Υποπρογράμματα κι επαναληπτικές δομές με αφορμή την Εικασία Κόλατς

Περικλής Γεωργιάδης

Πρότυπο Πειραματικό ΓΕΛ Ηρακλείου, perge@sch.gr

Περίληψη

Η εικασία Κόλατς είναι η αφορμή ενός διδακτικού σεναρίου για την εξάσκηση στα υποπρογράμματα και τις επαναληπτικές δομές, εφαρμοσμένο σε διδακτικές παρεμβάσεις το 2014 σε τμήματα της Τεχνολογικής Κατεύθυνσης της Γ΄ Τάξης. Αξιοποιείται ο Διερμηνευτής της Γλώσσας και Υπολογιστικά Φύλλα. Ο μαθητής ανακαλεί θεμελιώδη θεωρία για την επιλυσιμότητα προβλημάτων και εφαρμόζει κατακτημένες γνώσεις σε ένα αληθινό πρόβλημα, σε διαθεματικότητα με τα Μαθηματικά, ώστε εντέλει να διαπιστώσει πόσο ισχυρά εργαλεία είναι η αλγοριθμική και το προγραμματιστικό περιβάλλον. Επιχειρούμε να αντιμετωπίσουμε έτσι ένα διαπιστωμένο στο Λύκειο πρόβλημα: τη σχετικά μεγάλη και χρονοβόρα, με 2 ώ/εβδ., απαιτούμενη καμπύλη μάθησης πριν ο μαθητής φτάσει να υλοποιεί λύσεις για προβλήματα, πέρα από τα αναγκαία αλλά τετριμμένα στερεότυπα, για τα οποία συχνά αντιπαραθέτει το επιχείρημα της ευκολότερης αντιμετώπισής τους με έτοιμο λογισμικό ή χωρίς υπολογιστή.

Λέξεις κλειδιά: αλγοριθμική, λύκειο, υποπρογράμματα, κοινωνικός εποικοδομητισμός, διαθεματικότητα

1. Εισαγωγή

Κατά κανόνα, στο Λύκειο, Γενικό ή Επαγγελματικό, ο μαθητής που παρακολουθεί μαθήματα Προγραμματισμού ή Αλγοριθμικής, το έχει επιλέξει *συνειδητά*, συνεπώς με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την κατασκευή κώδικα. Συνακόλουθα, ένα από τα προβλήματα που παρουσιάζει η διδασκαλία του προγραμματισμού στο επίπεδο αυτό, σχετίζεται με το γεγονός ότι η κατασκευή κώδικα, που δεν αφορά τετριμμένα προβλήματα, υποχρεωτικά καθυστερεί χρονικά, καθώς χρειάζεται προηγουμένως να χτιστεί το κατάλληλο υπόβαθρο. Επιπρόσθετο λόγο σε αυτό αποτελεί ο ρυθμός εβδομαδιαίας διδασκαλίας που επιβάλλει το εκάστοτε Πρόγραμμα Σπουδών. Έτσι ο διδάσκων έρχεται συχνά αντιμέτωπος με επιτακτικά ερωτήματα από το μαθητή, όπως «γιατί χρειάζεται να κατασκευάσω ολόκληρο πρόγραμμα για να κάνω κάτι που με μολύβι και χαρτί μου χρειάζεται δύο λεπτά;», ή, «μα αυτό στο Εξέλ γίνεται σε 3 κελιά», όπου συνήθη απάντηση αποτελεί η προτροπή για λίγη ακόμη υπομονή. Και καθώς η χρήση υπολογιστικών μηχανών είναι πια μέρος της καθημερινότητάς του, η απουσία πλούσιου γραφικού περιβάλλοντος στην τεχνολογία που εμπλέκεται στον προγραμματισμό, κάνει το μέσο μαθητή ακόμη πιο ανυπόμονο και επιφυλακτικό ως προς την αξία του εργαλείου το οποίο καλείται να κατακτήσει.

Το πρόβλημα που περιγράψαμε δεν φαίνεται να έχει μελετηθεί ιδιαίτερα στη βιβλιογραφία, η οποία κατά το μάλλον έχει επικεντρωθεί χωριστά σε καθένα από τα επιμέρους στοιχεία που αποτελούν το γνωστικό και διδακτικό οπλοστάσιο της αλγοριθμικής και του προγραμματισμού, και στις δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές σε αυτά.

Ως απάντηση στις μειωμένες απαιτήσεις που αντικειμενικά έχει η εκμάθηση προγραμματισμού στην υποχρεωτική και δευτεροβάθμια εκπαίδευση, σε σύγκριση με την επαγγελματική ή την επιστημονική ενασχόληση με τον προγραμματισμό, έχει επικρατήσει η δημιουργία προγραμματιστικών μικρόκοσμων τύπου logo ή γενικότερα παιγνιώδους χαρακτήρα. Ωστόσο, στις ηλικίες των 16-18 ετών, όπου επικεντρώσαμε, η επιλογή αυτή προκαλεί ένα παράδοξο: αντίθετα με τις προσδοκίες των δημιουργών τους για αυξημένο ενδιαφέρον του μαθητή, οι μικρόκοσμοι ενίοτε φαντάζουν φτωχοί, ειδικά απέναντι στην ραγδαία εξελισσόμενη ψηφιακή καθημερινότητα και εμπειρία του έφηβου. Ο δε εμπλουτισμός τέτοιων μικρόκοσμων με επιπλέον δυνατότητες, για την αντιμετώπιση του προβλήματος, αναδεικνύει συχνά μια λεπτή διαχωριστική γραμμή: *σε ποιο σημείο η κλίμακα και η πολυπλοκότητα ενός μικρόκοσμου παύουν να συμβαδίζουν με το χαρακτηρισμό του μεγέθους του. ή/και με το λόγο ύπαρξής τους, συγκριτικά με μια «αληθινή» αντικειμενοστρεφή γλώσσα (οπτικού) προγραμματισμού;* Με ένα παράδειγμα, γιατί ο τελειόφοιτος μαθητής Λυκείου να αναλωθεί σε ένα πλήρες οπτικό περιβάλλον δημιουργίας παιχνιδιών με δεκάδες αντικείμενα, ή και κλάσεις, και να μην προτιμήσει μια «αληθινή» αντίστοιχη γλώσσα, τύπου script, ή όχι;

Προκειμένου να αντιμετωπιστεί το φαινόμενο οι εμπλουτισμένοι προγραμματιστικοί μικρόκοσμοι, καθώς και οι πραγματικές γλώσσες προγραμματισμού, να αργούν να καταστούν και να παραμείνουν ελκυστικές, σε αρκετούς μαθητές Λυκείου, καθώς ηττώνται στον εντυπωσιασμό από την ψηφιακή καθημερινότητα των τελευταίων, μία προσέγγιση είναι η κατασκευή προγραμματιστικών περιβαλλόντων που να την ανταγωνίζονται με αποτελέσματα αντίστοιχης φιλοσοφίας. Αυτό που εννοούμε είναι ότι μια οθόνη τερματικού 80×25, όσα χρώματα και αν έχει και όσο εντυπωσιακά, από υπολογιστική άποψη, αποτελέσματα και αν εμφανίζει, για αρκετούς μαθητές ίσως να παραμένει λιγότερο ελκυστική κι από το πιο απλό παράθυρο alert τύπου “Hello World!”, μια και τούτο, το δεύτερο, είναι το γνώριμο στο μαθητή, και αυτό που θα ήθελε -γρήγορα- να μάθει πώς να φτιάχνει. Τη φιλοσοφία αυτή ακολούθησε ο επεκτάσιμος μικρόκοσμος JSLab (Γεωργιάδης, 2002).

Παρόμοια επίθεση στο ίδιο πρόβλημα, αλλά από την οπτική της αξιοποίησης της κινητής ψηφιακής πραγματικότητας του μαθητή, έχει προταθεί με τη χρήση του appInventor (Παπαδάκης & Ορφανάκης, 2013).

Παραταύτα, και ειδικά στο πλαίσιο των περιορισμών που επιβάλλει ένα μάθημα όπως η Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον (ΑΕΠΠ) -2 ώρες εβδομαδιαία, με πανελλαδική τελική εξέταση, με χαρτί και μολύβι- υποστηρίζουμε ότι το ενδιαφέρον του μαθητή μπορεί να διατηρηθεί με τη χρήση του «σπαρτιάτικου» μικρόκοσμου του Διερμηνευτή της Γλώσσας - ΔτΓ (Γεωργόπουλος, 2001), ο δε μαθητής να εκτιμήσει την ισχύ του εργαλείου που κατακτά, *εφόσον* επιλεγούν προβλήματα τα οποία δεν ακολουθούν την πεπατημένη, αλλά *προσθέτουν παραστάσεις* στο μαθητή: δίπλα στο «ρωσικό πολλαπλασιασμό» του βιβλίου, η δυαδική αναζήτηση, ο αλγόριθμος ΜΚΔ του Ευκλείδη, το κόσκινο του Ερατοσθένη, αλγόριθμοι κρυπτογράφησης, η ακολουθία Κόλατς, είναι μερικά τέτοια παραδείγματα *ερεθιστικών* προβλημάτων.

2. Η Εικασία Κόλατς

Το 1937 (κατά άλλους, από το 1928), ο Γερμανός μαθηματικός Λόταρ Κόλατς διατύπωσε την ομώνυμη εικασία του (Weisstein, 2008), η οποία έχει ως εξής:

Δίνεται η παρακάτω ακολουθία φυσικών αριθμών:

$$f_{n+1} = \begin{cases} f_n/2 & \alpha\nu \ \ f_n \ mod \ 2 = 0 \\ 3f_n + 1 & \alpha\nu \ \ f_n \ mod \ 2 = 1 \end{cases} \qquad \textbf{(1)}$$

Τότε, για f_1 οποιονδήποτε φυσικό αριθμό k>0, η f_i συγκλίνει πάντοτε στο 1.

Δηλαδή, ανεξαρτήτως του αρχικού όρου f_1=k, μετά από πεπερασμένο πλήθος όρων καταλήγουμε πάντοτε στην τιμή 1 (στην οποία παραμένουμε με ατέρμονα βρόχο γύρω από τους όρους 4, 2 και 1).

Στην ακολουθία αυτή, κάθε επόμενος όρος είναι *είτε* ο μισός του προηγούμενου -*αν* ο τελευταίος είναι άρτιος, *είτε* ο τριπλάσιος του προηγούμενου, αυξημένος κατά 1 -*αν* ο τελευταίος είναι περιττός. Για παράδειγμα, με αρχικό k το 17 και το 100, έχουμε αντίστοιχα:

17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, **1**, *4, 2, …*

100, 50, 25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, **17**, 52, 26, …

Εξαιρετικά απλή στη διατύπωσή της, η εικασία αποδείχθηκε ιδιαίτερα δύσκολη στην επαλήθευσή της. Μάλιστα, ο σπουδαίος Ούγγρος μαθηματικός Παλ Έρντος είχε δηλώσει για αυτήν: «Τα Μαθηματικά δεν είναι ακόμη ώριμα για τέτοια προβλήματα» και είχε προσφέρει 500 δολάρια για την απόδειξή της.

Πράγματι, παρότι με τη χρήση υπολογιστή η εικασία επαληθεύεται για αρχικές τιμές του k μέχρι τουλάχιστον το 5×2^{60} ή $5{,}764\times10^{18}$, η γενικευμένη ισχύς της παρέμενε ένα ανοιχτό πρόβλημα μέχρι το 2006. Τότε δημοσιεύτηκε ένα άρθρο (Kurtz & Simon 2007), το οποίο, βασισμένο σε προγενέστερη έρευνα (Conway, 1972), απέδειξε ότι τελικά η *γενικευμένη Εικασία Κόλατς* αποτελεί άλυτο -μη αποφασίσιμο- πρόβλημα.

Αυτό σημαίνει ότι, παρότι μπορούμε να συνεχίσουμε να αναζητούμε μονοπάτια από *αριθμούς-θαύματα*, ή *αριθμούς-χαλάζι*, όπως αποκαλούνται, για ακόμη μεγαλύτερες αρχικές τιμές k, δεν μπορούμε αν ξέρουμε αν για κάποια τιμή θα πέσουμε σε ατέρμονα βρόχο πριν φτάσουμε στην τιμή 1, ή όχι.

Από μια άλλη προοπτική, παρότι μέχρι τώρα μπορούμε να τοποθετήσουμε με μοναδικό τρόπο όλους τους φυσικούς αριθμούς, μέχρι τις πολύ μεγάλες τιμές που αναφέρθηκαν πιο πάνω, πάνω σε ένα δένδρο που καταλήγει στη ρίζα 1 και το οποίο περιλαμβάνει τα μοναδικά *μονοπάτια* από καθέναν από αυτούς προς το 1, δεν ξέρουμε αν για έναν ακόμη μεγαλύτερο αριθμό, δεν θα πέσουμε σε ένα κυκλικό υπογράφο, που δεν θα καταλήξει ποτέ στο 1, και θα χαλάσει αυτή τη δενδρική δομή. Πιο συγκεκριμένα, έχει αποδειχθεί σε διάφορες εργασίες, ότι ένας τέτοιος κύκλος θα πρέπει να έχει πολύ μεγάλο μήκος.

Ενδιαφέρον έχει το μήκος των παραπάνω μονοπατιών, το πλήθος, δηλαδή, των αριθμών που αποτελούν την ακολουθία από μια τιμή k μέχρι το 1. Διαισθητικά είναι αντιληπτό ότι γενικά μεγάλα μήκη θα συναντάμε για μεγάλες τιμές του k· ωστόσο οι παρατηρούμενες τιμές των μηκών των μονοπατιών και η συχνότητά τους δεν δείχνουν κάποια συγκεκριμένη τάση. Απότομες εναλλαγές από πολύ μεγάλα μονοπάτια σε πολύ μικρά και αντίστροφα παρατηρούνται συχνά, και πέρα από τις αναμενόμενες περιπτώσεις των αριθμών που είναι δυνάμεις του 2. Καθώς, επίσης, δεν έχουμε ανακαλύψει ακόμη κάποιο βρόχο, λογικά παρατηρούμε ότι το μήκος των μονοπατιών είναι της τάξης του $O(\log_2 k)$.

Η απλότητα στη διατύπωση της εικασίας, μαζί με το ελάχιστο γνωστικό υπόβαθρο μαθηματικών που προαπαιτεί, συνεπάγεται την ευκολία στην κατανόησή της. Αν σημειώσουμε και την ευκολία στην επαλήθευση της ισχύος της για μικρούς αριθμούς, ισχυριζόμαστε ότι η προτεινόμενη ενασχόληση γύρω από το πρόβλημα αυτό θα είναι ενδιαφέρουσα για το μαθητή, ιδιαίτερα στη φάση μιας τελικής επανάληψης, και με την εποπτεία της συνολικής ύλης, θεωρητικής και πρακτικής, και θα τον ωφελήσει πολλαπλά.

3. Το διδακτικό σενάριο

Στο πλαίσιο της Επιμόρφωσης Β΄ Επιπέδου στις ΤΠΕ, ο γράφων κλήθηκε να υλοποιήσει δύο διδακτικές παρεμβάσεις το Μάιο 2014. Με δεδομένες τις επερχόμενες εξετάσεις, τις προγραμματισμένες επαναλήψεις στην εξεταστέα ύλη και ένα τελικό διαγώνισμα, αποφασίσαμε την υλοποίηση ενός διδακτικού σεναρίου για το μάθημα της ΑΕΠΠ, όπου το πλαίσιο της ακολουθίας Κόλατς, χρησιμοποιείται ως αφορμή για την επαναληπτική εξάσκηση των τελειόφοιτων μαθητών στα υποπρογράμματα, συναρτήσεις και διαδικασίες· εμμέσως, βέβαια, αυτό συνεπάγεται την επαναληπτική εξάσκηση σε όλη τη βασική ύλη του μαθήματος.

Το σενάριο οικοδομείται στη βάση όσων αναφέραμε προηγούμενα. Δεδομένης της δυσκολίας, μέρες πριν τις πανελλαδικές εξετάσεις, να εστιαστεί η συγκέντρωση και το ενδιαφέρον του μαθητή στην καθημερινή σχολική πραγματικότητα, του δίδεται η ευκαιρία να διαπιστώσει ότι, πέρα από τμήμα της απαραίτητης προετοιμασίας για τη δοκιμασία που οδηγεί στην τριτοβάθμια εκπαίδευση, το μάθημα της ΑΕΠΠ αποτέλεσε ένα ισχυρό όπλο στη γνωστική του φαρέτρα.

Αξίζει να τονιστεί μια ακόμη παράμετρος εδώ. Η προστιθέμενη αξία του τμηματικού προγραμματισμού αναδεικνύεται μόνο στην πράξη, όταν κανείς συμμετέχει στην κατασκευή μικρών ή μεγαλύτερων εφαρμογών. Στο σχολικό διδακτικό πακέτο (Βακάλης, κα, 2013), παρότι αυτή η αξία τονίζεται θεωρητικά, δεν αναδεικνύεται πάντοτε μέσα στα παραδείγματα και τις ενδεικτικές ασκήσεις, τα οποία, εκ των πραγμάτων μη εμβαθύνοντας ιδιαίτερα, δεν κατορθώνουν να αναδείξουν την αναγκαιότητά του τμηματικού προγραμματισμού σε όλους τους μαθητές. Ακόμη, η χρονική πίεση στο τέλος της ετήσιας διδακτικής διαδικασίας, αρκετές φορές, ωθεί το διδάσκοντα να διεκπεραιώσει το θέμα αυτό, μόνο υπό το πρίσμα της πανελλαδικής εξέτασης. Δεν προκαλεί έκπληξη, έτσι, η αντιμετώπιση των υποπρογραμμάτων από το Θεματοθέτη στις Πανελλαδικές Εξετάσεις: αντίστοιχα ζητήματα ή προβλήματα είτε απουσιάζουν εντελώς, είτε είναι σχετικά τετριμμένα. Κατά κανόνα, κάθε φορά που του ζητείται, ο μαθητής μένει με την απορία γιατί έπρεπε να κατασκευάσει υποπρόγραμμα για κάτι που αρκούσε το ίδιο το κύριο πρόγραμμα.

Συνακόλουθα, ίσως, και με εξαίρεση την αναδρομή, εξίσου φτωχή παραμένει η βιβλιογραφία σχετικά με τη διδακτική των υποπρογραμμάτων και του τμηματικού προγραμματισμού, και των δυσκολιών από την πλευρά διδάσκοντα και διδασκόμενου. Εν μέρει, αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι οι αλγοριθμικές δομές που χρησιμοποιούνται σε αυτά δεν είναι διαφορετικές από τις κλασικές, όμως ζητήματα όπως η προστιθέμενη αξία, η εμβέλεια των μεταβλητών, η διαχείριση τοπικών μεταβλητών, το πέρασμα παραμέτρων, έχουν μείνει χωρίς να μελετηθούν σχετικά. Κι ενώ από νωρίς, στα περιβάλλοντα τύπου logo, έρχεται για πρώτη φορά σε επαφή με τον τμηματικό προγραμματισμό ο μαθητής.

3.1 Υποκείμενη θεωρία μάθησης

Το διδακτικό σενάριο στηρίζεται στη κοινωνική εποικοδομητική θεωρία. Αφού παρουσιαστεί από το διδάσκοντα το γενικότερο πρόβλημα πάνω στο οποίο βασίζονται οι δραστηριότητες, οι μαθητές ξεκινούν με το φύλλο εργασίας, τον ελάχιστο κώδικα, και συζητούν στην ομάδα τους, ώστε να κατανοήσουν πλήρως το πλαίσιο του προβλήματος και να ξεκινήσουν τη Δραστηριότητα 2. Στην πορεία θα ανακαλύπτουν αρχές και θα αναπτύσσουν δεξιότητες μέσω του πειραματισμού και της πρακτικής. Οι μαθητές αλληλεπιδρούν με το προγραμματιστικό περιβάλλον, και έμφαση δίνεται στην ανάκληση γνώσης που ήδη έχουν αφομοιώσει, αλλά καλούνται τώρα να εφαρμόσουν σε ένα ιδιαίτερο πλαίσιο. Η τελική γνώση θα χτιστεί μέσα από την ανίχνευση, τη διερεύνηση και την αλληλεπίδραση αυτή.

Ο ρόλος του διδάσκοντα είναι κατά μείζονα λόγο καθοδηγητικός και εμψυχωτικός, και επικουρικός στις ομάδες που σκοντάφτουν είτε στο περιβάλλον εργασίας, είτε κυρίως στην ολοκλήρωση μιας δραστηριότητας. Στην τελευταία περίπτωση, ενδέχεται να χρειαστεί να εφαρμοστούν μερικώς συμπεριφοριστικές διδακτικές στρατηγικές, ιδίως αν διαπιστωθεί ότι πρόκειται για κάτι που αφορά την πλειοψηφία ή το σύνολο των μαθητών, οπότε μπορεί να παρουσιαστεί στην ολομέλεια του εργαστηρίου.

Οι δραστηριότητες είναι δομημένες κατά τρόπο οι ομάδες να μπορούν να κινηθούν αυτόνομα, σε διαφορετικούς ρυθμούς. Η ολοκλήρωση όλων των τμημάτων της Δραστηριότητας 5 υπολογίζεται ότι μπορεί να καλυφθεί στο διαθέσιμο 80λεπτο από τις πιο προχωρημένες ομάδες μόνο.

3.2 Σκοπός και στόχοι

Ο γενικός σκοπός του σεναρίου είναι να εξασκήσει το μαθητή στην ύλη που διδάχθηκε και έχει μελετήσει ενόψει των Πανελλαδικών Εξετάσεων, ακόμη και στη βασική θεωρία, σε ένα πλαίσιο και με ένα τρόπο διαφορετικό από την πεπατημένη της προετοιμασίας του, αλλά πολλαπλά χρήσιμο: σε μια από τις λίγες ευκαιρίες του, ο μαθητής μπορεί να εφαρμόσει τις γνώσεις που απέκτησε σε ένα αληθινό πρόβλημα και να διαπιστώσει πόσο ισχυρό είναι το εργαλείο που έχει κατακτήσει. Παράλληλα, η διαθεματική προσέγγιση της τελευταίας δραστηριότητας μπορεί να προφέρει στο μαθητή την ικανοποίηση της εφαρμογής από αυτόν γνώσεων που απέκτησε στα Μαθηματικά.

Ειδικότερα, μετά την εφαρμογή του σεναρίου, οι μαθητές

- θα έχουν διαπιστώσει έμπρακτα τη χρησιμότητα των υποπρογραμμάτων σε πραγματικά προβλήματα,
- θα έχουν διαπιστώσει περιπτώσεις όπου ενδείκνυται η χρήση συνάρτησης ή η χρήση διαδικασίας,
- θα έχουν διαπιστώσει τα αποτελέσματα του περάσματος παραμέτρων με αναφορά, έναντι του περάσματος με τιμή,
- θα έχουν δει στην πράξη ένα από τα κριτήρια όπου ενδείκνυται η χρήση υπολογιστή στην επεξεργασία δεδομένων (την επαναληπτικότητα απλών υπολογισμών),
- θα έχουν εφαρμόσει δομές επανάληψης σε έλεγχο εγκυρότητας δεδομένων και σε επαναληπτικές λειτουργίες,
- θα έχουν κατανοήσει ότι ένα ανοιχτό πρόβλημα δεν είναι απαραίτητα ούτε δυσνόητο, ούτε περίπλοκο στη διατύπωση,
- θα έχουν διαπιστώσει ότι ένα άλυτο στη γενική του περίπτωση πρόβλημα, είναι ενδεχομένως επιλύσιμο σε συγκεκριμένα στιγμιότυπα, ή παραλλαγές του,
- θα έχουν εφαρμόσει (πρόσφατες) γνώσεις από τα Μαθηματικά (τα Στοιχεία Στατιστικής Γενικής Παιδείας) σε ένα διαφορετικό πλαίσιο.

Σε γενικότερο μαθησιακό-εκπαιδευτικό πλαίσιο, το σενάριο αυτό, με τα ερωτήματα που θέτει και με τον τρόπο προσέγγισής τους, στοχεύει δευτερευόντως να κεντρίσει το ενδιαφέρον των μαθητών για την Επιστήμη των Υπολογιστών και τα Μαθηματικά, συμβάλλοντας στο μέτρο που του αναλογεί στον προσανατολισμό των επικείμενων σπουδών τους. Ακόμη οι μαθητές θα αντιληφθούν ότι η διαπίστωση της δυσκολίας ή της μη επιλυσιμότητας ενός προβλήματος δεν αποτελεί τροχοπέδη στην έρευνα, αλλά, αντίθετα, μπορεί να οδηγήσει στην έρευνα και τη μελέτη παρεμφερών προβλημάτων, ή στιγμιοτύπων του αρχικού. Ακόμη οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι στην έρευνα κατά κανόνα συνδυάζουμε περισσότερα από ένα εργαλεία, ενώ θα χρειαστεί να αναπτύξουν συνεργατικότητα, ώστε να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις του έργου τους. Στο επίπεδο κατάκτησης τεχνολογίας, τέλος, *το* διδακτικό σενάριο απαιτεί αξιοποίηση του ΔτΓ, και σε δεύτερο στάδιο λογισμικό Υπολογιστικών Φύλλων (π.χ. MS Excel, ή Open/Libre Office Calc).

3.3 Χρήση Η/Υ και γενικά ψηφιακών μέσων για το διδακτικό σενάριο

Το σενάριο πραγματοποιείται σε εργαστήριο πληροφορικής με τοπικό δίκτυο, στο οποίο είναι εγκατεστημένη η εφαρμογή του ΔτΓ. Η ύπαρξη βιντεοπροβολέα ή διαδραστικού πίνακα διευκολύνει την παρουσίαση από το διδάσκοντα, κυρίως στην εξοικονόμηση χρόνου, χωρίς να αποτελεί αναγκαία προϋπόθεση. Η χρησιμοποιούμενη εφαρμογή είναι πολύ ελαφριά με ελάχιστες υπολογιστικές απαιτήσεις και διατίθεται με ελεύθερη Άδεια Χρήσης Τελικού Χρήστη. Υποστηρίζει όλες τις εκδόσεις Windows, ενώ σε Linux εκτελείται με τη χρήση της εικονικής μηχανής wine. Στην τελευταία περίπτωση, η διαδικασία εγκατάστασης είναι αυτοματοποιημένη για Debian ή Ubuntu, μέσω του πακέτου glossa που διατίθεται από το Αποθετήριο Πιστοποιημένου Εκπαιδευτικού Λογισμικού της υπηρεσίας Τεχνικής Στήριξης ΣΕΠΕΗΥ (ΠΣΔ, 2014).

Ο ΔτΓ είναι ένα ολοκληρωμένο περιβάλλον ανάπτυξης αλγορίθμων σε μορφή ψευδογλώσσας (από την έκδοση 1.5.1) ή ΓΛΩΣΣΑΣ, ειδικά σχεδιασμένο για το μάθημα ΑΕΠΠ. Είναι εγκεκριμένος από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο /Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής για εργαστηριακή χρήση στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση και είναι διαθέσιμος σε όλα τα σχολεία μέσω του πακέτου Αλγοριθμική και Προγραμματισμός του ΥΠΑΙΘ.

Ο ΔτΓ αποτελεί έναν προγραμματιστικό μικρόκοσμο που διαφέρει από άλλους, καθώς δεν επιδιώκει να γίνει ελκυστικός με οπτικά ή «παιγνιώδη» μέσα. Αντιθέτως, η δύναμή του έγκειται στην υλοποίηση με εύληπτο και ευθύ τρόπο των δύο γλωσσών (ψευδογλώσσας αλγορίθμων και ΓΛΩΣΣΑΣ) που περιγράφονται στο αντίστοιχο βιβλίο του μαθήματος, παρόλο που οι κανόνες των τελευταίων δεν είναι πλήρεις και αυστηροί για την κατασκευή ενός διερμηνευτή ή/και μεταγλωττιστή.

Το περιβάλλον έχει απλή διεπαφή χρήστη και απλό συντάκτη που διευκολύνει τη συγγραφή κώδικα. Η βηματική εκτέλεση προγραμμάτων και αλγορίθμων που παρέχεται βοηθά στην επισήμανση *συντακτικών* λαθών, για τα οποία εμφανίζονται περιγραφικά και κατά κανόνα κατανοητά μηνύματα. Σε συνδυασμό με την προβολή τόσο του παράθυρου εξόδου, όσο και του χώρου μνήμης για τις μεταβλητές, ο μαθητής μπορεί να παρακολουθήσει την εκτέλεση. και να διορθώσει και αρκετά από τα *λογικά* λάθη του κώδικά του.

Η χρήση γενικά οποιουδήποτε υπολογιστικού περιβάλλοντος σύνταξης και εκτέλεσης αλγορίθμων πολλαπλασιάζει την ταχύτητα αφομοίωσης εννοιών και γνωστικού υλικού από τους μαθητές, καθώς είναι άμεσα ορατή η εκτέλεση του κώδικα που γράφει ο μαθητής.

Η προστιθέμενη αξία ενός εργαλείου σαν τον ΔτΓ είναι αδιαμφισβήτητη, μόνο, ωστόσο, υπό κατάλληλες προϋποθέσεις. Πιο συγκεκριμένα, πάντοτε, είναι υπαρκτός ο κίνδυνος λανθασμένης χρήσης του εργαλείου, αν υιοθετηθεί ανεξέλεγκτα η πρακτική της «δοκιμής και λάθους», αν, δηλαδή, ο μαθητής παρασυρθεί και συνηθίσει να μην πολυσκέφτεται τον κώδικα που γράφει, βασιζόμενος στην εκ των υστέρων δοκιμαστική εκτέλεση για την αξιολόγηση του κώδικά του.

Δεδομένων (α) της γραπτής τελικής εξέτασης του μαθήματος ΑΕΠΠ, (β) της βαρύτητάς του για την εισαγωγή στην τριτοβάθμια εκπαίδευση και (γ) της δίωρης μόνο εβδομαδιαίας διδασκαλίας του, η χρήση του ΔτΓ στο εργαστήριο πρέπει να γίνεται με φειδώ. Στην περίπτωση επάρκειας χρόνου στο τέλος του σχολικού έτους, είναι πολύτιμο εργαλείο, και ενδείκνυται η αξιοποίησή του στην επαναληπτική μελέτη της ύλης.

3.4 Περιγραφή του σεναρίου

Το διδακτικό σενάριο υλοποιήθηκε δύο φορές σε δύο διαφορετικά τμήματα στο χώρο του Σχολικού Εργαστηρίου Πληροφορικής σε δύο διδακτικά δίωρα. Παρουσιάστηκε αρχικά η ακολουθία Κόλατς, τέθηκε η εικασία, και με έναν καταιγισμό ιδεών οι μαθητές αφέθηκαν να υποθέσουν αν ισχύει, αν αποδεικνύεται, κ.ο.κ. Δόθηκε έτσι η ευκαιρία να ανακληθεί η γνώση για διάφορες κατηγορίες προβλημάτων ως προς το ζητούμενο (ο υπολογισμός της ακολουθίας είναι πρόβλημα υπολογιστικό, η ισχύς ή όχι της εικασίας πρόβλημα απόφασης) και την επιλυσιμότητα, με τη μέθοδο των ερωταποκρίσεων, πριν αποκαλυφθεί ότι το πρόβλημα υπήρξε για 70 περίπου χρόνια ανοιχτό, πριν τελικά η γενικευμένη του μορφή αποδειχθεί μη επιλύσιμο πρόβλημα.

Στη συνέχεια δόθηκαν τα φύλλα εργασίας που περιλαμβάνουν *5 δραστηριότητες*: Η πρώτη εισάγει το μαθητή στην Εικασία Κόλατς. Η δεύτερη του ζητά να κατασκευάσει υποπρόγραμμα που θα τυπώνει την ακολουθία Κόλατς με πρώτο όρο παράμετρο ν. Το υποπρόγραμμα ζητείται να χρησιμοποιηθεί κατάλληλα σε κύριο πρόγραμμα για συγκεκριμένα δεδομένα. Η τρίτη δραστηριότητα ζητά τις κατάλληλες τροποποιήσεις, ώστε δεδομένου του ν, να τυπώνονται ν ακολουθίες Κόλατς με αρχικούς όρους τα ν, ν-1, …, 1. Η τέταρτη δραστηριότητα ζητά τον υπολογισμό του μήκους μιας ακολουθίας Κόλατς, ενώ η τελευταία καθοδηγεί το μαθητή στη δημιουργία ιστογραμμάτων με τα πλήθη των όρων όλων των ακολουθιών Κόλατς με πρώτο όρο από 1 έως 8.192, χρησιμοποιώντας, επιπλέον, λογιστικά φύλλα. Μέσα από τις δραστηριότητες αυτές, καθώς και τη συμπλήρωση του *φύλλου αξιολόγησης* στο τέλος τους, υλοποιούνται όλοι οι στόχοι του σεναρίου. Πρέπει να τονιστεί εδώ ότι οι δραστηριότητες είναι δομημένες αυτόνομα και ακολουθιακά, και σε κάθε μία διατίθενται τα αρχεία εκκίνησης στο μαθητή. Αυτό γίνεται με τη μεταφορά τους από το διδάσκοντα στις περιοχές εργασίας των ομάδων σε κατάλληλες χρονικές στιγμές.

3. Συμπεράσματα της εφαρμογής του σεναρίου

Η εμπειρία από την αξιοποίηση εδώ και χρόνια (Περυσινάκη, 2012) του πλαισίου της Εικασίας Κόλατς στη διδακτική πρακτική της ΑΕΠΠ μας επιτρέπει να υποθέσουμε ότι όταν, δίπλα στα στερεότυπα παραδείγματα, απαραίτητα για την προετοιμασία του μαθητή για τις πανελλήνιες εξετάσεις, η διδασκαλία εμπλουτίζεται και με προβλήματα που ενεργοποιούν το ενδιαφέρον του μαθητή, τα μαθησιακά αποτελέσματα είναι βελτιωμένα.

Στο συγκεκριμένο διδακτικό σενάριο η επιλογή των δύο τμημάτων για τις διδακτικές παρεμβάσεις είχε επιπλέον αφορμή την προγραμματισμένη τρίωρη προσομοίωση πανελλαδικής εξέτασης που πραγματοποιήθηκε εκτός διδακτικού ωραρίου, που περιλάμβανε ζητήματα με υποπρογράμματα, αλλά και σχετικά ερωτήματα θεωρίας. Έτσι υπήρξε η δυνατότητα ενδεικτικής σύγκρισης της αποτελεσματικότητας των δύο παρεμβάσεων, τόσο βάσει του βαθμού ολοκλήρωσης των δραστηριοτήτων και των απαντήσεων στα Φύλλα Αξιολόγησης, όσο, εμμέσως, και με την επίδοση στη δοκιμασία προσομοίωσης.

Στον πίνακα που ακολουθεί το τμήμα τ1 συμμετείχε στην πρώτη παρέμβαση χωρίς απόντες, με 16 μαθητές σε 8 ομάδες. Τις 5 δραστηριότητες ολοκλήρωσαν οι 8, 8, 6, 3 και 2 ομάδες αντίστοιχα, ενώ ο μέσος όρος επιτυχίας στο ατομικό Φύλλο Αξιολόγησης (ΦΑ) έφτασε το 80%, με μικρή διασπορά. Στη δεύτερη γραμμή του πίνακα φαίνονται οι χαμηλότερες επιδόσεις στην αντίστοιχη παρέμβαση στο τμήμα τ2 με μικρότερη συμμετοχή. Όπως δείχνει η τελευταία στήλη με τη μέση προφορική βαθμολογία των μαθητών που συμμετείχαν από τα δύο τμήματα, το τ2 υστερούσε λίγο, όμως η υστέρηση στις δραστηριότητες και το ΦΑ ήταν μεγαλύτερη. Δεδομένου ότι η παρέμβαση στο τ2 έγινε μεταγενέστερα από τη δοκιμασία προσομοίωσης, αυτό μπορεί να οφείλεται στο μικρότερο σχετικά ενδιαφέρον. Η προτελευταία στήλη δείχνει τη μέση επίδοση των τμημάτων στην προαναφερθείσα δοκιμασία. Εκεί είναι πιο φανερό ότι οι μαθητές του τμήματος τ1 ωφελήθηκαν συγκριτικά με του τ2 από την παρέμβαση. Η παράθεση αναλυτικότερων στοιχείων, κατά μαθητή, αλλά και σχετικά με την ποιότητα ολοκλήρωσης των δραστηριοτήτων, και το βαθμό υποστήριξης από το διδάσκοντα σε αυτές, ξεφεύγουν από τους σκοπούς της παρουσίασης αυτής. Εξάλλου, ένα πλήθος από άλλους παράγοντες που επηρεάζουν τη διαδικασία, κάνει απαγορευτική την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων.

Πίνακας 1. *Δείκτες αποτελεσματικότητας*

Τμήμα	δ1	δ2	δ3	δ4	δ5	ΜΟ. ΦΑ	ΜΟ πρ.	ΜΟ τετ
τ1 (N=16)	16	16	12	6	4	80%	16,8	18,4
τ2 (N=10)	10	10	6	2	0	67%	13,2	17,8

Τέλος, από το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορούν να κατασκευαστούν μια σειρά άλλων υποπροβλημάτων, όπως ο υπολογισμός του μεγαλύτερου φυσικού αριθμού που ανήκει σε ένα ή περισσότερα μονοπάτια, δοθείσης μιας αρχής, ενώ και από μαθηματική άποψη υπάρχει άφθονη βιβλιογραφία (Kaygun, 2013) και εποπτικό υλικό (Munroe, 2010).στον Παγκόσμιο Ιστό, όπως μικροεφαρμογές (Davies, 2012), ελκυστικό για το μαθητή.

Λόγω έλλειψης χώρου, δεν παρατέθηκαν εικόνες με συλλήψεις οθόνης, ενώ τα φύλλα δραστηριοτήτων και αξιολόγησης, και τα απαραίτητα αρχεία για το μαθητή, είναι μεταφορτωμένα σε, προσβάσιμο αποθετήριο (Γεωργιάδης, 2014).

Η δραστηριότητα που παραθέσαμε θεωρούμε ότι μπορεί να έχει θετικά αποτελέσματα στη διδασκαλία της Αλγοριθμικής ή του Προγραμματισμού στο Λύκειο, εναλλακτικά προς τη προσέγγιση που αξιοποιεί προγραμματιστικούς μικρόκοσμους «παιγνιώδους» ύφους.

Αναφορές

Conway, J. H. (1972). Unpredictable Iterations. *Proc. 1972 Number Th. Conf.*, University of Colorado, Boulder, Colorado, 49-52.

Davies, J. (2012). *Collatz Graph: All Numbers Lead to One.* Ανάκτηση από το http://www.jasondavies.com/collatz-graph/

Kaygun, A. (2013). *Distribution of Collatz Lengths.* Ανάκτηση από το http://web.bahcesehir.edu.tr/atabey_kaygun/other/collatz.html

Kurtz S. A. & Simon J. (2007). The Undecidability of the Generalized Collatz Problem. In J-Y. Cai, S. B. Cooper, H. Zhu (Eds), *Theory and Applications of Models of Computation Lecture Notes in Computer Science Volume 4484, 2007* (pp 542-553).

Munroe, R (2010). *xkcd: Collatz Conjecture.* Ανάκτηση από το http://xkcd.com/710/

Weisstein, E. W. (2008). *Collatz Problem.* Ανάκτηση από το http://mathworld.wolfram.com/CollatzProblem.html

Βακάλη, Α., κ.α. (2013). *Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον, Διδακτικό Πακέτο.* Αθήνα: Έκδοση Ε.Α.Ι.Τ.Υ.

Γεωργόπουλος. Α. (2001) *Ο Διερμηνευτής της ΓΛΩΣΣΑΣ για την «Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον» (ΑΕΠΠ)*. Ανάκτηση από το http://alkisg.mysch.gr/

Γρηγοριάδου, Μ. κ.α. (2009). *Διδακτικές Προσεγγίσεις και Εργαλεία για τη διδασκαλία της Πληροφορικής*. Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.

Δαγδιλέλης, Β. κ.α. (1998). *Διδακτική, Μέθοδοι και Εφαρμογές*. Αθήνα: Εκδόσεις Μπένου.

Κόμης, Β. (2005). *Εισαγωγή στη Διδακτική της Πληροφορικής*. Αθήνα: Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Κόμης, Β. (2004). *Εισαγωγή στις Εκπαιδευτικές Εφαρμογές των ΤΠΕ*. Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.

Γεωργιάδης, Π. (2014). *Αρχεία Διδακτικού Σεναρίου για το μαθητή (αντίγραφα)*. Ανάκτηση από το https://app.box.com/s/kjdfrrtwnyi4rsrokd8u

Γεωργιάδης, Π. (2002). Η διδασκαλία του Προγραμματισμού στο Γυμνάσιο - Χρήση της Javascript, *3ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση*, Ρόδος, 299-308.

Παπαδάκης, Σ. & Ορφανάκης Β. (2013). Μια πρόταση διδασκαλίας στο μάθημα ‘Εφαρμογές Λογισμικού’ με τη χρήση του App Inventor. *5th Conference on Informatics in Education - Η Πληροφορική στην εκπαίδευση (5th CIE 2013)*, Αθήνα

Περυσινάκη, Ε. (2012) *Μαθηματικές Πτήσεις: Το μπλουζάκι του Περικλή*. Ανάκτηση από το http://math-flights.blogspot.gr/2012/04/blog-post.html

ΠΣΔ (2014). *Ubuntu Linux: Αποθετήριο Πιστοποιημένου Εκπαιδευτικού Λογισμικού - Τεχνική Στήριξη Πληροφοριακών Συστημάτων Σχολικών*. Ανάκτηση από το http://ts.sch.gr/repository

Abstract

We describe a teaching scenario regarding a revision two-hour laboratory class on subprograms, which we applied twice in May 2014 at school. The scenario exploits the Collatz Conjecture to present a few study cases for which students are called to build functions and procedures, using the Glossa IDE. We believe that choosing interesting non typical problems for the student to solve, we stimulate her interest and tackle the problem of the long learning curve, normally required to produce non trivial, as well as interesting to the student, code, which will keep her engaged through out an upper-K12 programming course.

Keywords: algorithmics, upper K12, subprograms, social constructivism, interdisciplinarity.