

## ΦΥΛΛΑΔΙΟ 01\_B

### ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

### ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΥΛΗ: Συντεταγμένες στο επίπεδο

Το φυλλάδιο και τις λύσεις μπορείτε να τα βρείτε στο [math-gr.blogspot.com](http://math-gr.blogspot.com)

1. Να βρείτε τους αριθμούς  $\lambda, \mu$  ώστε τα διανύσματα

$$\vec{a} = (2\lambda + \mu)\vec{i} + (\lambda - 3\mu + 1)\vec{j}, \quad \vec{b} = (2\mu + 5)\vec{i} + (4\lambda + \mu - 1)\vec{j}$$

να είναι ίσα. Στη συνέχεια, να βρείτε τις συντεταγμένες και το μέτρο του διανύσματος  $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .

2. Τα μέσα των πλευρών τριγώνου ΑΒΓ είναι τα σημεία Δ(1,-2), Ε(2,3) και Ζ(-1,4). Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.

3. Ένα τρίγωνο με κορυφές Α(2,3), Β(-1,4) έχει βαρύκεντρο την αρχή Ο των αξόνων. Να βρείτε την κορυφή Γ.

4. Θεωρούμε τα σημεία Α(-1,-5) Β(2,1) και Γ(1,5).

i) Να αποδείξετε ότι τα σημεία αυτά σχηματίζουν τρίγωνο.

ii) Να βρείτε την τέταρτη κορυφή του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

5. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (1,-2)$ ,  $\vec{\beta} = (3,4)$  και  $\vec{\gamma} = \left(\frac{5}{2}, 10\right)$ .

i) Να αποδείξετε ότι ανά δύο δεν είναι συγγραμικά.

ii) Να αναλύσετε το  $\vec{\gamma}$  σε δύο συνιστώσες κατά τη διεύθυνση του  $\vec{a}$  και κατά τη διεύθυνση του  $\vec{\beta}$  αντίστοιχα.

6. Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός  $x$  για τον οποίο τα σημεία Α(x+1,3), Β(x,4) και Γ(-4,5x+4) είναι συνευθειακά. Στη συνέχεια να βρείτε τους αριθμούς  $\lambda$  και  $\mu$  για τους οποίους ισχύει  $\vec{AB} = \lambda \cdot \vec{AG}$  και  $\vec{AG} = \mu \cdot \vec{BG}$ .

7. Έστω τα σημεία Α(-1,2), Β(2,3) και Γ(5,0). Να βρεθεί το σημείο Δ για το οποίο το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις ΑΒ και ΓΔ.

8. Θεωρούμε τα σημεία Α(2,-1) και Β(3,4). Να βρείτε το σημείο Μ της ευθείας ΑΒ για το οποίο ισχύει  $\vec{AM} = -\frac{2}{3}\vec{MB}$ .

9. Δίνονται τα σημεία Α(1,5), Β(5,-2) και Γ(-3,-3).

i) Να αποδείξετε ότι σχηματίζουν ισοσκελές τρίγωνο.

ii) Να βρεθεί εκείνο το σημείο Μ του επιπέδου του οποίου το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων από τα Α, Β, Γ είναι ελάχιστο.

10. Θεωρούμε τα σημεία  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  και  $\Gamma(\lambda x_1 + \mu x_2, \lambda y_1 + \mu y_2)$ . Αν τα Α, Β δε βρίσκονται στην ίδια ευθεία με την αρχή Ο των αξόνων, να αποδείξετε ότι τα Α, Β, Γ είναι συνευθειακά αν και μόνο αν ισχύει  $\lambda + \mu = 1$ .

11. Να βρεθεί το σημείο Μ του επιπέδου που ισαπέχει από τα σημεία Α(1,7), Β(8,6) και Γ(7,1)
12. Να βρεθεί διάνυσμα ομόρροπο με το  $\vec{a} = (4,-3)$  που να έχει μέτρο 2.
13. Αν  $\vec{a} = (3,-1)$ ,  $\vec{b} = (4,2)$  και  $\vec{c} = (0,-2)$ , να βρείτε το μέτρο των διανυσμάτων  $\vec{a}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  και  $2\vec{a} - 3\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .
14. Η απόσταση του σημείου Α(-1,3) από ένα σημείο Β είναι 5 και η τεταγμένη του Β είναι διπλάσια από την τετμημένη του. Να βρείτε τις συντεταγμένες του Β.
15. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α(-1,3), Β(2,0) και Γ(-3,5) είναι συνευθειακά.
16. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α(-3,3), Β(-1,3), Γ(1,2) και Δ(-1,2) είναι κορυφές παραλληλογράμμου.
17. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο με κορυφές Α(5,-1), Β(9,2) και Γ(6,6) είναι ισοσκελές και να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ.
18. Να βρεθεί ο ακέραιος αριθμός x ώστε η απόσταση των σημείων Α(3x+1,2) και Β(1,4-5x) να είναι 10. Μετά να βρείτε το σημείο Γ του άξονα y'y για το οποίο το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με κορυφή Γ.
19. Θεωρούμε τα σημεία Α(1,-2) και Β(3,12). Α βρείτε τα σημεία που χωρίζουν το ΑΒ σε 4 ίσα μέρη.
20. Να βρείτε τον αριθμό λ ώστε τα σημεία Α(6,-1), Β(4,3), Γ(1,2) και Δ(2λ, λ+1) να είναι κορυφές τραπεζίου ΑΒΓΔ.
21. Δίνονται τα διανύσματα:
- $$\vec{\delta}_1 = (1,-1), \vec{\delta}_2 = (x-2y+1, 2x+y-3), \vec{\delta}_3 = (2x-2y+3, -4x+4y-4) \text{ και } \vec{\delta}_4 = \left(\frac{3}{2}, -2\right).$$
- i) Να βρείτε τη συνθήκη ώστε το  $\vec{\delta} = \vec{\delta}_1 + \vec{\delta}_2 + \vec{\delta}_3$  να είναι συγγραμμικό με το  $\vec{\delta}_4$ .
- ii) Να βρείτε τα x και y ώστε να είναι  $\vec{\delta} = \vec{0}$ .
22. Τα μέσα των πλευρών τριγώνου ΑΒΓ είναι τα σημεία Δ(2,9), Ε(1,4) και Ζ(3,1). Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.