

Φύλλο Εργασίας

Μάθημα: Πολυώνυμα - Παραμετρικά Προβλήματα

Δραστηριότητα 1

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha + 1)x^3 + x^2 + (\beta - 1)x + 2$. Να υπολογίσετε τις παραμέτρους α, β ώστε το πολυώνυμο να έχει ρίζες τους αριθμούς 1 και -2.

Βήμα 1

Για να είναι οι αριθμοί 1 και 2 ρίζες του πολυωνύμου, όπως ξέρουμε αρκεί να ισχύει: $P(1)=0$ και $P(-2)=0$. Επομένως, αντικαθιστούμε τη μεταβλητή x με τις τιμές 1 και -2 και φτιάχνουμε τις εξισώσεις που προκύπτουν.

Βήμα 2

Αν έχουμε κάνει σωστά την προηγούμενη διαδικασία, θα προκύψει ένα σύστημα με δύο εξισώσεις και αγνώστους τα α και β . Λύνουμε το σύστημα με τη μέθοδο της αντικατάστασης ή (καλύτερα) με τη μέθοδο των αντιθέτων συντελεστών. Αν έχουμε κάνει σωστά τις πράξεις, θα προκύψει η λύση $\alpha=1, \beta=-4$.

Δραστηριότητα 2

Να βρεθεί πολυώνυμο $P(x)$ που να ικανοποιεί τη σχέση:

$$P(x) \cdot (x^2 + x - 2) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$$

Βήμα 1

Αναγνωρίζουμε ότι το ζητούμενο πολυώνυμο είναι βαθμού 1 (γιατί;) Επομένως γράφεται ως εξής: $P(x) = \alpha \cdot x + \beta$. Το ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε τις παραμέτρους α και β .

Βήμα 2

Στην σχέση που μας δίνει η άσκηση, αντικαθιστούμε την παράσταση $\alpha \cdot x + \beta$ στη θέση του $P(x)$. Κάνουμε τις πράξεις (επιμεριστική κλπ) και καταλήγουμε σε μια ισότητα δύο πολυωνύμων. Το ένα (αριστερά) θα έχει μέσα τις παραμέτρους α και β ενώ το άλλο θα είναι το $2x^3 + x^2 - 5x + 2$.

Βήμα 3

Για να είναι ίσα τα δύο πολυώνυμα, θα πρέπει οι ομοβάθμιοι συντελεστές να είναι ίσοι. Προκύπτει επομένως ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Αν το λύσετε σωστά θα καταλήξετε στην απάντηση $\alpha=2$ και $\beta=-1$.

Δραστηριότητα 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha^2 - 2\alpha - 3)x^4 + (\beta - \alpha)x^2 - \gamma x + 1 - \delta$. Να βρεθούν οι παράμετροι α , β , γ και δ αν γνωρίζετε ότι το πολυώνυμο έχει ρίζες τους αριθμούς -3 και 1 , ότι για $x=0$ δίνει την τιμή -3 και ότι ο βαθμός του είναι 2 .

Υπόδειξη: Ακολουθούμε τη διαδικασία των προηγούμενων δραστηριοτήτων. Προσέχουμε όμως ότι δύο από τις τέσσερις πληροφορίες που μας δίνει η άσκηση οδηγούν σε πολύ απλές εξισώσεις. Αυτές πρέπει να δουλέψετε πρώτα. Αν έχετε κάνει σωστά ολόκληρη τη διαδικασία θα καταλήξετε σε δύο λύσεις:
 $\alpha=-1, \beta=0, \gamma=-2, \delta=4$ και $\alpha=3, \beta=4, \gamma=-2, \delta=4$.