ΣΩΣΤΟ – ΛΑΘΟΣ

1. Αν $(1-x)(1+5x) \leq f(x) \leq (3x+1)^2$, τότε η f είναι συνεχής στο 0.

2. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής στο διάστημα $[\alpha,\beta]$. Αν η f είναι $1-1$ στο $[\alpha,\beta]$, τότε είναι και γνησίως μονότονη στο $[\alpha,\beta]$.

3. Αν η f είναι συνεχής στο x_0 με $f(x_0) \neq 0$, τότε κοντά στο x_0 οι τιμές της f είναι ομόσημες του $f(x_0)$.

4. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ, τότε η αντίστροφή της είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο $f(\Delta)$.

5. Αν η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα διάστημα Δ είναι συνεχής και $1-1$ στο Δ, τότε η συνάρτηση f^{-1} είναι συνεχής στο $f(\Delta)$.

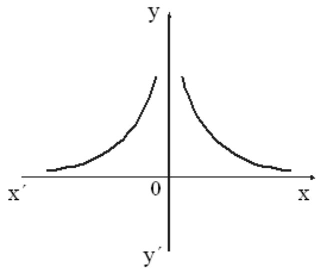
6. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε και η f^2 είναι συνεχής στο x_0.

7. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x+1, & x<1 \\ 2-x^2, & x \geq 1 \end{cases}$. Ισχύει ότι η f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}-\{1\}$.

8. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η συνάρτηση $f+g$ **δεν** είναι συνεχής στο x_0.

9. Αν οι συναρτήσεις f, g δεν είναι συνεχείς στο σημείο x_0 του κοινού πεδίου ορισμού τους, τότε η συνάρτηση $f+g$ **δεν** είναι συνεχής στο x_0.

10. Η συνάρτηση f, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα, είναι συνεχής στο D_f.



11. Αν f ορισμένη στο $[0,+\infty)$ συνεχής στο $x_0=1$ με $(x-1)f(x)=\sqrt{x}-1$ τότε $f(1)=\frac{1}{2}$.

12. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο x_0, τότε η σύνθεσή τους gof είναι συνεχής στο x_0.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R η οποία είναι συνεχής και $1-1$. Τότε η f
Α. είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα **Β.** δεν μπορεί να είναι άρτια
Γ. είναι πάντοτε περιττή **Δ.** $f(1) = f(-1)$ **Ε.** είναι σταθερή συνάρτηση

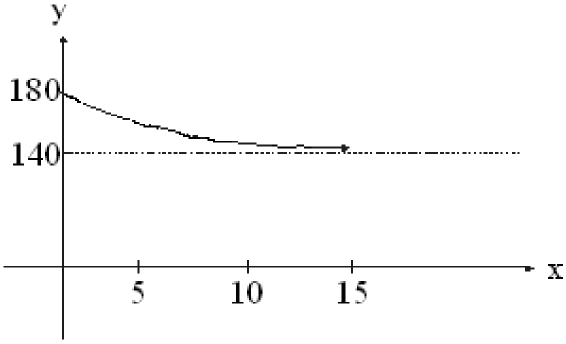
2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+6}{x-3}, & x \neq 3 \\ 1, & x = 3 \end{cases}$. Τότε ισχύει
Α. η f δεν είναι συνεχής στο 3 **Β.** η f είναι συνεχής στο 3
Γ. η f για $x > 3$ είναι γνησίως φθίνουσα **Δ.** δεν υπάρχει το $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$
Ε. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) \neq f(0)$

3. **Αν** η συνάρτηση f (x) = $\begin{cases} \frac{\varepsilon\varphi\,(\pi x)}{x}, & x \neq 0 \\ \kappa, & x = 0 \end{cases}$ είναι συνεχής στο 0, τότε το κ είναι ίσο με
Α. 1 **Β.** 0 **Γ.** π **Δ.** $\frac{\pi}{2}$ **Ε.** - π

4. Έστω συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 6, & x = 2 \end{cases}$ και οι προτάσεις:
I. υπάρχει το $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ **II.** η f ορίζεται στο 2 **III.** η f είναι συνεχής στο 2.
Τότε αληθεύουν
Α. μόνο η I **Β.** μόνο η II **Γ.** μόνο η I ή η II **Δ.** καμία από τις τρεις **Ε.** η III

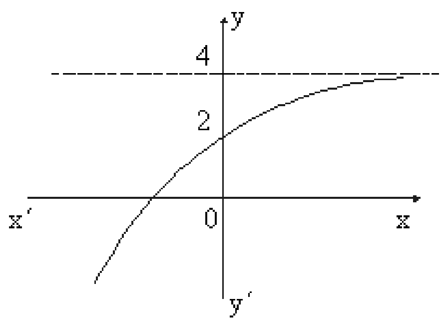
5. Δίνεται μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R και οι προτάσεις:
I. f συνεχής **II.** f άρτια **III.** f γνησίως μονότονη
Η αντίστροφη της f υπάρχει, όταν ισχύει
Α. η I **Β.** η II **Γ.** οι I και II **Δ.** η III **Ε.** η I ή η II

6. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μια συνάρτησης f. Τότε ισχύει



Α. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 180$
Β. $\operatorname{Lim}\limits_{x\to 0} f(x) = 140$
Γ. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 140$
Δ. $\lim\limits_{x\to 5^+} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 5^-} f(x)$
Ε. η f δεν είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της

7. Για τη συνάρτηση f με τύπο $f(x) = 4 - 2e^{-x}$ ισχύει
Α. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ **Β.** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 4$
Γ. η γραφική παράσταση της f μπορεί να είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα



Δ. $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$
Ε. τίποτα από τα παραπάνω

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \ell n(-x), & x \in (-\infty, 0) \\ 2x^2 + 1, & x \in [0, +\infty) \end{cases}$. Τότε

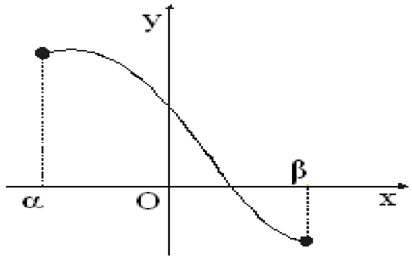
Α. η f δεν είναι συνεχής στο $(-\infty, 0)$ **Β.** η f δεν είναι συνεχής στο $(0, +\infty)$

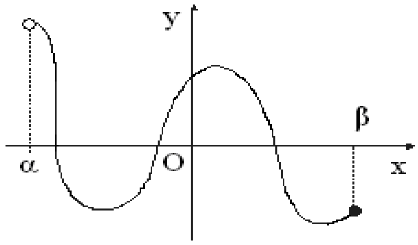
Γ. η f δεν είναι συνεχής στο 0 **Δ.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

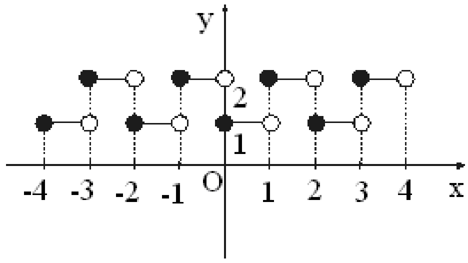
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

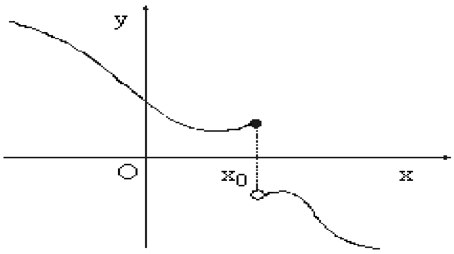
1. Να αντιστοιχίσετε κάθε γρ. παράσταση της στήλη Α με μία μόνο ιδιότητα που περιγράφεται στη στήλη Β

<table>
<tr><th>Στήλη Α</th><th>Στήλη Β</th></tr>
<tr><td>

1. 

2. 

3. 

4. 

</td><td>

α. περιοδική

β. άρτια

γ. "1 - 1" και συνεχής στο $[\alpha, \beta]$

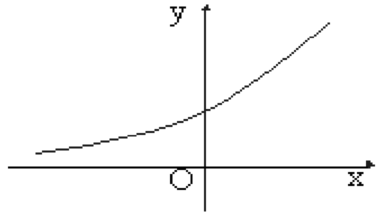
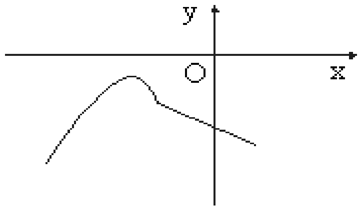
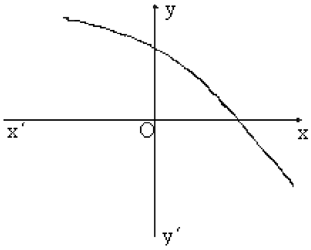
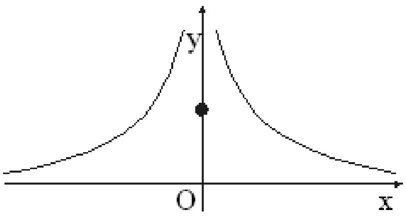
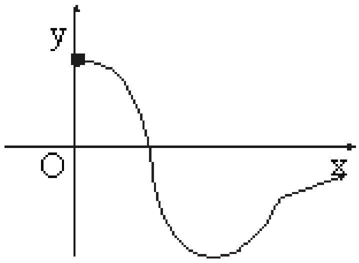
δ. συνεχής στο $(\alpha, \beta]$

ε. γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty, x_0]$ και $(x_0, +\infty)$

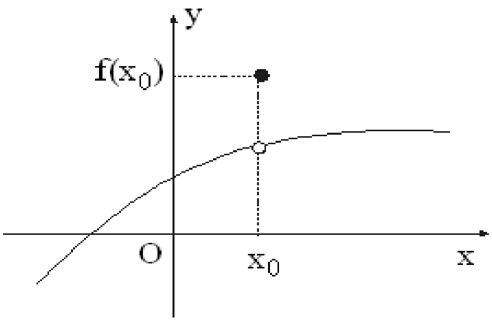
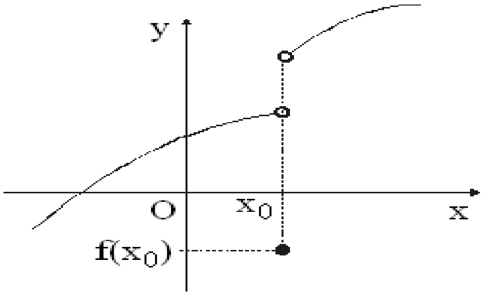
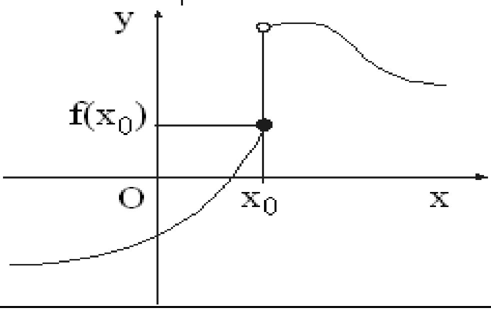
ζ. γνησίως αύξουσα

</td></tr>
</table>

2. Να αντιστοιχίσετε κάθε γρ. παράσταση της στήλη Α με ένα στοιχείο της στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. 	**α.** η f δεν είναι συνεχής στο 0
2. 	**β.** η f έχει πεδίο ορισμού το $[0,+\infty)$
	γ. η f είναι γνησίως αύξουσα
3. 	**δ.** $f\,(x)\ <\ 0$
	ε. η f είναι γνησίως φθίνουσα
4. 	**ζ.** η f είναι περιττή
5. 	**η.** $f\,(-1)\ =\ 0$

3. Σε κάθε γρ.παράσταση συνάρτησης της στήλης Α, να αντιστοιχεί η σχέση που ισχύει από τη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. 	**α.** $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0) \neq \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ **β.** $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$
2. 	**γ.** $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$ **δ.** $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$
3. 	**ε.** $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$

Ερωτησεισ Διαταξησ

1. Οι συναρτήσεις f, g είναι ορισμένες στο R, συνεχείς και ισχύει: f γνησίως αύξουσα, g γνησίως φθίνουσα και $f(2) = g(2)$. Να διατάξετε σε μία σειρά από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη τις παρακάτω διαφορές:

α) $f\,(e) - g\,(e)$ **β)** $f\,(\pi) - g\,(\pi)$ **γ)** $f\,(0) - g\,(0)$

δ) $f\,(2) - g\,(2)$ **ε)** $f\,(3) - g\,(3)$

Ερωτησεισ Αναπτυξησ

1. α) Να δείξετε ότι : $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = l$ αν και μόνο αν $\lim\limits_{h\to 0} f(x_0 + h) = l$

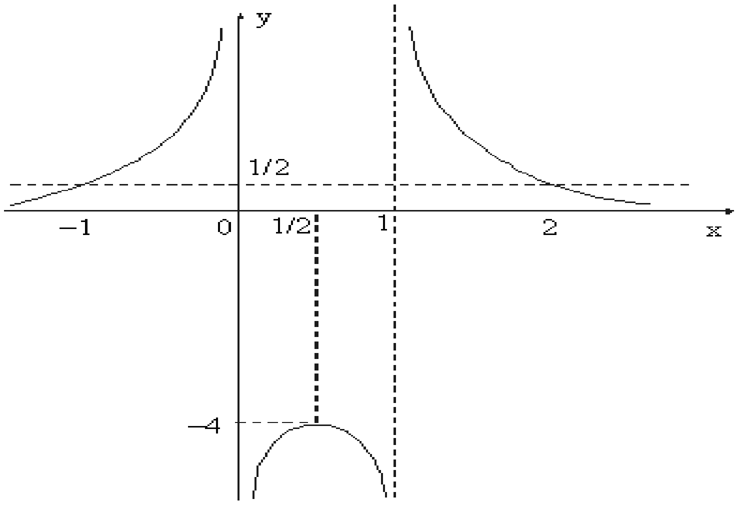
β) Αν για τη συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R ισχύει η σχέση $f(x+y) = f(x) + f(y)$, $x, y \in R$

i)να βρείτε το $f(0)$

ii)αν η f είναι συνεχής στο 0, να δείξετε ότι είναι συνεχής σε όλο το R.

2. Αν $|f(x)| \leq |x|$ για κάθε $x \in R$, να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής στο 0.

3. Η συνάρτηση f έχει γραφική παράσταση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το πρόσημο της f.

β) Να βρεθούν τα όρια:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} f(x)$

γ) Να προσδιορίσετε τις οριακές τιμές της $\frac{1}{f}$ στα σημεία του ερωτήματος (β).

δ) Να βρείτε τον τύπο της f, αν ξέρετε ότι είναι ένας από τους παρακάτω:

$f_1(x) = \frac{2x+1}{6x+5}$, $f_2(x) = \frac{1}{x^2+x}$, $f_3(x) = \frac{1}{2\,|x^2-1|}$, $f_4(x) = \frac{1}{x^2-x}$

ε) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $g\,(x) = \frac{1}{f(x)}$.