ΣΩΣΤΟ – ΛΑΘΟΣ

1. Αν μια συνάρτηση f είναι άρτια, τότε είναι 1 - 1.

2. Αν μια συνάρτηση f είναι 1 - 1, τότε είναι πάντοτε περιττή.

3. Αν η συνάρτηση f είναι 1 - 1, τότε ισχύουν:

α. $f\,(f^{-1}(x)) = x$ για κάθε x που ανήκει στο σύνολο τιμών της f

β. $f^{-1}(f\,(x)) = x$ για κάθε $x \in D_f$.

4. Αν μια συνάρτηση είναι άρτια, τότε υπάρχει η αντίστροφή της.

5. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι 1 - 1 στο $\mathbb{R}$, τότε και η συνάρτηση gof είναι 1 - 1 στο $\mathbb{R}$.

6. Αν η f είναι 1-1 τότε η f αντιστρέφεται

7. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ τότε η f είναι 1-1 και συνεπώς αντιστρέφεται.

8. Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$ τότε η f αντιστρέφεται.

9. Αν η f αντιστρέφεται στο $\mathbb{R}$ τότε η f είναι 1-1.

10. Αν η f είναι 1-1 τότε η εξίσωση $f(x) = y$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα.

11. Αν η f είναι 1-1 τότε η εξίσωση $f(x) = y$ έχει μια το πολύ ρίζα.

12. Αν $f(x) = y$ τότε $f^{-1}(y) = x$ και αντίστροφα.

13. Αν $f(4) = 6$ και η f αντιστρέφεται τότε $f^{-1}(6) = 4$.

14. Αν η συνάρτηση f είναι 1 - 1, οι συναρτήσεις g, h έχουν πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και ισχύει $f\,(g(x)) = f\,(h(x))$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε οι συναρτήσεις g και h είναι ίσες.

15. Έστω η συνάρτηση $f\,(x) = x^2, x \in [0, +\infty)$. Τότε κάθε κοινό σημείο των γραφικών παραστάσεων των C_f και $C_{f^{-1}}$ ανήκει στην ευθεία $y = x$.

16. Τα κοινά σημεία των C_f και $C_{f^{-1}}$ βρίσκονται πάνω στην ευθεία $y = x$.

17. Η εξίσωση $f(x) = f^{-1}(x)$ έχει τις ίδιες ρίζες με την εξίσωση $f(x) = x$.

18. Η ρίζες της εξίσωσης $f(x) = f^{-1}(x)$ είναι ίδιες με τις ρίζες της εξίσωσης $f^{-1}(x) = x$.

19. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της , τότε η f είναι 1-1 και αντίστροφα.

20. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της , τότε η f είναι 1-1.

21. Αν μια συνάρτηση είναι 1-1 τότε η εξίσωση $f(x) = y$ (ως προς x) έχει μοναδική λύση, για κάθε y που ανήκει στο σύνολο τιμών της f.

22. Μια συνάρτηση $f{:}\,A \to \mathbb{R}$ είναι 1–1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x

23. Μία συνάρτηση $f{:}\,A \to \mathbb{R}$ είναι συνάρτηση 1-1, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 = x_2$, τότε $f(x_1) = f(x_2)$

24. Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο A με την ευθεία $y = x$, τότε το σημείο A ανήκει και στη γραφική παράσταση της f^{-1}

25. Αν μια συνάρτηση $f{:}\,A \to \mathbb{R}$ είναι 1–1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1}ισχύει $f^{-1}(f(x)) = x, x \in A$ και $f(f^{-1}(y)) = y, y \in f(A)$.

26. Αν μια συνάρτηση $:A \to \mathbb{R}$ είναι 1–1, τότε υπάρχουν σημεία της με την ίδια τεταγμένη.

27. Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy και $x'Oy'$.

28. Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι $1-1$, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.

29. Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη.

30. Αν η f είναι αντιστρέψιμη, τότε είναι γνήσια μονότονη.

31. Τα κοινά σημεία δύο αντίστροφων μεταξύ τους συναρτήσεων βρίσκονται πάνω την ευθεία $y = x$.

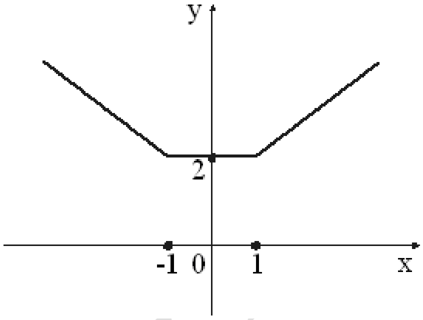
32. Αν μια συνάρτηση είναι γνήσια αύξουσα, τότε και η αντίστροφή της είναι γνήσια αύξουσα.

33. Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση.

34. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι 1-1, τότε και η συνάρτηση $f + g$, εφόσον ορίζεται, είναι επίσης 1-1.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Δίνεται η συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα.



Από τις παρακάτω προτάσεις λανθασμένη είναι η:

Α. Η f έχει πεδίο ορισμού το σύνολο $\mathbb{R}$

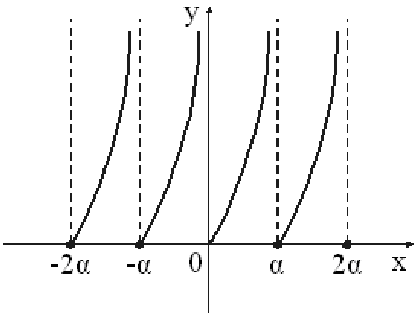
Β. Η f έχει σύνολο τιμών το διάστημα $[2, +\infty)$

Γ. Η f είναι άρτια.

Δ. Η f f είναι 1 - 1

Ε. Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, -1]$, σταθερή στο διάστημα $[-1, 1]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$

2. Δίνεται η συνάρτηση f με $D_f = \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα.



Από τις παρακάτω προτάσεις **λανθασμένη** είναι η:

Α. Η f είναι γνησίως αύξουσα σε κάθε διάστημα της μορφής $(\kappa\alpha, (\kappa+1)\alpha)$ (κ ακέραιος)

Β. Η f είναι περιοδική.

Γ. Η f δεν είναι 1 -1.

Δ. Η f είναι άρτια

Ε. Ισχύει $f\,(x) > 0$ για κάθε x του πεδίου ορισμού της.

3. Έστω μια συνάρτηση f, η οποία αντιστρέφεται. Τότε οι γραφικές παραστάσεις της f και της f^{-1} είναι συμμετρικές:

Α. ως προς την ευθεία $y = x$ **Β.** ως προς την ευθεία $y = 2x$

Γ. ως προς τον άξονα $y'y$ **Δ.** ως προς την αρχή των αξόνων

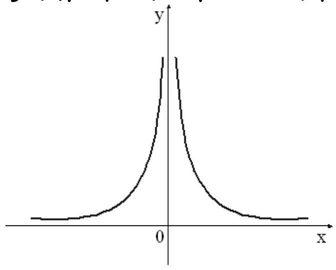
4. Αν η συνάρτηση g έχει αντίστροφη την f, τότε το $g\,(f(x))$ είναι ίσο με:

Α. 1 **Β.** $g\,(x) \cdot f\,(x)$

Γ. $\frac{1}{x}$ **Δ.** x

Ε. κανένα από τα παραπάνω

5. Για την συνάρτηση f με της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα.



Ισχύει ότι:

Α. Η f είναι 1 - 1
Β. Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$.
Γ. Η f αντιστρέφεται.
Δ. Η f γνησίως φθίνουσα στο $(0,+\infty)$.
Ε. κανένα από τα προηγούμενα.

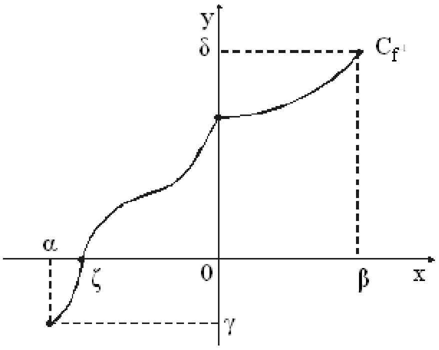
6. Η συνάρτηση $f(x) = 2e^x$ έχει αντίστροφη την:

Α. $g(x) = ln\left(\frac{x}{2}\right)$ **Β.** $h(x) = ln\left(\frac{2}{x}\right)$

Γ. $\varphi(x) = \frac{1}{2} lnx$ **Δ.** $\sigma(x) = \sqrt{lnx}$

Ε. $t(x) = ln(2 - x)$

7. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της αντίστροφης f^{-1} μιας συνάρτησης f



Τότε λάθος είναι ο ισχυρισμός:

Α. Το πεδίο ορισμού της f είναι το $[\gamma, \delta]$
Β. Το σύνολο τιμών της f είναι το $[\alpha, \beta]$
Γ. $f^{-1}(\zeta) = 0$.
Δ. $f(0) = \zeta$.
Ε. Η f έχει ελάχιστο το α για $x = 0$.

8. Από τις παρακάτω συναρτήσεις δεν έχει αντίστροφη η συνάρτηση:

Α. $y = \eta\mu x, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Β. $y = x^3 + 1$

Γ. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$

Δ. $y = \frac{2}{3}e^x$

Ε. $y = ln(x-3), x > 3$

9. Αν $f(x) = ax^2$ με $x \in [0, +\infty)$ και $\alpha > 0$, τότε

Α. Η f αντιστρέφεται και $f^{-1}(x) = \frac{1}{ax^2}, x \in \mathbb{R}$

Β. Η f αντιστρέφεται και $f^{-1}(x) = \frac{1}{a}\sqrt{x}, x \in [0, +\infty)$

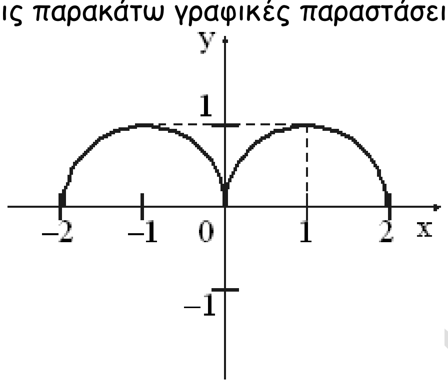
Γ. Η f αντιστρέφεται και $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{a}}, x \in [0, +\infty)$

Δ. Η f αντιστρέφεται και $f^{-1}(x) = \sqrt{ax}, x \in [0, +\infty)$

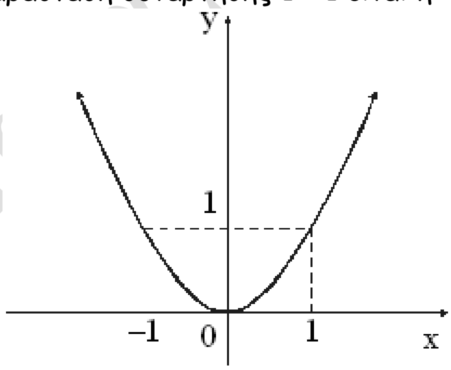
Ε. Η f δεν αντιστρέφεται

10. Από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις γραφική παράσταση συνάρτησης 1 - 1 είναι η

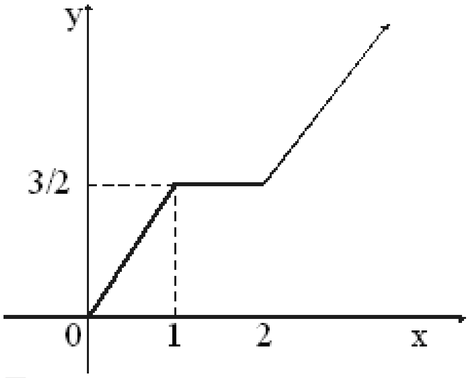
Α.



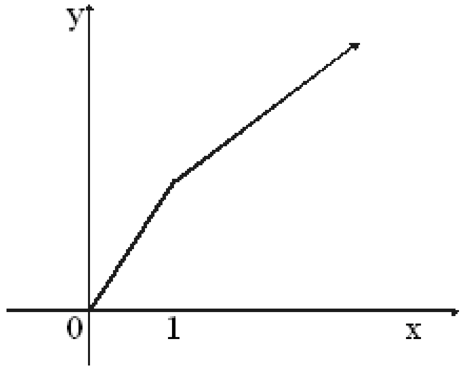
Β.



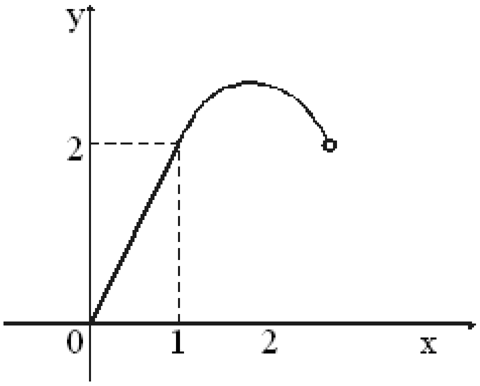
Γ.



Δ.



Ε.



11. Αν $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$ με $x>-1$ τότε η f^{-1} έχει τύπο:

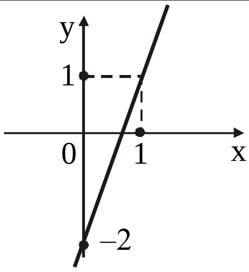
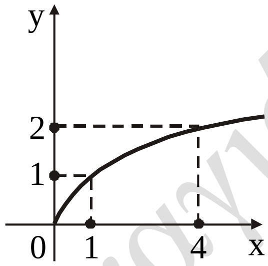
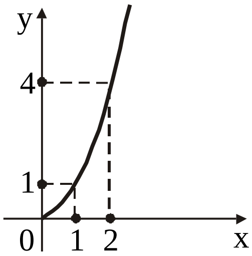
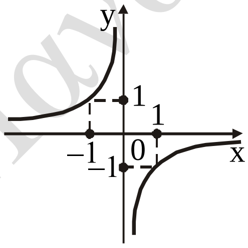
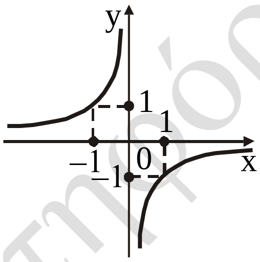
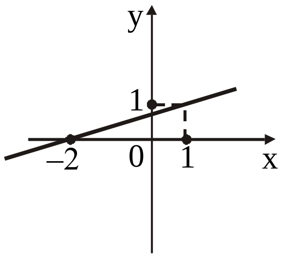
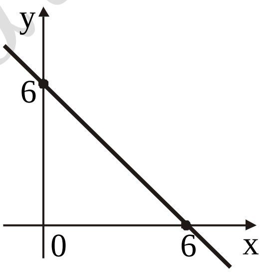
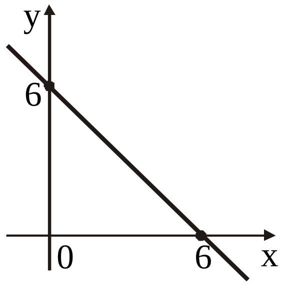
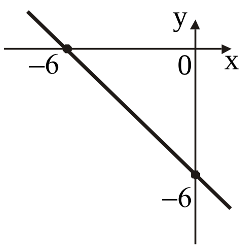
Α. $f^{-1}(x)=(x-1)^3$ **Β.** $f^{-1}(x)=x^3-1$

Γ. $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$ **Δ.** $f^{-1}(x)=-\sqrt[3]{x+1}$

Ε. $f^{-1}(x)=(x+1)^3$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε γραφική παράσταση της στήλης Α τη γραφική παράσταση της αντίστροφής της από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. 	**α.** 
2. 	**β.** 
3. 	**γ.** 
4. 	**δ.** 
	ε. 

Ερωτησεις Αναπτυξης

1. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$, για την οποία ισχύει $(fof)(x) - f(x) = x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται.

2. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{1}{x}$ και $h(x) = \frac{1}{x+2}$ με κοινό πεδίο ορισμού το $\Delta = (0, +\infty)$

α. Να βρείτε συνάρτηση g ώστε $fog = h$

β. Να βρείτε συνάρτηση t ώστε $tof = h$

γ. Να βρείτε τις αντίστροφές των f, g, h

δ. Να βρείτε τις $f^{-1}og^{-1}$ και $g^{-1}of^{-1}$

ε. Να εξετάσετε αν $g^{-1}of^{-1} = h^{-1}$