

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΚΥΚΛΟΣ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΤΟΠΟΙ

Δραστηριότητα 1

Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των μέσων των χορδών του κύκλου $x^2 + y^2 = 25$, που διέρχονται από το σημείο $A(2,4)$.

Μέρος Α - Geogebra

1η Λύση

Βήμα 1: Σχεδιάστε τον κύκλο, πληκτρολογώντας στο πεδίο εισαγωγή την εξίσωσή του: $x^2 + y^2 = 25$

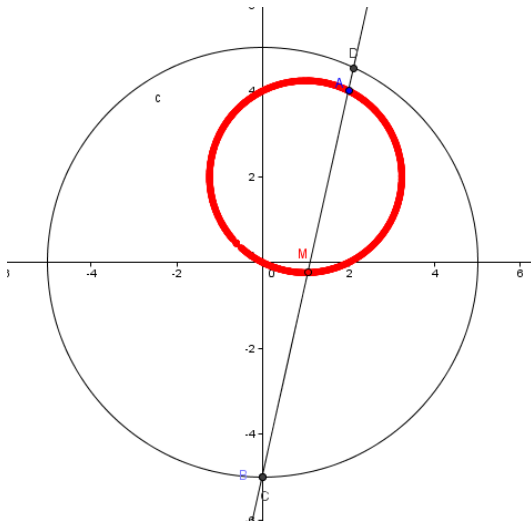
Βήμα 2: Σχεδιάστε το σημείο A χρησιμοποιώντας την εντολή: $A = (2, 4)$

Βήμα 3: Δημιουργήστε ένα σημείο B το οποίο να κινείται πάνω στον κύκλο. Για να το κάνετε αυτό απλώς κάντε κλικ (με την λειτουργία δημιουργίας σημείου) πάνω σε ένα σημείο της περιφέρειας του κύκλου.

Βήμα 4: Δημιουργήστε το σημείο $O(0,0)$. Δηλαδή το σημείο της αρχής των αξόνων. Για να το επιτύχετε αυτό αρκεί να κάνετε κλικ (με τη λειτουργία τομής δύο αντικειμένων) πάνω στην αρχή των αξόνων.

Βήμα 5: Δημιουργήστε την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και B .

Βήμα 6: Βρείτε τα σημεία τομής του κύκλου με την ευθεία AB , χρησιμοποιώντας τη λειτουργία της τομής δύο αντικειμένων (κάντε κλικ στον κύκλο και μετά στην ευθεία). Το ένα σημείο υπάρχει ήδη στο σχήμα (είναι το B) θα προκύψει και ένα ακόμη σημείο. Ονομάστε το D .



Βήμα 7: Βρείτε το μέσον του BD (με τη λειτουργία του μέσου ευθ. τμήματος). Ονομάστε το M .

Βήμα 8: Κάντε δεξί κλικ πάνω στο M και από την επιλογή ιδιότητες δώστε του χρώμα κόκκινο. Στη συνέχεια (πάλι κάνοντας δεξί κλικ) ενεργοποιήστε την "εμφάνιση ίχνους".

Βήμα 9: Μετακινήστε το σημείο B γύρω-γύρω στον κύκλο. Παρατηρείστε την κίνηση του σημείου M .

- 1) Μπορείτε να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο που δημιουργείται; (δείτε το σχήμα)
- 2) Πως θα επιλύαμε το πρόβλημα αναλυτικά ακολουθώντας μια παρόμοια μεθοδολογία;

2η Λύση

Ανοίξτε ένα νέο παράθυρο.

Βήμα 1: Σχεδιάστε τον κύκλο, πληκτρολογώντας στο πεδίο εισαγωγή την εξίσωσή του: $x^2 + y^2 = 25$

Βήμα 2: Σχεδιάστε το σημείο A χρησιμοποιώντας την εντολή: $A = (2, 4)$

Βήμα 3: Δημιουργήστε ένα σημείο **B** το οποίο να κινείται πάνω στον κύκλο. Για να το κάνετε αυτό απλώς κάντε κλικ (με την λειτουργία δημιουργίας σημείου) πάνω σε ένα σημείο της περιφέρειας του κύκλου.

Βήμα 4: Σχεδιάστε το σημείο $O(0,0)$ της αρχής των αξόνων.

Βήμα 5: Σχεδιάστε την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία O, B (με την αντίστοιχη λειτουργία του εργαλείου των ευθειών). Μέσω των επιλογών εμφανίστε την με διακεκομμένη γραμμή.

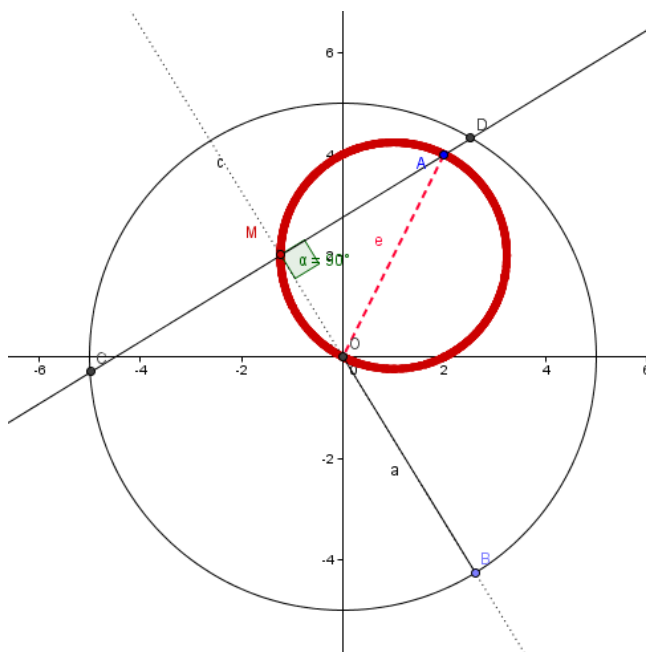
ΠΡΟΣΕΞΤΕ ΤΑ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΒΗΜΑΤΑ

Βήμα 6: Το μέσον μιας οποιασδήποτε χορδής (που διέρχεται από το A), μπορεί να βρεθεί με τη χρήση της ιδιότητας του **απόσπτηματος**. Για να βρούμε λοιπόν το μέσο μιας χορδής που διέρχεται από το A , αρκεί από το A να φέρουμε ευθεία **κάθετη** στην OB .

Βήμα 7: Η ευθεία που δημιουργείται τέμνει τον κύκλο σε δύο σημεία. Ονομάστε τα C και D .

Βήμα 8: Το μέσον της χορδής CD (που δημιουργήσαμε) είναι βέβαια το σημείο τομής των ευθειών CD και OB . Ονομάστε το σημείο αυτό με το γράμμα M . Επιπλέον, κάντε το M κόκκινο και ενεργοποιήστε το ίχνος του. Το OM είναι το **απόσπτημα** που αναφέραμε στο βήμα 6.

Βήμα 9: Μετακινήστε το σημείο B γύρω-γύρω στον κύκλο. Παρατηρήστε την κίνηση του σημείου M . Μετακινείστε το ση



ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

1) Με τι σχήμα μοιάζει ο γεωμετρικός τόπος που δημιουργήθηκε; (Προφανώς με κύκλο)

2) Μπορείτε να εκτιμήσετε (με εποπτικό τρόπο) το κέντρο του;

3) Παρατηρήστε τη γωνία OMD . Μπορείτε να βρείτε το μέγεθός της; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. Επαληθεύστε την απάντησή σας με τη μέτρηση του Geogebra.

4) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, μπορείτε να αποδείξετε ότι πράγματι ο γεωμετρικός τόπος είναι κύκλος και να βρείτε το κέντρο του;