ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Φλ3Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 12 Απριλίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία την συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Για ένα ιδανικό ρευστό ισχύει ότι:

α. είναι ασυμπίεστο.

β. η ροή του είναι τυρβώδης.

γ. παρουσιάζει τριβές με τα τοιχώματα του σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει.

δ. κατά τη ροή του παρουσιάζει εσωτερικές τριβές.

Μονάδες 5

Α2. Πηγή παραγωγής αρμονικών κυμάτων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αποτέλεσμα κατά μήκος ελαστικής χορδής να διαδίδεται αρμονικό κύμα.

α. Τα πλάτη ταλάντωσης των διεγερμένων σημείων της χορδής εξαρτώνται από την απόσταση τους από την πηγή της διαταραχής.

β. Όλα τα διεγερμένα σημεία της χορδής εμφανίζουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.

γ. Όλα τα διεγερμένα σημεία της χορδής διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

δ. Όλα τα διεγερμένα σημεία της χορδής έχουν την ίδια φάση κάθε χρονική στιγμή.

Μονάδες 5

Α3. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιας συχνότητας. Οι ταλαντώσεις έχουν πλάτη A_1 και A_2, με $A_1 < A_2$ και η διαφορά φάσης μεταξύ τους ισούται με μηδέν. Για το πλάτος A της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα, ισχύει:

α. $A = A_2 - A_1$.

β. $A < A_1$.

γ. $A > A_2$.

δ. $A_1 < A < A_2$.

Μονάδες 5

Α4. Στάσιμο κύμα δημιουργείται σε χορδή που έχει σταθερά τα άκρα της. Αν η απόσταση ενός δεσμού από την πλησιέστερη κοιλία είναι "d", και στη χορδή σχηματίζονται 4 κοιλίες, τότε η χορδή έχει μήκος:

α. 2d.

β. 4d.

γ. 6d.

δ. 8d.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Η Γη έχει «σπιν» εξαιτίας της κίνησης γύρω από τον ήλιο.

β. Οι σύγχρονες πηγές δημιουργούν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα.

γ. Στα στερεά σώματα ο ήχος διαδίδεται με μικρότερη ταχύτητα από ότι στον αέρα.

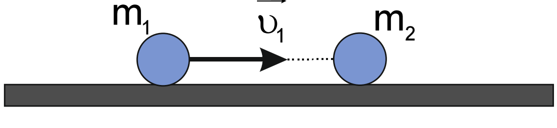
δ. Το κέντρο μάζας ενός στερεού σώματος συμπίπτει πάντοτε με το κέντρο βάρους του.

ε. Μια μονάδα μέτρησης του συντελεστή ιξώδους είναι το 1poise (πουάζ).

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σημειακή σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου υ_1. Κάποια χρονική στιγμή συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σημειακή σφαίρα Σ_2 μάζας m_2.



Εξαιτίας της κρούσης η ταχύτητα της σφαίρας Σ_1 αλλάζει φορά και το μέτρο της μειώνεται κατά 20%. Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_2 κινείται πάνω στο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου:

α. $0{,}2\upsilon_1$

β. υ_1

γ. $1{,}8\upsilon_1$

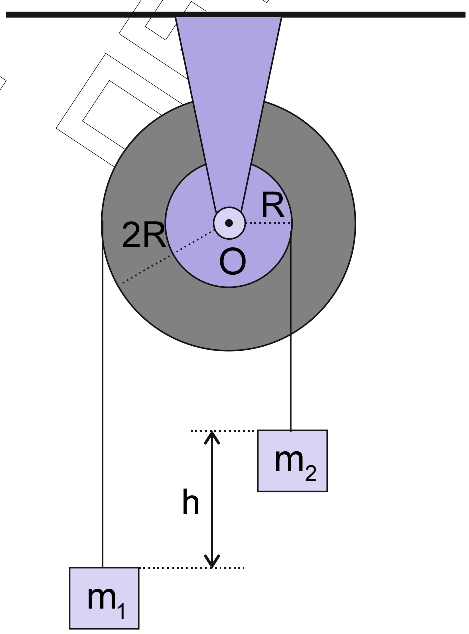
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Η διπλή τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δυο ομογενείς ομόκεντρους δίσκους με ακτίνες R και 2R, οι οποίοι είναι συγκολλημένοι μεταξύ τους έτσι, ώστε να περιστρέφονται ως στερεό σώμα. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδο των δίσκων, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο τους O. Στα αυλάκια των δυο δίσκων έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρή και μη εκτατά νήματα, στα ελεύθερα άκρα των οποίων κρέμονται σώματα Σ_1 και Σ_2, με μάζες m_1 και m_2 ($m_2>2m_1$) αντίστοιχα. Αρχικά το σύστημα «τροχαλία–σώματα» συγκρατείται ακίνητο με τα κέντρα μάζας των δυο σωμάτων να απέχουν κατακόρυφη απόσταση h, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Κάποια χρονική στιγμή αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί, οπότε η τροχαλία αρχίζει να περιστρέφεται με τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού χωρίς τα νήματα να ολισθαίνουν στα αυλάκια των δύο δίσκων. Η μετατόπιση του σώματος Σ_2 μέχρι να φτάσει στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Σ_1 είναι ίση με:

α. $\frac{h}{2}$.

β. $\frac{h}{3}$.

γ. $\frac{2h}{3}$.

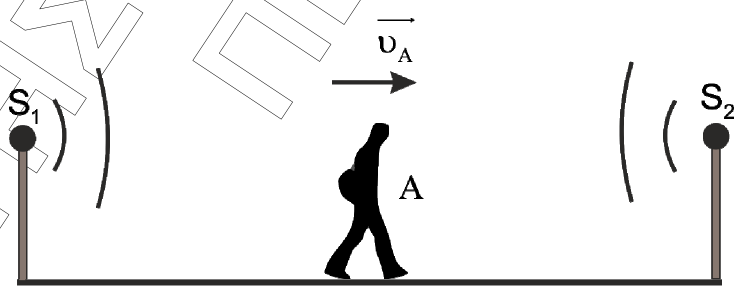
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Β3. Παρατηρητής Α κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_A μεταξύ δύο ακίνητων και όμοιων πηγών S_1 και S_2, που εκπέμπουν ήχο της ίδιας συχνότητας f_S. Ο παρατηρητής Α λαμβάνει δύο ηχητικά κύματα, η σύνθεση των οποίων δημιουργεί διακρότημα. Το πλάτος του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής Α μεγιστοποιείται με συχνότητα $\frac{f_S}{100}$.



Θεωρούμε ότι τα πλάτη των ήχων των δύο πηγών δεν μεταβάλλονται με την απόσταση. Αν το μέτρο της ταχύτητας του ήχου στον ακίνητο αέρα είναι ίσο με $\upsilon_{\eta\chi}$ τότε ισχύει:

α. $\upsilon_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{50}$.

β. $\upsilon_A = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{100}$.

γ. $\upsilon_A = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{200}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Από μια βρύση σταθερής παροχής εξέρχεται νερό με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 0{,}5\dfrac{m}{s}$, το οποίο δημιουργεί κατακόρυφη φλέβα. Η φλέβα του νερού, τη χρονική στιγμή που εξέρχεται από το στόμιο της βρύσης, έχει εμβαδόν διατομής $A = 10cm^2$. Η βρύση γεμίζει από μικρό ύψος ένα άδειο κυλινδρικό δοχείο εμβαδού διατομής $A_\delta = 600cm^2$, όγκου $V_\delta = 72$ L και ανοικτό στο πάνω μέρος του.

Γ1. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να γεμίσει η βρύση το δοχείο.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη απόσταση h_1 από το στόμιο της βρύσης, όπου το εμβαδόν διατομής της φλέβας του νερού υποτριπλασιάζεται.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή όπου το δοχείο γεμίζει με νερό, ανοίγουμε στο πλευρικό τοίχωμα μια τρύπα εμβαδού διατομής $A_T = \dfrac{A}{2}$.

Γ3. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας εκροής του νερού από την τρύπα όταν η ελεύθερη επιφάνεια του θα σταθεροποιηθεί.

Μονάδες 5

Κάποια χρονική στιγμή κλείνουμε την τρύπα, με αποτέλεσμα το δοχείο που ακουμπά στο έδαφος να γεμίσει και ακολούθως κλείνουμε και τη βρύση.

Γ4. Να βρείτε σε ποιο ύψος από τη βάση του δοχείου πρέπει να ανοίξουμε μια οπή ώστε η φλέβα του νερού να φτάνει στο δάπεδο στη μεγαλύτερη δυνατή απόσταση (μονάδες 5) και να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου μιας στοιχειώδους μάζας νερού ελάχιστα πριν χτυπήσει στο έδαφος. (μονάδες 3).

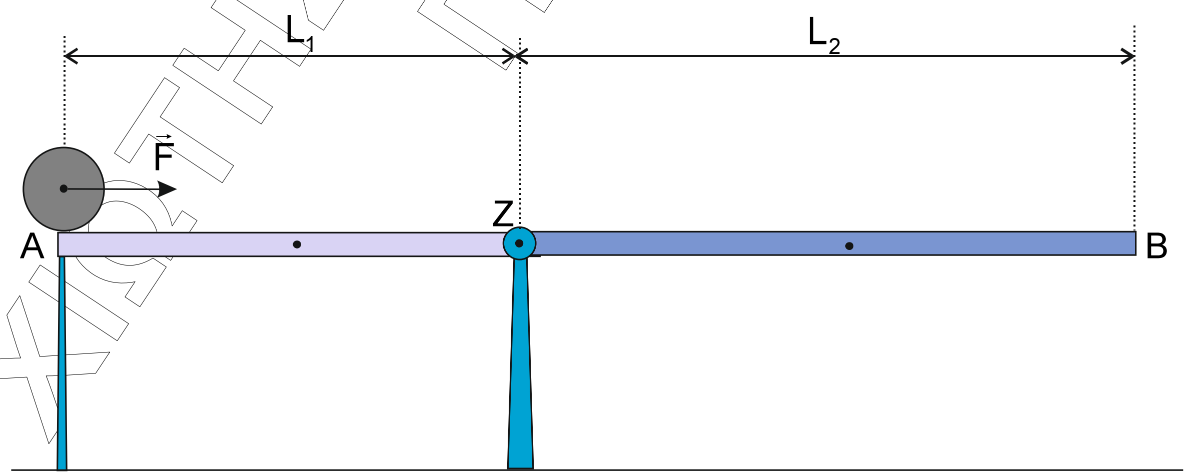
Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι οι αντιστάσεις του αέρα είναι αμελητέες και το νερό είναι ιδανικό ρευστό.

Δίνονται η πυκνότητα του νερού $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ Δ

Ισοπαχής δοκός (ΑΒ) αποτελείται από δύο ομογενείς ράβδους (ΑΖ) και (ΖΒ) κατασκευασμένες από διαφορετικό υλικό, με μήκη $L_1 = 0,8\,m$, $L_2 = 1,1\,m$ και μάζες $m_1 = 9kg$, $m_2 = 3kg$, αντίστοιχα. Οι δύο ράβδοι είναι κολλημένες μεταξύ τους, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό, η οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα. Ο άξονας περιστροφής διέρχεται από το σημείο Ζ της δοκού και είναι κάθετος σε αυτή. Η δοκός στηρίζεται σε υποστήριγμα στο άκρο της Α και ισορροπεί οριζόντια, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τοποθετούμε πάνω στη δοκό και στο άκρο Α, έναν ομογενή συμπαγή κυκλικό δίσκο μάζας $m = 1\,kg$ και ακτίνας $R = 5cm$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ο δίσκος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F = 0,6N$, που ασκείται στο κέντρο του. Μετά τη διέλευση του δίσκου από το σημείο Ζ της δοκού δεν αναπτύσσονται τριβές μεταξύ του δίσκου και της επιφάνειας της δοκού.



Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής της, ο οποίος διέρχεται από το σημείο (Ζ).

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου (μονάδες 4) και το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του ως προς το κέντρο μάζας του (μονάδες 2), όταν κινείται στο τμήμα (ΑΖ) της δοκού.

Μονάδες 6

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της κατακόρυφης δύναμης, που δέχεται η δοκός από το υποστήριγμα, συναρτήσει της θέσης x του δίσκου ως προς το άκρο $\mathrm{A}\left(x=0\right)$ της δοκού (μονάδες 4) και να αποδείξετε ότι η δοκός δεν θα ανατραπεί (μονάδες 2).

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε την τιμή του λόγου της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του δίσκου όταν βρεθεί στο άκρο Β της δοκού.

Μονάδες 7

<u>Να θεωρήσετε</u> ότι οι αντιστάσεις του αέρα είναι αμελητέες.

<u>Δίνονται</u> το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g=10\frac{m}{s^2}$, η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγή κυκλικού δίσκου μάζας m και ακτίνας R ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και η ροπή αδράνειας ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους L ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$.

ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 12 Απριλίου 2017

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

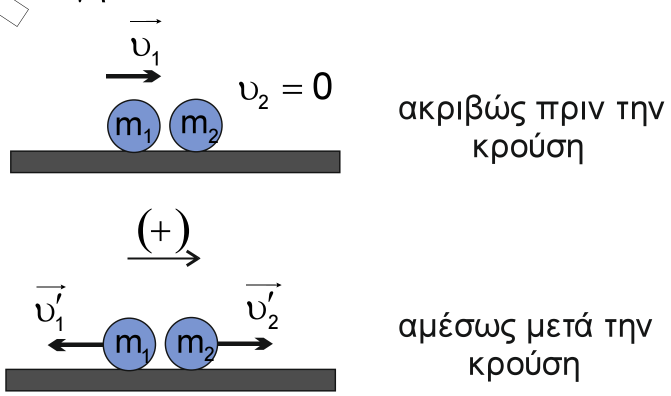
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. α
Α2. β
Α3. γ
Α4. δ
Α5. **α.** Λάθος
β. Σωστό
γ. Λάθος
δ. Λάθος
ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή επιλογή **α**



Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας (Σ_1) αμέσως μετά την κρούση μειώνεται κατά 20%. Συνεπώς θα είναι ίσο με:

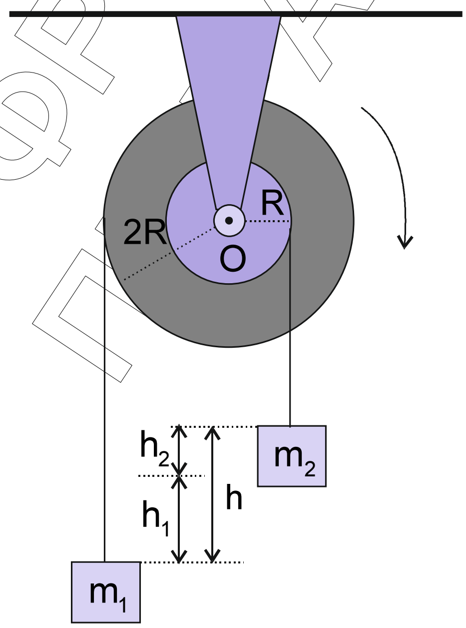
$$|\upsilon_1'| = \upsilon_1 - 0,2\cdot\upsilon_1 \Rightarrow |\upsilon_1'| = 0,8\,\upsilon_1 .$$

Επειδή η σφαίρα (Σ_1) εξαιτίας της κρούσης αλλάζει φορά κίνησης έχουμε ότι $\upsilon_1' = -0,8\,\upsilon_1\ (1)$

<u>Εξισώσεις κεντρικής ελαστικής κρούσης</u>

- $$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} -0,8\,\cancel{\upsilon_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cancel{\upsilon_1} \Rightarrow -0,8\,m_1 - 0,8\,m_2 = m_1 - m_2 \Rightarrow$$
$$m_2 = 9\,m_1\ (2)$$
- $$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \overset{(2)}{\Rightarrow} \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + 9m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \boxed{\upsilon_2' = 0,2\,\upsilon_1}$$

Β2. Σωστή επιλογή **β**



Αρχικά θα στραφούν και οι δύο κατά γωνία θ.
Η τροχαλία ακτίνας R θα διαγράψει σε χρόνο t τόξο $s_2 = h_2 = R\cdot\theta\ (1)$
Η τροχαλία ακτίνας 2R θα διαγράψει σε χρόνο t τόξο $s_1 = h_1 = 2R\cdot\theta\ (2)$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{2\cancel{R\cdot\theta}}{\cancel{R\cdot\theta}} = 2 \Rightarrow h_1 = 2h_2 \; (3)$$

Τα δύο σώματα θα βρεθούν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο όταν:

$$h_1 + h_2 = h \overset{(3)}{\Rightarrow} 2h_2 + h_2 = h \Rightarrow \boxed{h_2 = \frac{h}{3}}$$

Β3. Σωστή επιλογή **γ**

Ο άνθρωπος αντιλαμβάνεται από την πηγή S_1 ήχο συχνότητας $f_{A(s_1)} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s \; (1)$ και από την πηγή S_2 ήχο συχνότητας $f_{A(s_2)} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s \; (2)$.

Η συχνότητα μεγιστοποίησης του σύνθετου ήχου που αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος (συχνότητα διακροτήματος) είναι ίση με:

$$f_\delta = \left| f_{A(s_1)} - f_{A(s_2)} \right| \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} \frac{\cancel{f_s}}{100} = \left| \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_A - (\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A)}{\upsilon_{\eta\chi}} \cancel{f_s} \right| \Rightarrow \frac{1}{100} = \left| \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_A - \upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}} \right| \Rightarrow$$

$$\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{100} = \left| -2\upsilon_A \right| \Rightarrow \boxed{\upsilon_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{200}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η παροχή της βρύσης είναι ίση με:

$$\Pi = A \cdot \upsilon_0 = 10^{-3} \cdot 0,5 \frac{m^3}{s} \Rightarrow \Pi = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

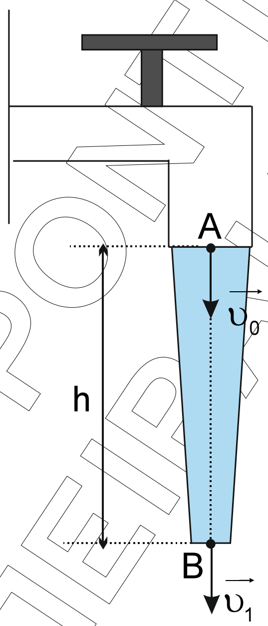
Όμως από τον ορισμό της παροχής έχουμε ότι:

$$\Pi = \frac{V_\delta}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{V_\delta}{\Pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{72 \cdot 10^{-3}}{\frac{1}{2} 10^{-3}} s \Rightarrow \boxed{\Delta t = 144\,s}$$

Γ2. Εφαρμόζουμε την εξίσωση συνέχειας για τη φλέβα του νερού, από τη στιγμή που εξέρχεται από τη βρύση (σημείο Α) μέχρι να υποτριπλασιαστεί το εμβαδόν διατομής της (σημείο Β).

$$\Pi_A = \Pi_B \Rightarrow \cancel{A} \cdot \upsilon_0 = \frac{\cancel{A}}{3} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 1{,}5\frac{m}{s}$$

Τα σημεία Α και Β βρίσκονται κατά μήκος της ίδιας ρευματικής γραμμής και η πίεση τους είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση, διότι στο σημείο Α το νερό έχει μόλις εξέλθει στον αέρα και στο σημείο Β βρίσκεται στον αέρα. Συνεπώς $p_A = p_B = p_{atm}$.



Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli για τα σημεία Α και Β.

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_0^2 + \rho g h = p_B + \frac{1}{2}\rho\,\upsilon_B^2 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{p_{atm}} + \frac{1}{2}\cancel{\rho}\,\upsilon_0^2 + \cancel{\rho}\,g\,h = \cancel{p_{atm}} + \frac{1}{2}\cancel{\rho}\,\upsilon_1^2 + 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} + 10h = \frac{1}{2}\cdot\frac{9}{4} \Rightarrow 10h = \frac{8}{8} \Rightarrow \boxed{h = 0{,}1\,m}$$

Γ3. Η ελεύθερη επιφάνεια του νερού θα σταθεροποιηθεί όταν η ποσότητα του νερού που εισέρχεται στο δοχείο ανά μονάδα χρόνου είναι ίση με την ποσότητα του νερού που εξέρχεται από την τρύπα ανά μονάδα χρόνου. Δηλαδή πρέπει

$$\Pi_{\varepsilon\iota\sigma\varepsilon\rho\chi} = \Pi_{\varepsilon\xi\varepsilon\rho\chi} \Rightarrow \Pi = A_T \cdot \upsilon \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 10^{-3} = \frac{1}{2}10^{-3}\upsilon \Rightarrow \boxed{\upsilon = 1\frac{m}{s}}$$

Γ4. Ο όγκος του κυλινδρικού δοχείου είναι ίσος με:

$$V_s = A_\delta H \Rightarrow 72\cdot 10^{-3} = 6\cdot 10^{-2}\cdot H \Rightarrow 2{,}4 = 2H \Rightarrow H = 1{,}2\text{m}$$

Συνεπώς όταν το δοχείο είναι γεμάτο η ελεύθερη επιφάνεια του νερού απέχει κατακόρυφη απόσταση Η από τη βάση του δοχείου.

Έστω ότι η οπή βρίσκεται χαμηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κατά y. Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ ενός σημείου της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού και του σημείου εξόδου του νερού από την οπή.

$$p_{atm} + \rho g y = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2gy}$$

(Η ελεύθερη επιφάνεια του νερού παραμένει στο ίδιο ύψος.)

Η φλέβα του εξερχόμενου νερού εκτελεί οριζόντια βολή με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \sqrt{2gy}$.

Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής είναι ίσο με: $s = \upsilon\cdot t \Leftrightarrow t = \frac{s}{\upsilon}$.

Η φλέβα του νερού θα φτάσει στο έδαφος όταν:

$$H - y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{s}{\upsilon}\right)^2 \Rightarrow H - y = \frac{1}{2}g\frac{s^2}{2gy} \Rightarrow \boxed{4y^2 - 4Hy + s^2 = 0}$$

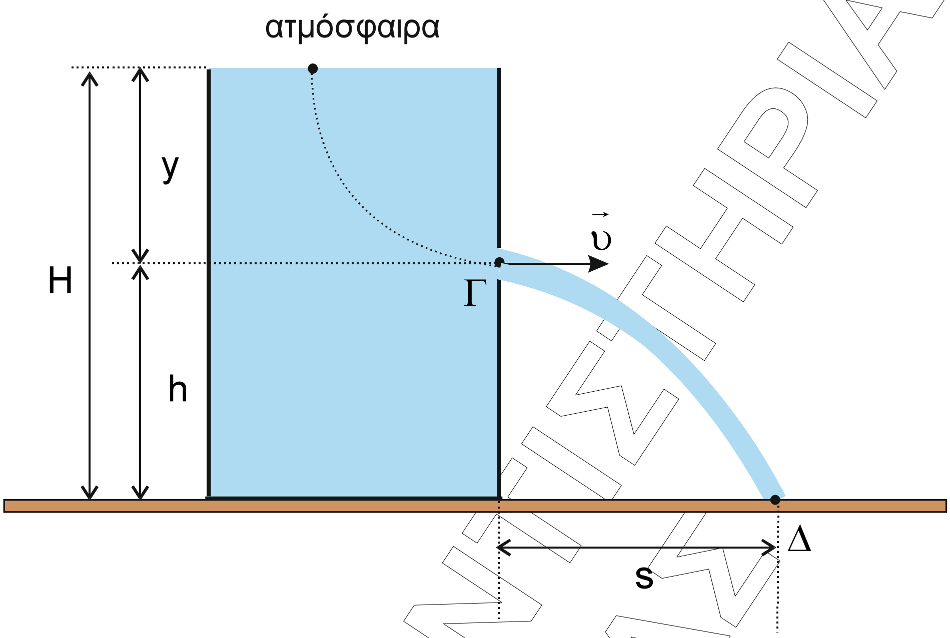
$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \text{ (δευτεροβάθμια εξίσωση)}$$

$$\text{Διακρίνουσα... } \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 16H^2 - 16s^2$$

Για να έχει πραγματικές λύσεις πρέπει $\Delta \ge 0 \Rightarrow 16H^2 \ge 16s^2 \Rightarrow H \ge s$

Οπότε το μέγιστο βεληνεκές είναι ίσο με $s_{max} = H$ και η λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι: $y = -\frac{\beta}{2\alpha} = \frac{4H}{8} = \frac{H}{2}$.

Δηλαδή η οπή πρέπει να ανοιχτεί στο μέσο του ύψους Η της ελεύθερης επιφάνειας του νερού, δηλαδή σε ύψος $h = \frac{H}{2} = 0{,}6\text{m}$ από τη βάση του δοχείου.



(Το μέγιστο βεληνεκές ισούται με το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας του νερού.)

Το μέτρο της ταχύτητας του νερού όταν εξέρχεται από την οπή είναι ίσο με:

$$\upsilon = \sqrt{2g\frac{H}{2}} = \sqrt{12}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon = 2\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli για τη φλέβα του νερού από το σημείο Γ (οπή) μέχρι το σημείο Δ (σημείο πρόσκρουσης της φλέβας του νερού στο έδαφος). Τα σημεία Γ και Δ βρίσκονται κατά μήκος της ίδια ρευματικής γραμμής.

$$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g\frac{H}{2} = p_\Delta + \frac{dK}{dV} + 0 \Rightarrow \cancel{p_{atm}} + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g\frac{H}{2} = \cancel{p_{atm}} + \frac{dK}{dV} \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dV} = \frac{1}{2}\cdot 10^3 \cdot 12 + 10\cdot 10^3 \cdot 0,6 \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dV} = 12\cdot 10^3\,\frac{J}{m^3}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε θεώρημα Steiner για κάθε ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής της δοκού.

Ράβδος (ΑΖ):

$$I_{\rho_1} = I_{cm} + m_1\left(\frac{L_1}{2}\right)^2 \Rightarrow I_{\rho_1} = \frac{1}{3}m_1 \cdot L_1^2 = \frac{1}{3}\cdot 9 \cdot 0,8^2 \Rightarrow I_{\rho_1} = 1,92\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

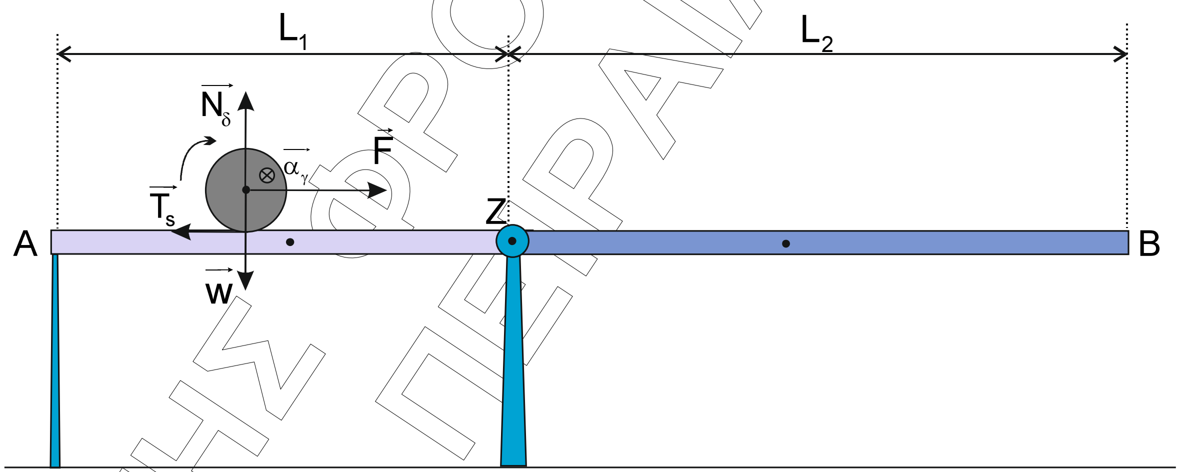
Ράβδος (ΖΒ):

$$I_{\rho_2} = I_{cm} + m_2\left(\frac{L_2}{2}\right)^2 \Rightarrow I_{\rho_2} = \frac{1}{3}m_2 \cdot L_2^2 = \frac{1}{3}\cdot 3 \cdot 1,1^2 \Rightarrow I_{\rho_2} = 1,21\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι ίση με:

$$I_\delta = I_{\rho_1} + I_{\rho_2} \Rightarrow \boxed{I_\delta = 3,13\,\text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

Δ2.



Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση του δίσκου πάνω στο τμήμα (AZ) της δοκού.

Μεταφορική κίνηση: $\Sigma F = m\alpha_{cm} \Rightarrow F - T_s = m\alpha_{cm}\ (1)$

Στροφική κίνηση: $\Sigma\tau = I_{cm}\alpha_\gamma \Rightarrow T_s \cdot \cancel{R} = \frac{1}{2}m\,\cancel{R^2}\frac{\alpha_{cm}}{\cancel{R}} \Rightarrow T_s = \frac{1}{2}m\alpha_{cm}\ (2)$

Αντικαθιστούμε τη σχέση (2) στη σχέση (1) και έχουμε ότι:

$$F - \frac{m\alpha_{cm}}{2} = m\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2F}{3m} = \frac{2\cdot 0,6}{3\cdot 1} \Rightarrow \boxed{\alpha_{cm} = 0,4\frac{m}{s^2}}$$

Από τη σχέση (2) υπολογίζουμε το μέτρο της στατικής τριβής

$$T_S = \frac{m\cdot\alpha_{cm}}{2} = \frac{1\cdot 0,4}{2} = 0,2\text{N}$$

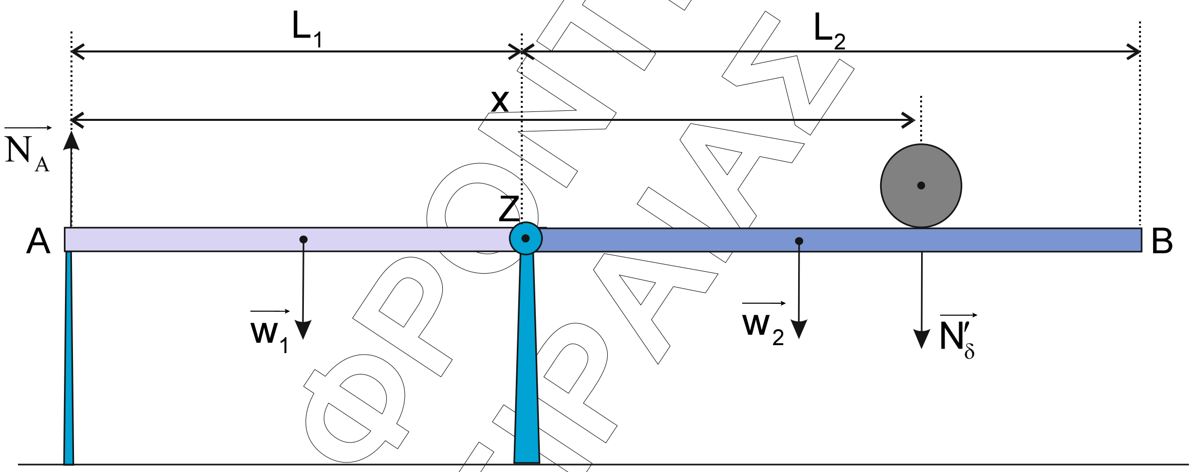
Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του είναι ίσο με:

$$\frac{dL}{dt}=\Sigma\tau=T_S\cdot R\Rightarrow\boxed{\frac{dL}{dt}=10^{-2}\frac{kg\cdot m^2}{s^2}}$$

Δ3. Συνθήκη ισορροπίας στον κατακόρυφο άξονα y′y για το δίσκο

$$\Sigma F_y=0\Rightarrow N_\delta-w=0\Rightarrow N_\delta=m\cdot g=10N$$

Σύμφωνα με τον 3^o Νόμο του Newton η δοκός, κατά τη διάρκεια της κίνησης του δίσκου πάνω σε αυτή, δέχεται κατακόρυφη δύναμη μέτρου $N'_\delta=N_\delta=10N$.



Αφού η δοκός ισορροπεί ισχύει $\Sigma\tau=0\,(3)$ ως προς οποιοδήποτε σημείο της. Εφαρμόζουμε τη σχέση (3) ως προς το σημείο Ζ και έχουμε ότι:

$$\Sigma\tau_{(Z)}=0\Rightarrow -N_A\cdot L_1+w_1\frac{L_1}{2}-w_2\frac{L_2}{2}-N'_\delta\left(x-L_1\right)=0\Rightarrow$$

$$N_A\cdot L_1=m_1g\frac{L_1}{2}-m_2g\frac{L_2}{2}-N'_\delta x+N'_\delta L_1\Rightarrow$$

$$N_A\cdot 0{,}8=9\cdot 10\cdot\frac{0{,}8}{2}-3\cdot 10\cdot\frac{1{,}1}{2}-10\cdot x+10\cdot 0{,}8\Rightarrow$$

$$0{,}8N_A=36-16{,}5-10x+8\Rightarrow\boxed{N_A=\frac{275-100x}{8}(S.I.)}\text{ για }\boxed{0\le x\le 1{,}9m}$$

Για να μην ανατραπεί η δοκός πρέπει $N_A\ge 0$ για κάθε $x\in[0,1{,}9m]$.

$$N_A\ge 0\Rightarrow\frac{275-100x}{8}\ge 0\Leftrightarrow 100x\le 275\Rightarrow x\le 2{,}75m$$

Συνεπώς η δοκός δε θα χάσει την επαφή της με το υποστήριγμα και δεν θα ανατραπεί.

Δ4. Η κίνηση του δίσκου στο τμήμα (ΑΖ) της δοκού μπορεί να αναλυθεί σε μια ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση και σε μια ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση. Ο δίσκος θα φτάσει τη χρονική στιγμή t_1, έχοντας διανύσει απόσταση

$$s_1 = L_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t_1^2 \Rightarrow 0,8 = \frac{1}{2}\cdot 0,4\cdot t_1^2 \Rightarrow \boxed{t_1 = 2\sec}.$$

Το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με:

$$\upsilon_1 = \alpha_{cm}\cdot t_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 0,8\frac{m}{\sec}$$

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με:

$$\omega_1 = \frac{\upsilon_1}{R} \Rightarrow \boxed{\omega_1 = \frac{0,8}{0,05} = 16\frac{rad}{s}}$$

Όταν ο δίσκος εισέρχεται στο λείο τμήμα (ΖΒ) της δοκού δεν υπάρχει η δύναμη της τριβής. Συνεπώς η κίνηση του δίσκου στο τμήμα (ΖΒ) της δοκού μπορεί να αναλυθεί σε μια ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση και σε μια ομαλή στροφική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1.

<u>1</u>

1ος τρόπος

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση του δίσκου στο τμήμα (ΖΒ) της δοκού.

$$K^{B}_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} + \cancel{K^{B}_{\sigma\tau\rho o\varphi}} - K^{Z}_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} - \cancel{K^{Z}_{\sigma\tau\rho o\varphi}} = W_F + W_{N_\delta} + W_w \Rightarrow$$

$$K^{B}_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} - \frac{1}{2}m\cdot\upsilon_1^2 = W_F + 0 + 0 \Rightarrow$$

$$K^{B}_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} = \frac{1}{2}m\cdot\upsilon_1^2 + F\cdot L_2 \Rightarrow K^{B}_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} = \frac{1}{2}1\cdot 0,64 + 0,6\cdot 1,1 \Rightarrow$$

$$K^{B}_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} = K_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} = 0,98J$$

Η περιστροφική κινητική ενέργεια του δίσκου παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησης του στο τμήμα (ΖΒ) της δοκού και είναι ίση με:

$$K_{\sigma\tau\rho o\varphi} = \frac{1}{2}I_{cm}\omega_1^2 \Rightarrow K_{\sigma\tau\rho o\varphi} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\omega_1^2 \Rightarrow$$

$$K_{\sigma\tau\rho o\varphi} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}1\cdot\frac{1}{400}256 \Rightarrow K_{\sigma\tau\rho o\varphi} = 0,16J$$

Ο λόγος της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του δίσκου όταν βρεθεί στο άκρο Β της δοκού είναι ίσος με:

$$\frac{K_{μεταφ}}{K_{στροφ}}=\frac{0,98}{0,16}\Rightarrow \boxed{\frac{K_{μεταφ}}{K_{στροφ}}=\frac{49}{8}=6,125}$$

2^{ος} τρόπος

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση του δίσκου πάνω στο τμήμα $(ΖΒ)$ της δοκού.

Μεταφορική κίνηση: $\Sigma F=m\alpha'_{cm}\Rightarrow F=m\alpha'_{cm}\Rightarrow \alpha'_{cm}=0,6\frac{m}{s^2}$

Στροφική κίνηση: $\Sigma\tau=I_{cm}\alpha_\gamma\Rightarrow 0=I_{cm}\alpha_\gamma\Rightarrow \alpha_\gamma=0$

Ο δίσκος θα φτάσει στο άκρο Β της δοκού έχοντας διανύσει απόσταση πάνω στο λείο τμήμα της:

$$s_2=L_2=\upsilon_1\Delta t+\frac{1}{2}\alpha'_{cm}\Delta t^2\Rightarrow 1,1=0,8\Delta t+\frac{1}{2}0,6\Delta t^2\Rightarrow$$

$$3\Delta t^2+8\Delta t-11=0\Rightarrow \Delta t=1\sec$$

Το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου όταν φτάνει στο άκρο Β της δοκού είναι ίσο με:

$$\upsilon_2=\upsilon_1+\alpha'_{cm}\Delta t=0,8+0,6\cdot 2\Rightarrow \upsilon_2=1,4\frac{m}{s}$$

Ο λόγος της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του δίσκου όταν βρεθεί στο άκρο Β της δοκού είναι ίσος με:

$$\frac{K_{μεταφ}}{K_{στροφ}}=\frac{\cancel{\frac{1}{2}}m(\upsilon_2)^2}{\cancel{\frac{1}{2}}I_{cm}\omega_1^2}=\frac{\cancel{m}(\upsilon_2)^2}{\frac{1}{2}\cancel{m}R^2\omega_1^2}\Rightarrow\frac{K_{μεταφ}}{K_{στροφ}}=\frac{1,96}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{400}\cdot 256}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\boxed{\frac{K_{μεταφ}}{K_{στροφ}}=\frac{49}{8}=6,125}$$

<u>Οι απαντήσεις είναι ενδεικτικές. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.</u>