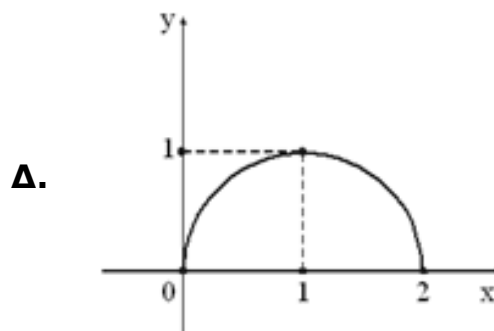
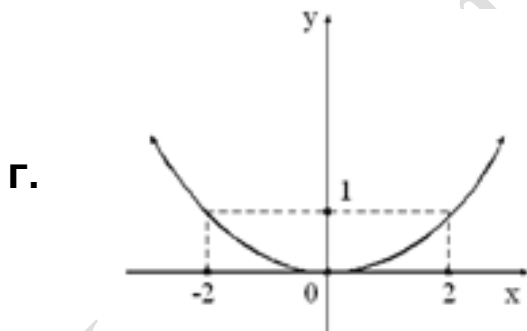
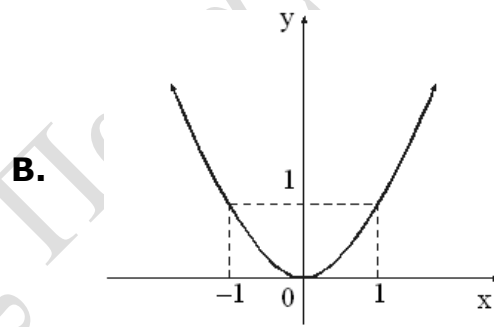
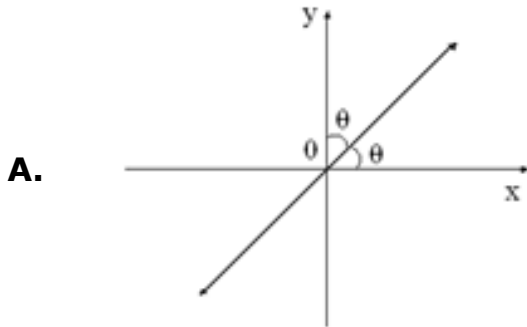


1. Δύο συναρτήσεις  $f, g$  είναι ίσες, αν υπάρχουν κάποια  $x \in \mathbb{R}$ , ώστε να ισχύει  $f(x) = g(x)$ .
2. Για να ορίζονται το άθροισμα και το γινόμενο δύο συναρτήσεων  $f$  και  $g$  θα πρέπει τα πεδία ορισμού τους να έχουν κοινά στοιχεία.
3. Έστω  $f(x) = g(x)$  για κάθε  $x \in A \cap B$ , με  $A$  και  $B$  τα πεδία ορισμού των δύο συναρτήσεων, τότε λέμε ότι οι συναρτήσεις είναι ίσες.
4. Αν  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  και  $g$  με πεδίο ορισμού το  $B$  τότε για κάθε  $x \in A \cap B$  ορίζονται οι συναρτήσεις  $f + g, f - g, f \cdot g$  και  $f/g$ .
5. Δίνεται μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  και μια συνάρτηση  $g$ , για την οποία ισχύει  $g(x) = x$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Τότε ισχύει  $(gof)(x) = (fog)(x)$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .
6. Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  έχουν πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  τότε ισχύει ότι:
  - α.  $fog = f \cdot g$
  - β.  $fog = gof$
7. Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι γνησίως μονότονες στο  $\mathbb{R}$ , τότε η συνάρτηση  $gof$  είναι:
  - α. γνησίως αύξουσα, αν οι  $f, g$  έχουν το ίδιο είδος μονοτονίας
  - β. γνησίως φθίνουσα, αν οι  $f, g$  έχουν διαφορετικό είδος μονοτονίας.
8. Η σύνθεση  $fog$  των συναρτήσεων  $f(x) = x^3$  και  $g(x) = x + 1$  είναι  $fog(x) = (x + 1)^3$
9. Το πεδίο ορισμού της  $fog$  είναι το διάστημα  $\Delta = \{x \in D_g / g(x) \in D_f\}$
10. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x$  και  $g(x) = |x|$ . Τότε:
  - α.  $f = g$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$
  - β.  $f \neq g$
  - γ.  $f = g$  για κάθε  $x > 0$
11. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = 3$  και  $g(x) = x^2$ . Τότε:
  - α.  $(fog)(x) = 3$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$
  - β.  $(gof)(x) = 9$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$
12. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \sqrt{x}$  και  $g(x) = x^2$ . Τότε:
  - α.  $(fog)(x) = |x|$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$
  - β.  $(gof)(x) = x$  για κάθε  $x \geq 0$
13. Αν  $(fog)(x) = (x^2 - 5x + 3)^3$  και  $f(x) = x^3$  τότε  $g(x) = x^2 - 5x + 3$ .
14. Αν  $(fog)(x) = e^{2x}$  και  $g(x) = 2x$  τότε  $f(x) = e^x$ .
15. Αν  $f, g$  είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού  $\mathbb{R}$  και ορίζονται οι συνθέσεις  $fog$  και  $gof$ , τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες.
16. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι πολυωνυμική συνάρτηση 3ου βαθμού, τότε η  $fof$  είναι επίσης πολυωνυμική 6ου βαθμού.

17. Αν δύο συναρτήσεις έχουν πεδίο ορισμού το  $R$ , τότε και η σύνθεσή τους έχει πεδίο ορισμού το  $R$ .
18. Αν δύο συναρτήσεις έχουν πεδίο ορισμού το  $R$ , τότε και το γινόμενο και το πηλίκο τους έχουν πεδίο ορισμού το  $R$ .

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Αν  $f(x) = \ln x$  και  $g(x) = 16 - x^2$ , τότε του πεδίου ορισμού της  $f \circ g$  είναι το:
- A.**  $(-\infty, 4]$       **B.**  $[-4, 4]$       **Γ.**  $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$   
**Δ.**  $(-4, 4)$       **Ε.**  $(0, 4)$
2. Αν  $f(x) = x^4 - 4x^3 - 3x + 7$  και  $g(x) = 7$ , τότε η συνάρτηση της  $g \circ f$  έχει τύπο:
- A.**  $7x^4 - 28x^3 - 21x + 49$       **B.**  $x^2 - 4x - 14$       **Γ.**  $289$   
**Δ.**  $7$       **Ε.**  $(x^2 - 7)^2$
3. Δίνονται οι συναρτήσεις  $h(x) = x$  και  $g(x) = x^2$ . Αν  $f = g \circ h$  τότε η γραφική παράσταση της  $f$  είναι:



**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ**

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα (η 1<sup>η</sup> γραμμή είναι συμπληρωμένη)

Σύνθετη Συνάρτηση $f(x)$	«Απλή συνάρτηση» $g(x)$	«Απλή συνάρτηση» $h(x)$	Σύνθεση
$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$	$g(x) = \sqrt{x}$	$h(x) = x^2 + 1$	$f = goh$
$f(x) = \sqrt{3x}$			
$f(x) = \sqrt{e^x}$			
$f(x) = e^{\sqrt{x}}$			
$f(x) = \ln(x - 1)$			
$f(x) = \ln^2 x - 2\ln x + 1$			
$f(x) = \eta\mu(6x)$			
$f(x) = (\sigma\upsilon\nu x)^2$			

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ**

1. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \sqrt{7 - x}$  και  $g(x) = \sqrt{x - 3}$ . Να αντιστοιχίσετε κάθε συνάρτηση της στήλης Α στο πεδίο ορισμού της που γράφεται στη στήλη Β

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $f$	Α. $\mathbb{R}$
2. $g$	Β. $(-\infty, 7]$
3. $f + g$	Γ. $[3, 7]$
4. $f - g$	Δ. $(3, 7]$
5. $f \cdot g$	Ε. $[3, 7)$
6. $\frac{f}{g}$	ΣΤ. $(3, 7)$
7. $\frac{g}{f}$	Ζ. $[3, +\infty)$

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x + 1$

i. Να εξετάσετε ποιες από τις συναρτήσεις του παρακάτω πίνακα είναι ίσες με τη συνάρτηση  $f$ .

$f_1(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$	$f_2(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1}$	$f_3(x) = (\sqrt{x + 1})^2$
$f_4(x) = x \left( \frac{1}{x} + 1 \right)$	$f_5(x) = \ln e^{x+1}$	$f_6(x) = e^{\ln(x+1)}$

ii. Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  στο οποίο οι παραπάνω συναρτήσεις είναι όλες ίσες.

2. Αν μια συνάρτηση  $f$  με  $D_f = \mathbb{R}$  είναι περιττή και παρουσιάζει μέγιστο για  $x = x_0$ , να αποδείξετε ότι η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο για  $x = -x_0$ .

3. Αν η συνάρτηση  $f$  με  $D_f = \mathbb{R}$  είναι άρτια, να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $g(x) = f(x) + f(-x)$  είναι άρτια.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  και  $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

- Να βρείτε τα πεδία ορισμού τους.
- Να βρείτε τις συναρτήσεις  $f + g$ ,  $f \cdot g$ .
- Ισχύει  $(gof)(x) = g(x) \cdot f(x)$ ;
- Ισχύει  $(gof)(x) = (fog)(x)$ ;

5. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \ln \frac{x}{x-2}$  και  $g(x) = \ln x - \ln(x-2)$ .

- Ισχύει  $f = g$ ;
- Αν όχι υπάρχει διάστημα στο οποίο να ισχύει η ισότητα;