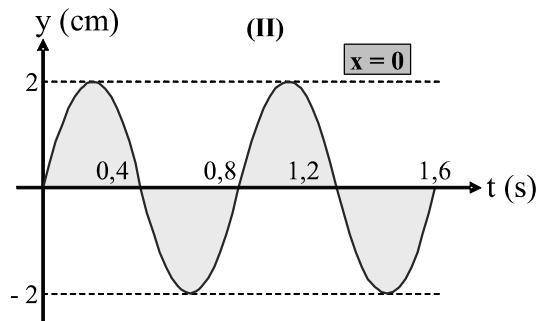
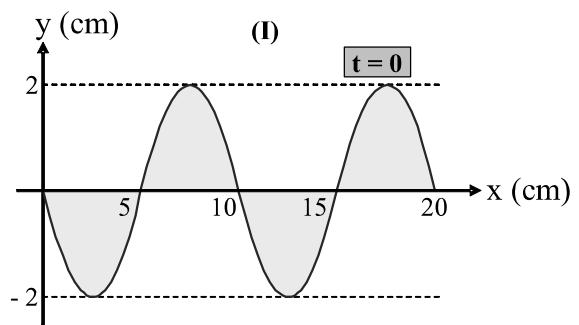
**a.** το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος.

**b.** την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

**γ.** την εξίσωση του κύματος.

**δ.** την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός μορίου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση  $x = 10 \text{ cm}$  τη χρονική στιγμή  $t = 0,8 \text{ s}$ .

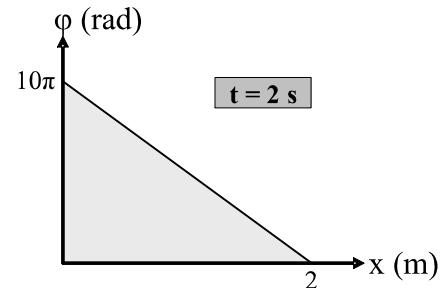
**ε.** Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος κατά τη χρονική στιγμή  $t = 0,4 \text{ s}$ .



$$[\text{Απ. (a)} 10 \text{ cm}, 0,8 \text{ s} \quad (\beta) 12,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \quad (\gamma) y = 2\eta\mu 2\pi \left( 1,25 - \frac{x}{10} \right) \text{ (t σε s, y και x σε cm)}$$

$$(\delta) 0, 5\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}, 0]$$

**13.** Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα πλάτους  $A = 0,1 \text{ m}$  διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'$ . Η εξίσωση δονήσεως της πηγής  $O$ , που βρίσκεται στην αρχή του άξονα  $x'$ , είναι  $y = A\eta\mu\omega t$ . Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  από την πηγή τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$ .



**α.** Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος.

**β.** Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

**γ.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

**δ.** Να βρείτε για τη χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ s}$  και για το σημείο  $A$  του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή  $O$  απόσταση  $x = 1 \text{ m}$ ,

- i) την απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του.
- ii) την ταχύτητά του.
- iii) την επιτάχυνσή του.

**ε.** Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$ .

$$[\text{Απ. (a)} 0,4 \text{ s} \quad 0,4 \text{ m} \quad (\beta) 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\gamma) y = 0,1\eta\mu 2\pi(2,5t - 2,5x) \quad (\delta) \text{i) } 0 \quad \text{ii) } -0,5\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{iii) } 0]$$

**14.** Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου που συμπίπτει με τον άξονα  $x'$ , κατά τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή βρίσκεται στη θέση  $x = 0$  και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t = 0$

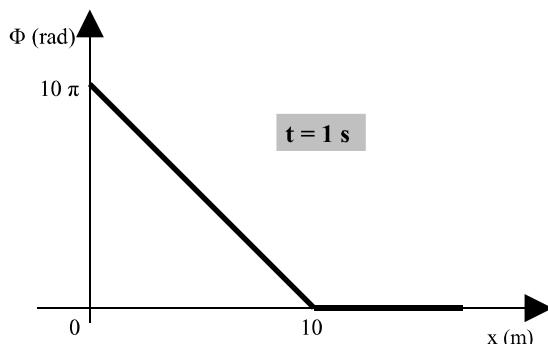
σύμφωνα με την εξίσωση  $y = 4 \cdot 10^{-2}$  ημωτ (S.I). Στο διάγραμμα δίνεται η μεταβολή της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με τη τετμημένη χ των σημείων του ελαστικού μέσου κατά τη χρονική στιγμή  $t = 1$  s.

- a.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- β.** Για το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x = 4$  m, να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο,

  1. την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και
  2. τη φάση της ταλάντωσής του.

**γ.** Για το σημείο του ελαστικού μέσου, του οποίου η φάση τη χρονική στιγμή  $t = 1,6$  s είναι  $4\pi$  rad, να παραστήσετε γραφικά την επιτάχυνσή του σε συνάρτηση με το χρόνο.

- δ.** Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τις χρονικές στιγμές 0,6 s και 0,65 s.  
[Απ.  $y = 4 \cdot 10^{-2}$  ημ $2\pi(5t - 0,5x)$  (S.I)]



**15.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα x̄x̄, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος  $\lambda = 20$  cm, προς τη αρνητική κατεύθυνση του άξονα. Η απομάκρυνση ενός σημείου O, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα, δίνεται από την εξίσωση  $y = 2\eta\mu 2\pi t$  (y σε cm, x σε s).

Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

- α.** Η εξίσωση του κύματος είναι  $y = 2\eta\mu 2\pi \left(10 + \frac{x}{20}\right)$  (x, y σε cm, t σε s).
- β.** Η διαφορά φάσης  $\phi_A - \phi_B$  μεταξύ των ταλαντώσεων δύο σημείων A (40 cm) και

B (-40 cm), την ίδια χρονική στιγμή, είναι  $8\pi$ .

- γ.** Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου B τη χρονική στιγμή  $t = 3$  s είναι  $V = -40\pi \frac{cm}{s}$ .

- δ.** Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι  $v = 2 \frac{m}{s}$ .

**16** Ένα ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x̄x̄ και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:  $A = 0,05$  m,  $\lambda = 0,8$  m,  $f = 4$  Hz. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- α.** Στη θέση  $x = 0$ , για  $t = 0$  είναι  $y = 0$  και  $V > 0$ .
- β.** Στη θέση  $x = 0,1$  m για  $t = 0$  είναι  $y = 0$  και  $V > 0$ .

$$[\text{Απ. } (\alpha) y = 0,05\eta\mu 2\pi(4t + 1,25x) \text{ (SI)} \quad (\beta) y = 0,05\eta\mu 2\pi \left(4t + 1,25x + \frac{7}{8}\right) \text{ (SI)}]$$

**17.** Δίνεται το αρμονικό κύμα με εξίσωση  $y = 0,08\eta\mu(3x - 0,24x + \pi)$  (SI).

- α.** Να υπολογίσετε
  - i) την ταχύτητα του κύματος.
  - ii) τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου.
- β.** Να βρείτε την ταχύτητα της ταλάντωσης, τη στιγμή  $t = 0$ , ενός σημείου του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x = 25\pi/3$  m.
- γ.** Να βρείτε την ταχύτητα της ταλάντωσης, τη στιγμή  $t = 0,1\pi$  s, ενός σημείου του

ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x = 50\pi \text{ m}$ .

$$[\text{Απ. (a) i)} 125 \frac{m}{s} \quad \text{ii)} V_{\max} = 2,4 \frac{m}{s} \quad (\beta) V = -2,4 \frac{m}{s} \quad (\gamma) V = 2,4 \frac{m}{s}]$$

**18.** Ένα ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $X'X$  και έχει πλάτος  $A = 0,1 \text{ m}$  μήκος κύματος  $\lambda = 0,4 \text{ m}$  και συχνότητα  $f = 4 \text{ Hz}$ . Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα. Για  $t = 0$ , στη θέση  $x = 0$  η απομάκρυνση είναι  $y = 0,1 \text{ m}$ .

**a.** Να βρείτε

- i) τον κυματικό αριθμό  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .
- ii) την περίοδο και την κυκλική συχνότητα του κύματος.
- iii) την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

**β.** Να προσδιορίσετε την αρχική φάση του κύματος και να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

$$[\text{Απ. (a) i)} 5\pi \text{ m}^{-1} \quad \text{ii)} \frac{1}{4} s, 8\pi \frac{\text{rad}}{s} \quad \text{iii)} 16 \frac{m}{s} \quad (\beta) \frac{\pi}{2},$$

$$y = 0,1 \eta \mu 2\pi \left( 4t - 2,5x + \frac{1}{4} \right) \text{ (SI)}$$

**19.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $X'X$  εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα με πλάτος  $A = 4 \text{ cm}$  μήκος κύματος  $\lambda = 20 \text{ cm}$  και ταχύτητα  $v = 2 \frac{m}{s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το κύμα φθάνει στο σημείο O, αρχή του άξονα  $X'X$ . Για το σημείο O δίνεται ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά την αρνητική φορά.

**a.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου O σε συνάρτηση με το χρόνο.

**β.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σημείου A του ελαστικού μέσου το οποίο έχει συντεταγμένη  $x = 15 \text{ cm}$ , σε συνάρτηση με το χρόνο.

**γ.** Να σχεδιάσετε τη μορφή του ελαστικού μέσου, δεξιά του σημείου O, τις χρονικές στιγμές: 0,  $\frac{T}{2}$ , T,  $\frac{3T}{2}$ , 2T,  $\frac{5T}{2}$ .

$$[\text{Απ. (a)} y = 4\eta \mu (20\pi t + \pi) \quad (\beta) y = 4\eta \mu \left( 20\pi t - \frac{\pi}{2} \right) (y \text{ σε cm, } t \text{ σε s})]$$