ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Φλ3Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Πέμπτη 5 Ιανουαρίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία την συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε ελαστική χορδή δημιουργείται με κατάλληλο μηχανισμό στάσιμο κύμα. Τα σημεία της χορδής, που εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, έχουν:

α. ίδιο πλάτος.
β. ίδια συχνότητα.
γ. ίδια μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.
δ. ίδια ενέργεια ταλάντωσης.

Μονάδες 5

Α2. Δυο σώματα με ίσες μάζες κινούμενα με αντίθετες ταχύτητες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά.

α. τα δύο σώματα ακινητοποιούνται αμέσως μετά την κρούση.
β. η μεταβολή της ορμής του κάθε σώματος κατά την κρούση είναι ίση με μηδέν.
γ. το μέτρο της ορμής κάθε σώματος ακριβώς πριν την κρούση είναι ίσο με το μέτρο της ορμής του αμέσως μετά την κρούση.
δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων ακριβώς πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

Α3. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$, όπου A το πλάτος και T η περίοδος της ταλάντωσης. Από τη χρονική στιγμή

$t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7T}{8}$ η ταχύτητα του σώματος άλλαξε κατεύθυνση:

α. μια φορά.
β. δύο φορές.
γ. τρείς φορές.
δ. τέσσερις φορές.

Μονάδες 5

Α4. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο ταλαντώσεις ίδιου πλάτους, ίδιας διεύθυνσης, που εξελίσσονται εκατέρωθεν της ίδιας θέσης ισορροπίας, με χρονικές εξισώσεις:

$$x_1 = A\eta\mu(2\pi f_1 t) \text{ και } x_2 = A\eta\mu(2\pi f_2 t)$$

με συχνότητες f_1 και f_2, που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Αν η σύνθετη ταλάντωση που εκτελεί το σώμα εμφανίζει διακροτήματα, τότε η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας μηδενίζεται κάθε:

α. $\frac{1}{f_1 + f_2}$.
β. $\frac{2}{|f_1 - f_2|}$.
γ. $\frac{2}{f_1 + f_2}$.
δ. $\frac{1}{|f_1 - f_2|}$.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση στην κατάσταση συντονισμού ο διεγέρτης δεν προσφέρει ενέργεια στο σύστημα.

β. Το έργο της δύναμης, που προκαλεί την απόσβεση σε μία ταλάντωση, είναι θετικό όταν το μέτρο της ταχύτητας του ταλαντούμενου σώματος αυξάνεται.

γ. Σε ένα σημείο Σ της επιφάνειας ενός υγρού συμβάλλουν δύο αρμονικά κύματα προερχόμενα από σύγχρονες πηγές ίδιου πλάτους. Το σημείο Σ θα ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος, αν τα κύματα φτάνουν σε αυτό με χρονική διαφορά ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου τους.

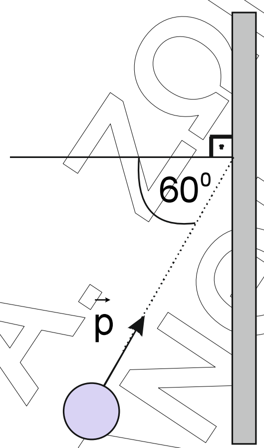
δ. Κατά τη διάδοση εγκάρσιου αρμονικού κύματος σε ένα ομογενές ελαστικό μέσο, τα σημεία του μέσου την ίδια χρονική στιγμή έχουν ίσες φάσεις.

ε. Υλικό σημείο, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κινείται προς τη θέση ισορροπίας, όταν η αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής του ενέργειας είναι θετική.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και πλάγια σε έναν λείο κατακόρυφο τοίχο, υπό γωνία 60^0, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα.



Αν η ορμή της σφαίρας ακριβώς πριν την κρούση έχει μέτρο p, τότε η μεταβολή της ορμής της σφαίρας εξαιτίας της κρούσης, θα έχει μέτρο:

α. p.

β. $2p$.

γ. μηδέν.

Δίνεται $συν\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$ και $συν\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Σφαίρα μάζας m εκτελεί ταυτόχρονα δυο ταλαντώσεις ίδιου πλάτους A, που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση εκατέρωθεν της ίδιας θέσης ισορροπίας, με χρονικές εξισώσεις:

$$x_1 = Aημωt \quad \text{και} \quad x_2 = Aημ\left(ωt+\frac{\pi}{3}\right) (S.I.)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1 = \dfrac{5\pi}{2\omega}$ είναι ίσος με:

α. $-\dfrac{3m\omega^2 A}{2}$.

β. $-\dfrac{\sqrt{3}m\omega^2 A}{2}$.

γ. $-\dfrac{m\omega^2 A}{2}$.

Δίνονται $ημ\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $συν\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$ και $εφ\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

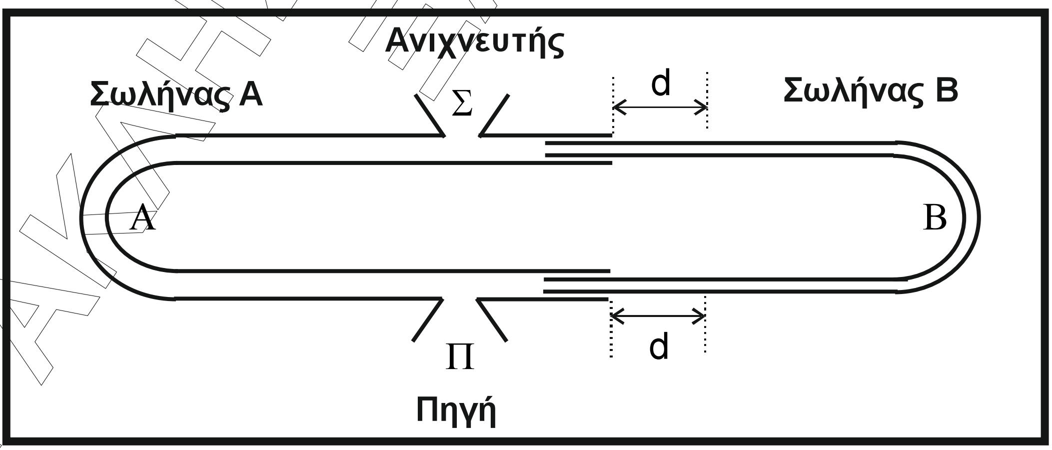
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β3. Η διάταξη του σχήματος αποτελείται από δυο σωλήνες Α και Β ίσου μήκους. Ο σωλήνας Α έχει σταθερό μήκος, ενώ ο σωλήνας Β μπορεί να ολισθαίνει παραμένοντας κατά ένα μέρος του μέσα στο σωλήνα Α, ώστε το μήκος της διαδρομής του ήχου σε αυτόν να μεταβάλλεται. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ένα κλειστό δοχείο.



Ηχητική πηγή Π παράγει κύματα σταθερής συχνότητας. Τα ηχητικά κύματα εισέρχονται στη συσκευή στο σημείο Π και όταν φτάνουν στην έξοδο Σ συμβάλλουν. Το αποτέλεσμα της συμβολής των δύο κυμάτων στο σημείο Σ καταγράφεται από ανιχνευτή ηχητικών κυμάτων. Με τη διάταξη αυτή εκτελούμε τα δύο ακόλουθα πειράματα.

Πείραμα 1

Στο δοχείο υπάρχει αέρας και ο ανιχνευτής καταγράφει μέγιστη ένταση. Μετακινούμε το σωλήνα Β προς τα δεξιά κατά d μέχρι ο ανιχνευτής να καταγράψει μέγιστη ένταση για πρώτη φορά μετά την αρχική καταγραφή.

Πείραμα 2

Επαναφέρουμε το σωλήνα Β στην αρχική του θέση, αφαιρούμε τον αέρα από το δοχείο και εισάγουμε σε αυτό κάποιο αέριο. Ο ανιχνευτής καταγράφει πάλι μέγιστη ένταση. Μετακινούμε το σωλήνα Β προς τα δεξιά και πάλι κατά d και παρατηρούμε ότι η ένδειξη του ανιχνευτή μηδενίζεται για πρώτη φορά.

Αν υ_1 και υ_2 οι ταχύτητες διάδοσης του ηχητικού κύματος στα δυο μέσα διάδοσης, στον αέρα και στο αέριο αντίστοιχα, τότε ισχύει:

α. $\upsilon_2 = \upsilon_1$.

β. $\upsilon_2 = 1,5\upsilon_1$.

γ. $\upsilon_2 = 2\upsilon_1$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

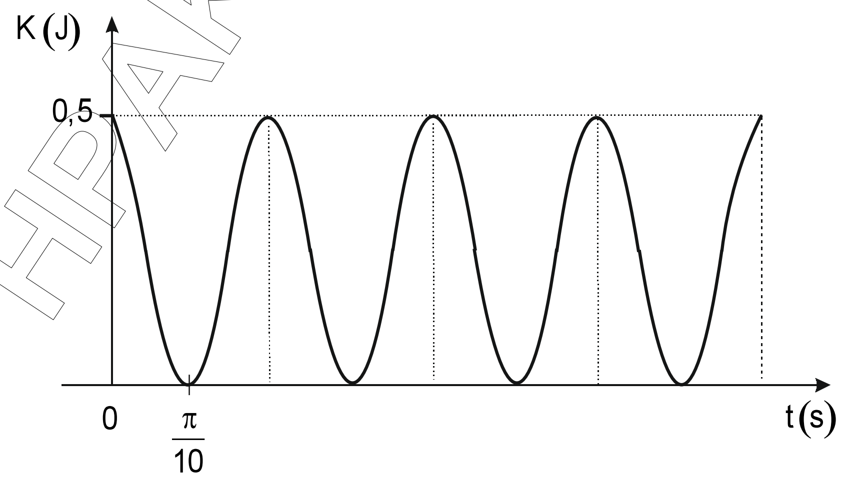
Μονάδες 2

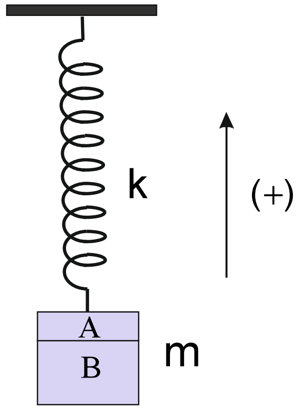
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα Σ μάζας $m = 4kg$, το οποίο προέκυψε μετά από συγγόλληση δύο κομματιών Α και Β, είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο στην οροφή. Το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ συναρτήσει του χρόνου.





Γ1. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος Σ.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ από τη θέση ισορροπίας, αν είναι γνωστό ότι από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $\frac{\pi}{10}$ s, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του είναι αρνητική.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος Σ, όταν η κινητική του ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσής του, για τρίτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Μονάδες 6

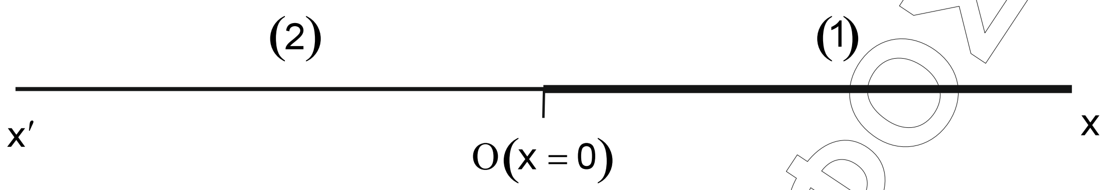
Γ4. Όταν το σώμα Σ βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του, το κομμάτι Β μάζας $m_B = 3kg$ αποκολλάται ακαριαία και αρχίζει να εκτελεί ελεύθερη πτώση. Το κομμάτι Α μάζας m_A παραμένει δεμένο στο ελατήριο και συνεχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Να υπολογίσετε την τιμή του λόγου $\frac{\upsilon_{max}}{\upsilon'_{max}}$, όπου υ_{max}, υ'_{max} οι μέγιστες τιμές της ταχύτητας των ταλαντώσεων του σώματος Σ και του κομματιού Α μετά την αποκόλληση, αντίστοιχα.

Μονάδες 7

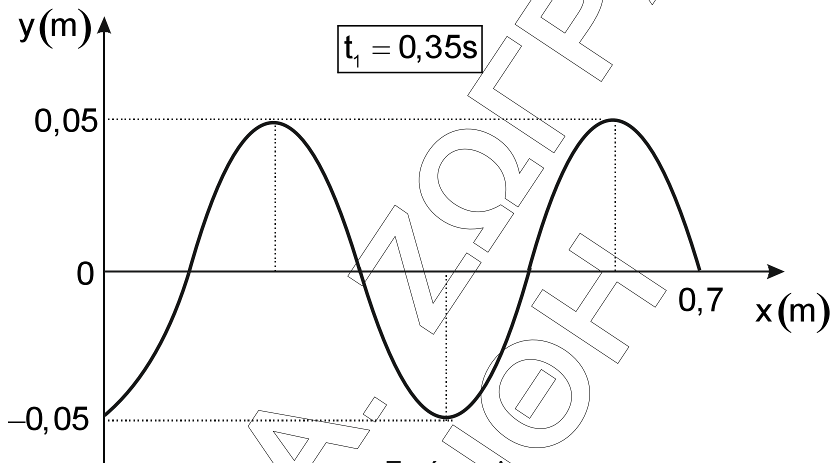
<u>Δίνεται</u> το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Οριζόντια ελαστική χορδή αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα (1) και (2), τα οποία έχουν κατασκευαστεί από διαφορετικά υλικά. Το τμήμα (1) εκτείνεται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Ox, ενώ κατά μήκος του αρνητικού ημιάξονα Ox' εκτείνεται το τμήμα (2) της χορδής. Στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα $x'Ox$ έχει τοποθετηθεί πηγή παραγωγής μηχανικών αρμονικών κυμάτων, η οποία αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση της μορφής $y = A \cdot ημωt$. Τα αρμονικά κύματα που παράγονται στην ελαστική χορδή διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις.

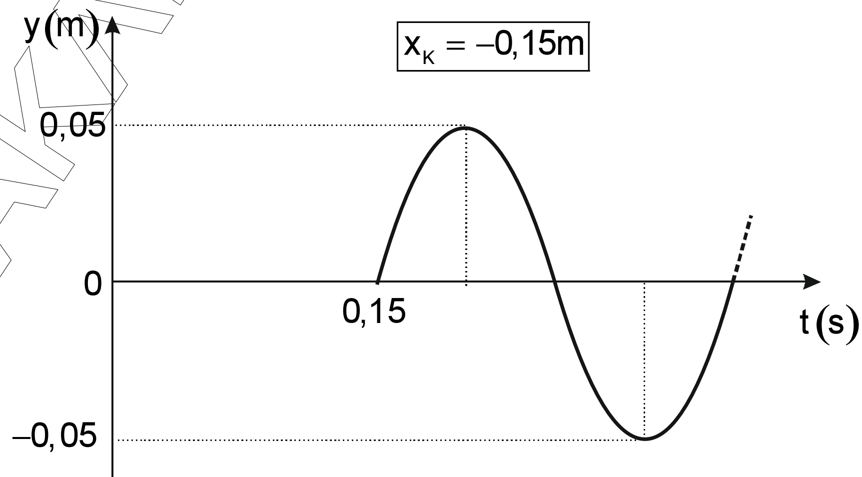


Στο σχήμα Α φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος στο τμήμα (1) της χορδής τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,35s$.



Σχήμα Α

Στο σχήμα Β φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας, ενός υλικού σημείου $K(x_K = -0,15m)$ του τμήματος (2) της χορδής, σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχήμα Β

Δ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στα τμήματα (1) και (2) της χορδής.

Μονάδες 5

Δ2. Να γράψετε τις εξισώσεις των παραγόμενων κυμάτων.

Μονάδες 5

Δ3. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης των ταλαντώσεων των σημείων της χορδής σε συνάρτηση με την τετμημένη της θέσης x, τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 5

Δ4. Να βρείτε το πλήθος των σημείων της χορδής, τα οποία έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια και κινούνται προς την ακραία αρνητική θέση της τροχιάς τους, τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,4s$.

Μονάδες 5

Δ5. Έστω σημεία Κ και Λ του τμήματος (1) της χορδής, τα οποία απέχουν οριζόντια απόσταση $\Delta x_{K\Lambda} = \frac{\lambda_1}{4}$, όπου λ_1 το μήκος κύματος στο τμήμα (1) της χορδής. Το σημείο Κ ξεκινά την ταλάντωσή του, τη χρονική στιγμή t_K και η φάση της ταλάντωσης του κάθε χρονική στιγμή είναι συνεχώς μεγαλύτερη από τη φάση της ταλάντωσης του σημείου Λ. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Λ τη χρονική στιγμή $t_3 = t_K + \frac{T}{3}$.

Μονάδες 5

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Πέμπτη 5 Ιανουαρίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

Α3. β

Α4. α

Α5. **α.** Λάθος
β. Λάθος
γ. Σωστό
δ. Λάθος
ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή επιλογή **α**

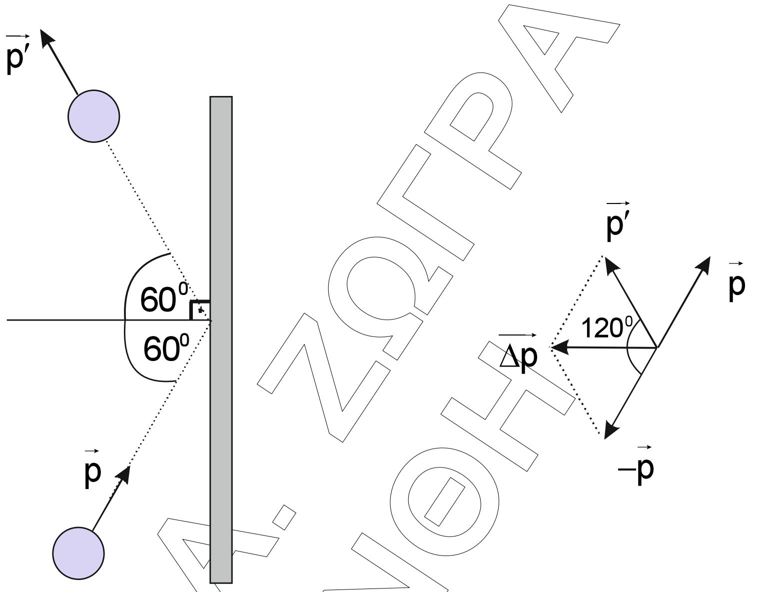
Στην πλάγια ελαστική κρούση μιας σφαίρας με κατακόρυφο τοίχο:

1. Η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
2. Το μέτρο της ταχύτητας και της ορμής της σφαίρας παραμένουν σταθερά κατά την κρούση. Δηλαδή $|\vec{p}| = |\vec{p}'| \Rightarrow p = p'$.

<u>1ος τρόπος λύσης</u>

Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας εξαιτίας της κρούσης είναι ίση με:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} - \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} + \left(-\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu}\right) \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p}' + \left(-\vec{p}\right)$$



Σύμφωνα με τον κανόνα παραλληλογράμμου έχουμε ότι:

$$\left|\Delta\vec{p}\right| = \sqrt{p^2 + (p')^2 + 2p\cdot p'\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}} \Rightarrow \left|\Delta\vec{p}\right| = \sqrt{p^2 + p^2 + 2p^2\left(-\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow$$

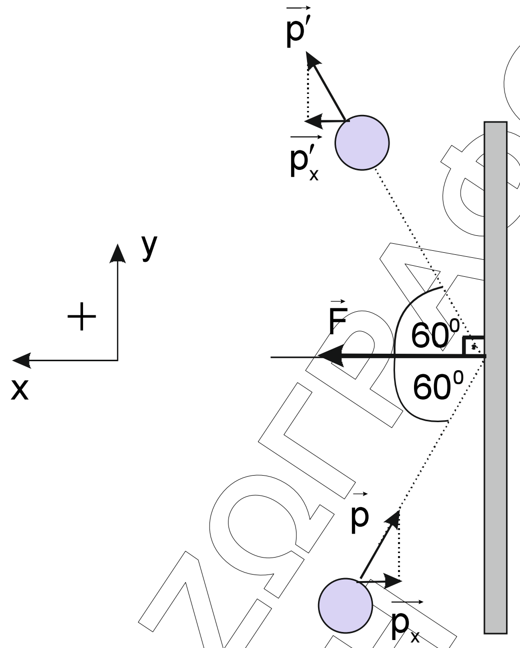
$$\left|\Delta\vec{p}\right| = \sqrt{p^2 + \cancel{p^2} - \cancel{p^2}} \Rightarrow \boxed{\left|\Delta\vec{p}\right| = p}$$

<u>2ος τρόπος λύσης</u>

Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας εξαιτίας της κρούσης είναι ίση με:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} - \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} + \left(-\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu}\right) \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} \Rightarrow$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} = \left(\vec{p}'_x + \vec{p}'_y\right) - \left(\vec{p}_x + \vec{p}_y\right) = \left(\vec{p}'_x - \vec{p}_x\right) + \left(\vec{p}'_y - \vec{p}_y\right) \Rightarrow \Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_x + \Delta\vec{p}_y \;(1)$$



Στον άξονα $y'y$ θεωρούμε ότι το σώμα δε δέχεται δυνάμεις και επομένως ισχύει ότι:

$$\Delta\vec{p}_y = \vec{0}$$

Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ ισχύει ότι:

$$\Delta\vec{p}_x = \vec{p}'_x - \vec{p}_x \Rightarrow |\Delta\vec{p}_x| = \left|p\sigma\upsilon\nu\left(60^0\right) + p\sigma\upsilon\nu\left(60^0\right)\right| = p$$

Συνεπώς η σχέση (1) θα γίνει:

$$|\Delta\vec{p}| = p$$

Β2. Σωστή επιλογή **α**

<u>1ος τρόπος λύσης</u>

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας έχουμε ότι:

$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow x = A\eta\mu\omega t + A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \overset{t=\frac{5\pi}{2\omega}}{\Rightarrow}$$

$$\overset{t=\frac{5\pi}{2\omega}}{\Rightarrow} x = A\eta\mu\left(\cancel{\omega}\frac{5\pi}{2\cancel{\omega}}\right) + A\eta\mu\left(\cancel{\omega}\frac{5\pi}{2\cancel{\omega}} + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow$$

$$x = A\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2}\right) + A\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = A + A\eta\mu\left(\frac{17\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$x = A + \frac{A}{2} \Rightarrow x = \frac{3A}{2} \; (1)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι ίσος με:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -D \cdot x \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{dp}{dt} = -D \cdot \frac{3A}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{dp}{dt} = -\frac{3m\omega^2 A}{2}}$$

<u>2ος τρόπος λύσης</u>

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας θα είναι της μορφής:

$$x = A_{ολ}\,ημ(\omega t + \theta) \; (2)$$

Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίσο με:

$$A_{ολ} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2συνφ} \Rightarrow A_{ολ} = \sqrt{A^2 + A^2 + 2A^2συν\frac{\pi}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{ολ} = \sqrt{3}A$$

Η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης ισούται με:

$$εφθ = \frac{A_2ημφ}{A_1 + A_2συνφ} \Rightarrow εφθ = \frac{\cancel{A}ημ\frac{\pi}{3}}{\cancel{A} + \cancel{A}συν\frac{\pi}{3}} \Rightarrow εφθ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$εφθ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}\text{rad}$$

Η σχέση (2) θα γίνει για $t = \frac{5\pi}{2\omega}$:

$$x = A\sqrt{3}ημ\left(\cancel{\omega}\frac{5\pi}{2\cancel{\omega}} + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x = A\sqrt{3}ημ\left(\frac{16\pi}{6}\right) \Rightarrow x = A\sqrt{3}ημ\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow x = \frac{3A}{2} \; (3)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι ίσος με:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -D \cdot x \overset{(3)}{\Rightarrow} \frac{dp}{dt} = -D \cdot \frac{3A}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{dp}{dt} = -\frac{3m\omega^2 A}{2}}$$

Β3. Σωστή επιλογή γ

Πείραμα 1

Πριν τη μετακίνηση του σωλήνα Β

Στο σωλήνα Β το ηχητικό κύμα διανύει απόσταση $r_1 = \Pi B\Sigma$, ενώ στο σωλήνα Α το ηχητικό κύμα διανύει απόσταση $r_2 = \Pi A\Sigma$. Ο ανιχνευτής καταγράφει μέγιστο και επομένως ισχύει ότι:

$$r_1 - r_2 = \kappa_1 \cdot \lambda_1 \Rightarrow \Pi B\Sigma - \Pi A\Sigma = \kappa_1 \cdot \lambda_1 \,(1), \cdots \kappa_1 = 0, \pm1, \pm2\ldots$$

Μετά τη μετακίνηση του σωλήνα Β

Στο σωλήνα Β το ηχητικό κύμα διανύει απόσταση $r_1' = \Pi B\Sigma + 2d$, ενώ στο σωλήνα Α το ηχητικό κύμα διανύει απόσταση $r_2' = \Pi A\Sigma = r_2$. Ο ανιχνευτής καταγράφει το αμέσως επόμενο μέγιστο και επομένως ισχύει ότι:

$$r_1' - r_2' = (\kappa_1 + 1) \cdot \lambda_1 \Rightarrow \Pi B\Sigma + 2d - \Pi A\Sigma = \kappa_1 \cdot \lambda_1 + \lambda_1 \,(2)$$

Αφαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις $(1), (2)$ και έχουμε ότι:

$$\Pi B\Sigma + 2d - \Pi A\Sigma - (\Pi B\Sigma - \Pi A\Sigma) = \kappa_1 \cdot \lambda_1 + \lambda_1 - \kappa_1 \cdot \lambda_1 \Rightarrow$$

$$\cancel{\Pi B\Sigma} + 2d - \cancel{\Pi A\Sigma} - \cancel{\Pi B\Sigma} + \cancel{\Pi A\Sigma} = \cancel{\kappa_1 \cdot \lambda_1} + \lambda_1 - \cancel{\kappa_1 \cdot \lambda_1} \Rightarrow 2d = \lambda_1 \Leftrightarrow d = \frac{\lambda_1}{2} \,(3)$$

Πείραμα 2

Πριν τη μετακίνηση του σωλήνα Β

Στο σωλήνα Β το ηχητικό κύμα διανύει απόσταση $r_1 = \Pi B\Sigma$, ενώ στο σωλήνα Α το ηχητικό κύμα διανύει απόσταση $r_2 = \Pi A\Sigma$. Ο ανιχνευτής καταγράφει μέγιστο και επομένως ισχύει ότι:

$$r_1 - r_2 = \kappa_2 \cdot \lambda_2 \Rightarrow \Pi B\Sigma - \Pi A\Sigma = \kappa_2 \cdot \lambda_2 \,(4), \kappa_2 = 0, \pm1, \pm2\ldots$$

Μετά τη μετακίνηση του σωλήνα Β

Στο σωλήνα Β το ηχητικό κύμα διανύει απόσταση $r_1' = \Pi B\Sigma + 2d$, ενώ στο σωλήνα Α το ηχητικό κύμα διανύει απόσταση $r_2' = \Pi A\Sigma$. Ο ανιχνευτής καταγράφει μηδενική ένδειξη και επομένως ισχύει ότι:

$$r_1' - r_2' = (2\kappa_2 + 1) \cdot \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \Pi B\Sigma + 2d - \Pi A\Sigma = \kappa_2 \cdot \lambda_2 + \frac{\lambda_2}{2} \,(5)$$

Αφαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις $(4), (5)$ και έχουμε ότι:

$$\Pi B\Sigma + 2d - \Pi A\Sigma - (\Pi B\Sigma - \Pi A\Sigma) = \kappa_2 \cdot \lambda_2 + \frac{\lambda_2}{2} - \kappa_2 \cdot \lambda_2 \Rightarrow$$

$$\cancel{\Pi B\Sigma} + 2d - \cancel{\Pi A\Sigma} - \cancel{\Pi B\Sigma} + \cancel{\Pi A\Sigma} = \cancel{\kappa_2 \cdot \lambda_2} + \frac{\lambda_2}{2} - \cancel{\kappa_2 \cdot \lambda_2} \Rightarrow$$

$$2d=\frac{\lambda_2}{2}\Leftrightarrow d=\frac{\lambda_2}{4}\,(6)$$

Από τις σχέσεις $(3),(6)$ έχουμε ότι: $\frac{\lambda_1}{2}=\frac{\lambda_2}{4}\Rightarrow \lambda_2=2\lambda_1$

Η συχνότητα των ηχητικών κυμάτων είναι ανεξάρτητη από το μέσο διάδοσης. Συνεπώς

$$f_1=f_2$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε ότι:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{\lambda_1\cdot \cancel{f_1}}{\lambda_2\cdot \cancel{f_2}}=\frac{\cancel{\lambda_1}}{2\cancel{\lambda_1}}\Rightarrow \boxed{\upsilon_2=2\upsilon_1}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t=0$ η κινητική ενέργεια του σώματος Σ είναι μέγιστη και μηδενίζεται για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $\frac{\pi}{10}$ s. Είναι γνωστό από τη θεωρία ότι το παραπάνω χρονικό διάστημα ισούται με $\Delta t=\frac{T}{4}$, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος Σ. Συνεπώς $\Delta t=\frac{T}{4}=\frac{\pi}{10}\,s\Rightarrow \boxed{T=0{,}4\pi\ s}$.

Η κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης του σώματος Σ είναι ίση με:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0{,}4\pi}=5\ rad/s$$

Η σταθερά επαναφοράς D είναι ίση με:

$$D=m\cdot\omega^2=4\cdot 5^2=100\ \frac{N}{m}$$

Επιπλέον παρατηρούμε από το διάγραμμα ότι η ενέργεια της ταλάντωσης ισούται με:

$$K_{max}=E=0{,}5\ J\Rightarrow E=\frac{1}{2}DA^2\Leftrightarrow A=\sqrt{\frac{2E}{D}}\Rightarrow \boxed{A=0{,}1\ m}$$

Γ2. Αφού η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος είναι μέγιστη, το σώμα τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του ($y=0$). Από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $\frac{T}{4}$ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος Σ είναι αρνητική. Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι της μορφής $y = A\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ (1).

Η (1) θα γίνει για $y = 0$ και $t = 0$:

$$0 = A\,\eta\mu(\omega\cdot 0 + \varphi_0) \overset{A\neq 0}{\Rightarrow} \eta\mu\varphi_0 = 0 = \eta\mu 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 2\kappa\pi \\ \acute{\eta} \\ 2\kappa\pi + \pi \end{cases} \overset{\varphi_0\in[0,2\pi)}{\Rightarrow} \varphi_0 = \begin{cases} 0 \\ \acute{\eta} \\ \pi\,\text{rad} \end{cases}$$

Όμως $\upsilon = \omega A\,\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \overset{t=0}{\Rightarrow} \upsilon = \omega A\,\sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0 \overset{\omega A>0}{\Rightarrow} \sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0 \Rightarrow$

$\boxed{\varphi_0 = \pi\,\text{rad}}$ δεκτή λύση

Άρα η σχέση (1) θα γίνει:

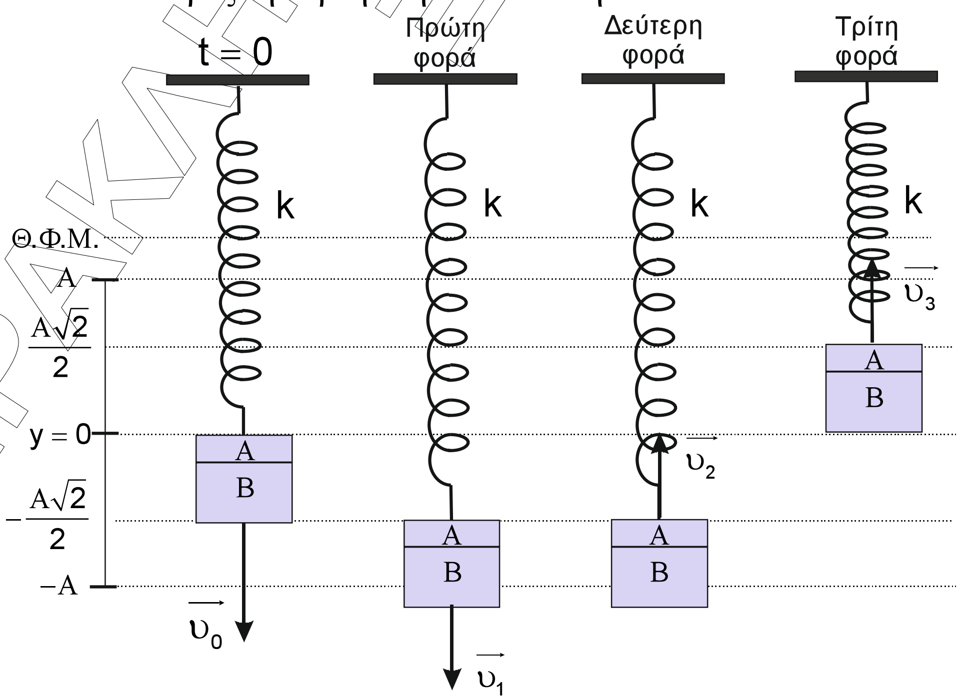
$$\boxed{y = 0{,}1\cdot\eta\mu(5t + \pi)\ (S.I.)}$$

Γ3. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση, όταν η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.

$$E_T = K + U_T \overset{K=U_T}{\Rightarrow} E_T = U_T + U_T \Rightarrow E_T = 2U_T \Rightarrow \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{D}A^2 = 2\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{D}y^2 \Rightarrow$$

$$y^2 = \frac{A^2}{2} \Rightarrow y = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2}$$

Το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του ($y = 0$) και κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση.



Συνεπώς η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης, για τρίτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t=0$, όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση $y=+\frac{A\sqrt{2}}{2}$ και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση. Άρα

$$K=U \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_3^2=\frac{1}{2}D\left(\frac{A\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow 4\cdot\upsilon_3^2=100\cdot\frac{0,01\cdot 2}{4} \Rightarrow \upsilon_3^2=\frac{2}{16} \Rightarrow$$

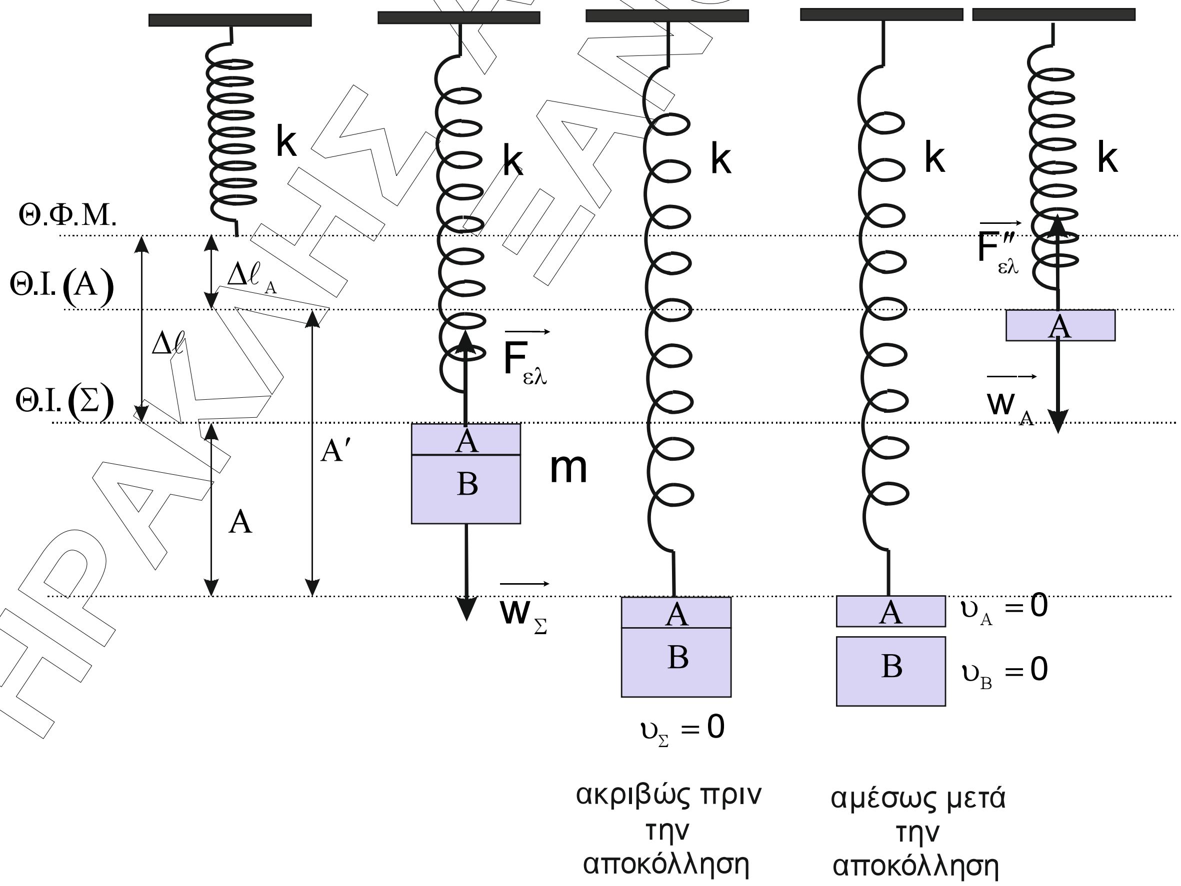
$$\boxed{\upsilon_3=+\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{m}{s}}$$

Γ4. Στη θέση ισορροπίας του σώματοςΣ ισχύει ότι:

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda.}-w=0 \Rightarrow k\Delta\ell=mg \Rightarrow \Delta\ell=\frac{mg}{k}=0,4m$$

Στη θέση ισορροπίας του κομματιού Α ισχύει ότι:

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F''_{\varepsilon\lambda.}-w_A=0 \Rightarrow k\Delta\ell_A=m_A g \Rightarrow \Delta\ell_A=\frac{m_A g}{k}=0,1\,m$$



Η αποκόλληση των δύο κομματιών γίνεται ακαριαία και τα κομμάτια αμέσως μετά, έχουν μηδενική ταχύτητα. Συνεπώς η θέση αποκόλλησης είναι ακραία θέση για την ταλάντωση του σώματος Σ και για την νέα ταλάντωση του κομματιού Α.
Από το σχήμα παρατηρούμε ότι η θέση αυτή απέχει από την νέα θέση ισορροπίας $\Theta.\text{I}.(\text{A})$ απόσταση:

$$A' = \Delta\ell + A - \Delta\ell_A = 0,4\ \text{m} \Rightarrow A' = 0,4\ \text{m}.$$

Η κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης του κομματιού Α είναι ίση με:

$$D = m_A \cdot \omega_A^2 \Rightarrow \omega_A = \sqrt{\frac{D}{m_A}} \Rightarrow \omega_A = \sqrt{\frac{100}{1}} \Rightarrow \omega_A = 10\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Συνεπώς:

$$\frac{\upsilon_{max}}{\upsilon'_{max}} = \frac{\omega \cdot A}{\omega_A \cdot A'} \Rightarrow \frac{\upsilon_{max}}{\upsilon'_{max}} = \frac{5 \cdot 0,1}{10 \cdot 0,4} \Rightarrow \boxed{\frac{\upsilon_{max}}{\upsilon'_{max}} = \frac{1}{8}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το στιγμιότυπο του κύματος (σχήμα Α) προκύπτει ότι:

1. Το πλάτος της ταλάντωσης των σημείων του μέσου είναι ίσο με $A = 0,05\text{m}$.
2. Η θέση του σημείου στο τμήμα (1) της χορδής, που ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,35\text{s}$, είναι $x_{max1} = +0,7\text{m}$. Συνεπώς

$$\upsilon_1 = \frac{x_{max1}}{t_1} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{0,7}{0,35}\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

3. $x_{max1} = \dfrac{7\lambda_1}{4} \Leftrightarrow \lambda_1 = \dfrac{4x_{max1}}{7} \Rightarrow \lambda_1 = \dfrac{4 \cdot 0,7}{7}\text{m} \Rightarrow \lambda_1 = 0,4\text{m}$

Από τη γραφική παράσταση απομάκρυνσης – χρόνου (σχήμα Β) προκύπτει ότι το σημείο $K\ (x_K = -0,15\text{m})$ στο τμήμα (2) της χορδής ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_K = 0,15\text{s}$. Συνεπώς

$$\upsilon_2 = \frac{|x_K|}{t_K} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{0,15}{0,15}\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_2 = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Δ2. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικήςστο τμήμα (1) της χορδής, έχουμε ότι:

$$\upsilon_1 = \lambda_1 \cdot f \Leftrightarrow f = \frac{\upsilon_1}{\lambda_1} \Rightarrow f = \frac{2}{0,4}\text{Hz} \Rightarrow f = 5\text{Hz}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικήςστο τμήμα (2) της χορδής, έχουμε ότι:

$$\upsilon_2 = \lambda_2 \cdot f \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\upsilon_1}{f} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{5}\text{m} \Rightarrow \lambda_2 = 0,2\text{m}$$

Στο τμήμα (1) της χορδής το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα και το σημείο $O(x=0)$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Συνεπώς η εξίσωση του κύματος στο τμήμα (1) της χορδής θα έχει τη μορφή:

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda_1}\right), \text{ για } x \geq 0 \Rightarrow \boxed{y_1 = 0,05\eta\mu 2\pi(5t - 2,5x), \text{ για } t \geq 0 \text{ και } x \geq 0}$$

Στο τμήμα (2) της χορδής το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική φορά του άξονα και το σημείο $O(x=0)$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Συνεπώς η εξίσωση του κύματος στο τμήμα (2) της χορδής θα έχει τη μορφή:

$$y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda_2}\right), \text{ για } x \leq 0 \Rightarrow \boxed{y_2 = 0,05\eta\mu 2\pi(5t + 5x), \text{ για } t \geq 0 \text{ και } x \leq 0}$$

Δ3. Η εξίσωση της φάσης των ταλαντώσεων, που εκτελούν τα σημεία στο τμήμα (1) της χορδής είναι:

$$\varphi = 2\pi(5t - 2,5x), \text{ για } x \geq 0 \Rightarrow \varphi = 10\pi t - 5\pi x, \text{ για } x \geq 0 \overset{t=0,35s}{\Rightarrow}$$

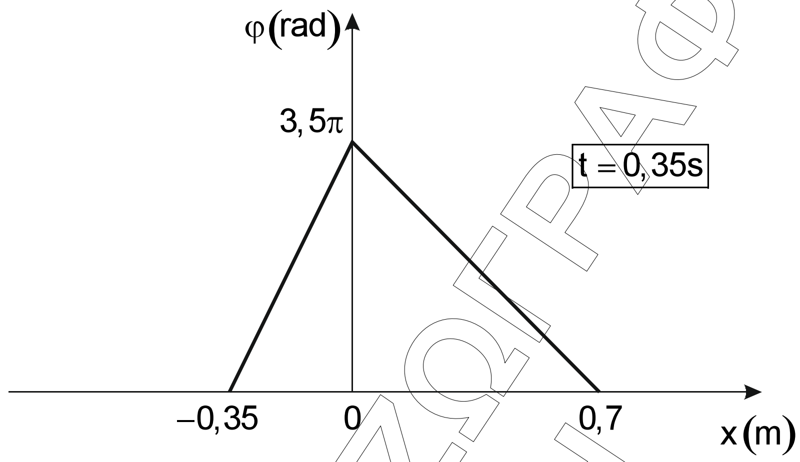
$$\boxed{\varphi = 3,5\pi - 5\pi x, \text{ για } 0 \leq x \leq 0,7\text{m}}$$

Η εξίσωση της φάσης των ταλαντώσεων, που εκτελούν τα σημεία στο τμήμα (2) της χορδής είναι:

$$\varphi = 2\pi(5t + 5x), \text{ για } x \leq 0 \Rightarrow \varphi = 10\pi t + 10\pi x, \text{ για } x \leq 0 \overset{t=0,35s}{\Rightarrow}$$

$$\boxed{\varphi = 3,5\pi + 10\pi x, \text{ για } -0,35\text{m} \leq x \leq 0}$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δ4. Τα σημεία της χορδής, τα οποία έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια και κινούνται προς την ακραία αρνητική θέση της τροχιάς τους, βρίσκονται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης τους και κινούνται με αρνητική ταχύτητα. Για να υπολογίσουμε το πλήθος των σημείων αυτών θα σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο της χορδής τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,4s$.

<u>Τμήμα (1) της χορδής</u>

Αντικαθιστούμε στην εξίσωση του κύματος τη χρονική στιγμή t_2 και έχουμε ότι:

$$\boxed{y_1 = 0,05\eta\mu 2\pi(2 - 2,5x),\ \gamma\iota\alpha\ x \geq 0}$$

Η θέση του σημείου,που αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t_2, είναι ίση με:

$$\varphi_1 = 0 \Rightarrow 2 - 2,5x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = +0,8m = 2\lambda_1$$

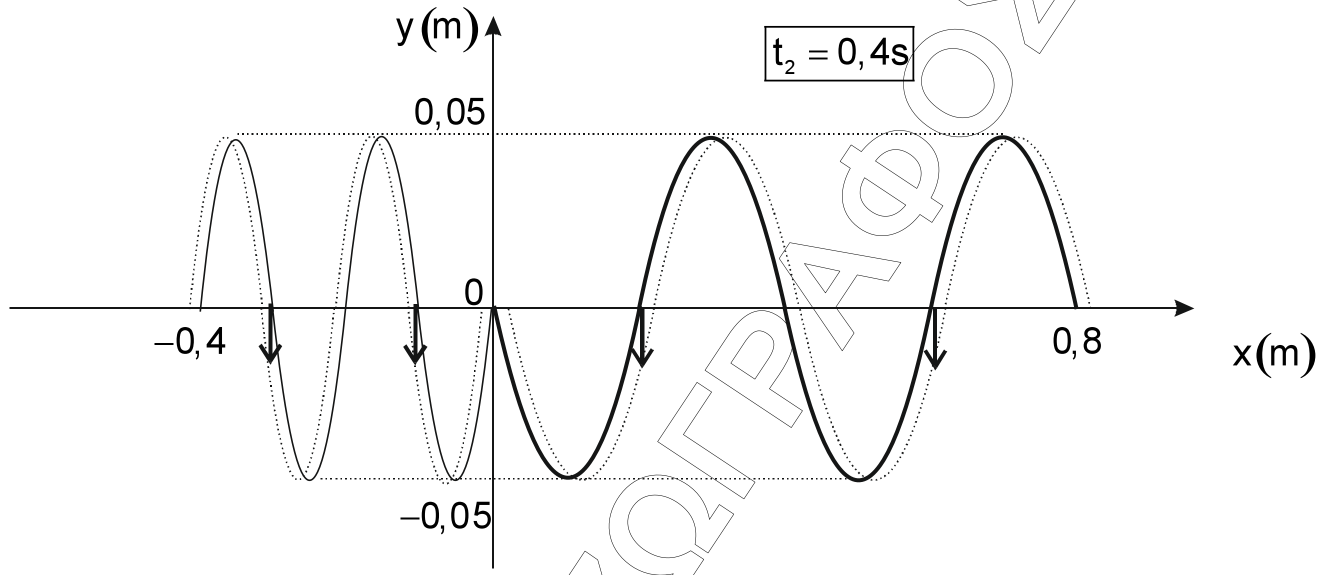
<u>Τμήμα (2) της χορδής</u>

Αντικαθιστούμε στην εξίσωση του κύματος τη χρονική στιγμή t_2 και έχουμε ότι:

$$\boxed{y_2 = 0,05\eta\mu 2\pi(2 + 5x),\ \gamma\iota\alpha\ x \leq 0}$$

Η θέση του σημείου,που αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t_2, είναι ίση με:

$$\varphi_2 = 0 \Rightarrow 2 + 5x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = -0,4m \Rightarrow |x_2| = 2\lambda_2$$



Συνεπώς $N=4$ σημεία της χορδής έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια και κινούνται προς τη θέση μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσης τη χρονική στιγμή t_2.

Δ5. **<u>1^{ος} τρόπος λύσης</u>**

Η φάση της ταλάντωσης του σημείου Κ του τμήματος (1) της χορδής είναι συνεχώς μεγαλύτερη από τη φάση του σημείου Λ. Δηλαδή

$$\varphi_K > \varphi_\Lambda \Rightarrow \cancel{\frac{2\pi t}{T}} - \frac{2\pi x_K}{\lambda_1} > \cancel{\frac{2\pi t}{T}} - \frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda_1} \Rightarrow -\frac{\cancel{2\pi} x_K}{\cancel{\lambda_1}} > -\frac{\cancel{2\pi} x_\Lambda}{\cancel{\lambda_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x_K > -x_\Lambda \Rightarrow \boxed{x_K < x_\Lambda}$$

Άρα $\Delta x_{K\Lambda} = x_\Lambda - x_K \Leftrightarrow x_\Lambda = x_K + \Delta x_{K\Lambda} \Rightarrow x_\Lambda = x_K + \frac{\lambda}{4}$.

Η απομάκρυνση του σημείου $\Lambda\left(x_\Lambda = x_K + \frac{\lambda}{4}\right)$ του τμήματος (1) της χορδής από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t_3 = t_K + \frac{T}{3}$, είναι ίση με:

$$y_\Lambda = A\cdot\eta\mu\left(2\pi\frac{t_K+\frac{T}{3}}{T} - 2\pi\frac{x_K+\frac{\lambda}{4}}{\lambda}\right) = A\cdot\eta\mu\left(\cancel{2\pi\frac{t_K}{T} - 2\pi\frac{x_K}{\lambda}} + \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{4}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{y_\Lambda = A\cdot\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{A}{2}}$$

2ος τρόπος λύσης

Η ταλάντωση του σημείου Κ προηγείται φασικά κατά $\Delta\varphi_{K\Lambda}$ της ταλάντωσης του σημείου Λ για κάθε στιγμή μετά την έναρξη της ταλάντωσης των δύο σημείων.

$$\Delta\varphi_{K\Lambda}=\varphi_K-\varphi_\Lambda \Rightarrow \Delta\varphi_{K\Lambda}=\cancel{\frac{2\pi t}{T}}-\frac{2\pi x_K}{\lambda_1}-\cancel{\frac{2\pi t}{T}}+\frac{2\pi x_K}{\lambda_1}\Rightarrow \boxed{\Delta\varphi_{K\Lambda}=\frac{2\pi\Delta x_{K\Lambda}}{\lambda}=\frac{\pi}{2}rad}$$

Τη χρονική στιγμή $\frac{T}{3}$ μετά την έναρξη της ταλάντωσης του, η ταλάντωση του σημείου Κ έχει φάση: $\varphi_K=2\pi\cdot\frac{\frac{\cancel{T}}{3}}{\cancel{T}}=\frac{2\pi}{3}rad$

Την ίδια χρονική στιγμή η ταλάντωση του σημείου Λ έχει φάση:

$$\Delta\varphi_{K\Lambda}=\varphi_K-\varphi_\Lambda \Rightarrow \varphi_\Lambda=\varphi_K-\Delta\varphi_{K\Lambda}=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}rad\Rightarrow\varphi_\Lambda=\frac{\pi}{6}rad$$

Συνεπώς η απομάκρυνση του σημείου Λ του τμήματος (1) της χορδής από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή t_3, είναι ίση με:

$$\boxed{y_\Lambda=A\cdot\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{A}{2}}$$

3ος τρόπος λύσης

Η ταλάντωση του σημείου Λ καθυστερεί χρονικά σε σχέση με την ταλάντωση του σημείου Κ κατά $\Delta t_{K\Lambda}=\frac{\Delta x_{K\Lambda}}{\upsilon_1}=\frac{\frac{\cancel{\lambda_1}}{4}}{\frac{\cancel{\lambda_1}}{T}}=\frac{T}{4}$. Έτσι τη χρονική στιγμή που το σημείο Κ έχει ταλαντωθεί για χρονικό διάστημα $\frac{T}{3}$, το σημείο Λ έχει ταλαντωθεί για χρονικό διάστημα:

$$\Delta t_\Lambda=\frac{T}{3}-\Delta t_{K\Lambda}=\frac{T}{3}-\frac{\Delta x}{\upsilon}=\frac{T}{3}-\frac{\frac{\cancel{\lambda}}{4}}{\frac{\cancel{\lambda}}{T}}=\frac{T}{3}-\frac{T}{4}=\frac{T}{12}$$

Συνεπώς η απομάκρυνση του σημείου Λ του τμήματος (1) της χορδής από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή t_3, είναι ίση με:

$$y_\Lambda = A\cdot\eta\mu\left(\omega\cdot\Delta t_\Lambda\right) = A\cdot\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\cancel{T}}\cdot\frac{\cancel{T}}{12}\right) = A\cdot\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{A}{2} \Rightarrow \boxed{y_\Lambda = \frac{A}{2}}$$

<u>Οι απαντήσεις είναι ενδεικτικές.</u>
<u>Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.</u>