ΣΩΣΤΟ – ΛΑΘΟΣ

1. Δίνεται συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα διάστημα $Δ$. Αν ο λόγος $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ είναι θετικός για κάθε x_1, $x_2 \in Δ$, με $x_1 \neq x_2$, τότε η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο $Δ$.

2. Δίνεται συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα διάστημα $Δ$ και $f(x) > 0$ για κάθε $x \in Δ$. Αν για κάθε x_1, $x_2 \in Δ$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $\frac{f(x_1)}{f(x_2)}>1$ τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $Δ$.

3. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα $Δ$, τότε η συνάρτηση $-f$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $Δ$.

4. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $Δ$ με $f(x) < 0$ για κάθε $x \in Δ$, τότε η συνάρτηση f^2 είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $Δ$.

5. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$ είναι γνησίως φθίνουσα στο σύνολο $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

6. Αν μια περιττή συνάρτηση f παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο x_0, τότε θα παρουσιάζει ελάχιστο στο σημείο $-x_0$.

7. Αν μια άρτια συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο x_0, τότε παρουσιάζει το ίδιο είδος ακρότατου στο σημείο $-x_0$.

8. Αν το σύνολο τιμών της f είναι το διάστημα $(α, β)$, τότε η f δεν έχει ελάχιστο ούτε μέγιστο.

9. Μια συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$, είναι γνησίως αύξουσα και έχει σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$. Τότε η συνάρτηση $\dfrac{1}{f}$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

10. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα (αντίστοιχα φθίνουσα) στα διαστήματα $(α, β)$ και $(γ, δ)$ τότε η f είναι γνησίως αύξουσα (αντίστοιχα φθίνουσα) και στο $(α, β) \cup (γ, δ)$.

11. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη στο πεδίο ορισμού της τότε η εξίσωση $f(x) = y$ (ως προς x) έχει μοναδική λύση, για κάθε y που ανήκει στο σύνολο τιμών της f.

12. Δύο γνησίως μονότονες συναρτήσεις τέμνονται σε ένα το πολύ σημείο.

13. Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $Δ = [α, β]$ τότε $f(Δ) = [f(α), f(β)]$.

14. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο $Δ = [α, β]$ τότε $f(Δ) = [f(α), f(β)]$.

15. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$ τότε:

α. Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο $\mathbb{R}$.

β. Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μια ακριβώς ρίζα στο $\mathbb{R}$.

γ. Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μια το πολύ ρίζα στο $\mathbb{R}$.

δ. Δεν μπορώ να απαντήσω για το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = 0$.

16. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$.

17. Αν f όχι γνήσια μονότονη στο $[\alpha,\beta]$ ισχύει ότι: $ma(f(x)) \neq f(a)$ και $ma(f(x)) \neq f(\beta)$.

18. Το άθροισμα δύο γνησίως μονότονων συναρτήσεων είναι επίσης γνήσια μονότονη συνάρτηση.

19. Αν μια συνάρτηση είναι γνήσια αύξουσα στο (α,β) και γνήσια φθίνουσα στο (β,γ), παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x=\beta$.

20. Αν μια συνάρτηση f είναι γνήσια φθίνουσα στο $\mathbb{R}$, ισχύει η σχέση $f(x) < f(2024x)$, $x \in \mathbb{R}$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Η συνάρτηση $f(x) = |\eta\mu x - 1|$, $x \in [0,2\pi]$, έχει μέγιστη τιμή όταν το x είναι ίσο με:

Α. -1 **Β.** 0 **Γ.** $\frac{\pi}{2}$

Δ. $\frac{3\pi}{2}2$ **Ε.** **2**

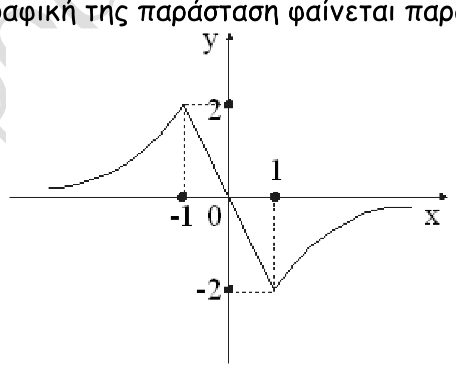
2. Η μονοτονία μιας συνάρτησης f φαίνεται στον πίνακα.

x	0	1	2	$+\infty$
f(x)	$-\infty$ ↗	f(1)=0 ↘	f(2)=-1 ↗	$+\infty$

Τότε **δεν** ισχύει ότι:

Α. Η f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0,+\infty)$
Β. Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(0,1]$ και $[2,+\infty)$
Γ. Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1,2]$
Δ. Η f έχει μέγιστο το 0 και ελάχιστο το -1
Ε. Είναι $f(x) < 0$ όταν $0 < x < 1$

3. Για τη συνάρτηση f, που η γραφική της παράσταση φαίνεται παρακάτω, δεν ισχύει ότι:.



Α. Έχει πεδίο ορισμού το σύνολο $\mathbb{R}$
Β. Έχει σύνολο τιμών το διάστημα $[-2,2]$
Γ. Είναι περιττή
Δ. Έχει ελάχιστο το -2 και μέγιστο το 2
Ε. Είναι γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$

4. Η γραφική παράσταση C_f μιας γνησίως αύξουσας συνάρτησης f στο $\mathbb{R}$, φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει

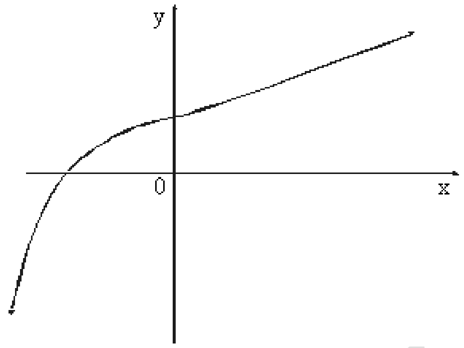
Α. δύο τουλάχιστον ρίζες

Β. μία μόνο ρίζα

Γ. . καμία ρίζα

Δ. περισσότερες από δύο ρίζες

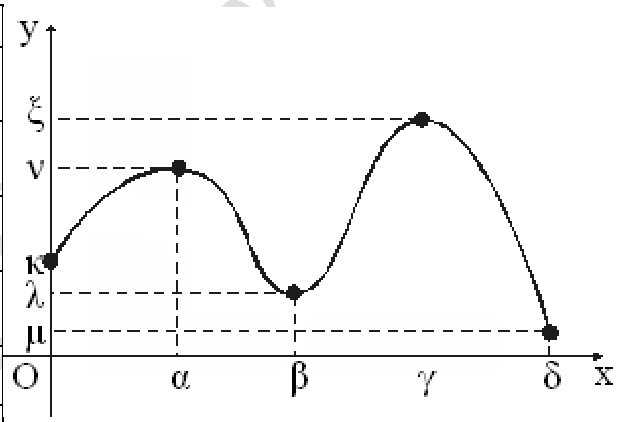
Ε. μία ρίζα θετική



Ερωτησεις Συμπληρωσης

1. Παρατηρώντας τη γραφική παράσταση του σχήματος, να συμπληρώσετε στον πίνακα το είδος μονοτονίας (αν είναι γνησίως μονότονη) και το είδος των ακροτάτων σε καθένα από τα διαστήματα που ζητούνται:

Διάστημα	*Μονοτονία*	*Μέγιστο*	*Ελάχιστο*
$[0, \alpha]$			
$[\alpha, \beta]$			
$[0, \gamma]$			
$[\beta, \gamma]$			
$[\gamma, \delta]$			
$[\alpha, \gamma]$			



Ερωτησεις Αναπτυξης

1. Μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$. Αν $f(-1) > f(1)$, να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

2. Δίνονται οι συναρτήσεις f, g ορισμένες στο $\mathbb{R}$, οι οποίες είναι γνησίως μονότονες και έχουν το ίδιο είδος μονοτονίας (είναι και οι δύο γνησίως αύξουσες ή και οι δύο γνησίως φθίνουσες).

α. Να δείξετε ότι η συνάρτηση fog είναι γνησίως αύξουσα.

β. Να εξετάσετε τη μονοτονία των συναρτήσεων fof και gog.

γ. Να εξετάσετε τη μονοτονία της συνάρτησης $f\,(x) = ln\,[ln\,(x)],\, x\, >\, 1$.