ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Παρασκευή 5 Ιανουαρίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία την συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με χρονικές εξισώσεις:

$$x_1 = A \cdot \eta\mu(\omega t + \pi) \quad \text{και} \quad x_2 = 2A \cdot \eta\mu\omega t$$

Το πλάτος και η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης είναι:

α. $A_{o\lambda} = A$ και $\theta = 0$ rad.

β. $A_{o\lambda} = A$ και $\theta = \pi$ rad.

γ. $A_{o\lambda} = 3A$ και $\theta = 0$ rad.

δ. $A_{o\lambda} = 3A$ και $\theta = \pi$ rad.

Μονάδες 5

Α2. Μικρό σώμα εκτελεί φθίνουσα μηχανική ταλάντωση μικρής απόσβεσης. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης ασκείται στο σώμα δύναμη αντίστασης της μορφής $F = -b \cdot \upsilon$, όπου b μια θετική σταθερά. Ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση:

α. μειώνεται.

β. αυξάνεται.

γ. παραμένει σταθερός.

δ. εξαρτάται από το μέγεθος και το σχήμα του σώματος.

Μονάδες 5

Α3. Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης μηχανικής ταλάντωσης μικρής απόσβεσης:

α. είναι πάντα μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 της ταλάντωσης.

β. δεν εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του ταλαντούμενου συστήματος.

γ. είναι πάντα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 της ταλάντωσης.

δ. εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.

Μονάδες 5

Α4. Η κινητική ενέργεια ενός σώματος, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μεγιστοποιείται κάθε 0,5s. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με:

α. 0,5 Hz.

β. 0,25 Hz.

γ. 1 Hz.

δ. 2 Hz.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται σε τυχαίες μεταξύ τους διευθύνσεις.

β. Στην απλή αρμονική ταλάντωση το έργο της δύναμης επαναφοράς εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση του ταλαντούμενου σώματος.

γ. Η αρχή της επαλληλίας παραβιάζεται μόνο όταν οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου δεν είναι ανάλογες της απομάκρυνσης.

δ. Στο στάσιμο κύμα δε μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο διότι υπάρχουν σημεία που παραμένουν συνεχώς ακίνητα.

ε. Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου σε ένα ελαστικό μέσο σταθερής θερμοκρασίας εξαρτάται από την ένταση του.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σε μια ελαστική χορδή μήκους L, που τα άκρα της είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία, έχει δημιουργηθεί με κατάλληλο τρόπο στάσιμο κύμα με τέσσερις κοιλίες. Τα τρέχοντα αρμονικά κύματα που διαδίδονται στη χορδή και συμβάλλοντας παράγουν το στάσιμο κύμα έχουν συχνότητα f. Για να δημιουργηθεί στη χορδή στάσιμο κύμα με μια κοιλία, πρέπει η συχνότητα των τρεχόντων αρμονικών κυμάτων να μειωθεί κατά:

α. $\dfrac{f}{4}$

β. $\dfrac{f}{2}$

γ. $\dfrac{3f}{4}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Β2. Δύο διαπασών παράγουν ήχους ίδιας έντασης με συχνότητες $f_1 = 500\text{ Hz}$ και $f_2 < f_1$, που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Θεωρούμε ότι τα πλάτη των ήχων των δύο πηγών δεν μεταβάλλονται με την απόσταση. Ένας ακίνητος ηχητικός ανιχνευτής βρίσκεται μεταξύ των δύο πηγών και καταγράφει διακροτήματα με συχνότητα f_Δ. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της έντασης του ήχου είναι ίσο με $0{,}1\text{ s}$. Αν ο σύνθετος ήχος έχει συχνότητα f τότε ο λόγος $\dfrac{f}{f_\Delta}$ είναι ίσος με:

α. 49

β. 49,5

γ. 50,5

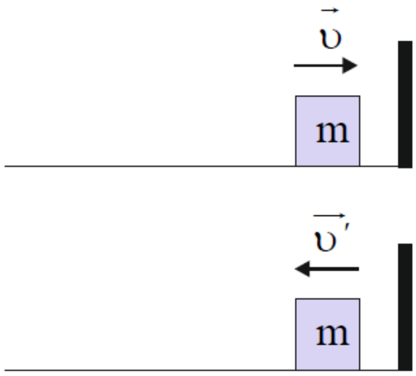
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β3. Σώμα μάζας m που κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου υ προσπίπτει κάθετα σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου υ'.



Αν το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος εξαιτίας της κρούσης είναι ίσο με $\frac{4}{3}m\cdot\upsilon$ τότε η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας είναι ίση με:

α. 0

β. $-\dfrac{4m\cdot\upsilon^2}{9}$

γ. $-\dfrac{16m\cdot\upsilon^2}{9}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Για τη μελέτη του φαινομένου της συμβολής των κυμάτων στην επιφάνεια υγρού, μια ομάδα μαθητών της Γ Λυκείου χρησιμοποίησε την πειραματική διάταξη του εργαστηρίου φυσικής. Η διάταξη αποτελείται από μια λεκάνη κυμάτων που περιέχει υγρό και κινητήρα ο οποίος μπορεί να ταλαντώνει δύο όμοιες ακίδες Π_1 και Π_2 πολύ μικρής διατομής. Οι ακίδες θεωρούνται σύγχρονες σημειακές πηγές εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων, που βρίσκονται στα σημεία Α και Β της ελεύθερης και ήρεμης επιφάνειας του υγρού. Τη χρονική στιγμή t=0 οι δύο πηγές αρχίζουν να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση σε διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια του υγρού με εξισώσεις $y_{\Pi} = 0,05 \cdot \eta\mu 20\pi t \, (S.I.)$. Τα κύματα που παράγονται από τις δύο πηγές διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα μέτρου $0,5\,\frac{m}{s}$. Μικρό κομμάτι φελλού μάζας $\Delta m = 2\,g$ έχει τοποθετηθεί σε σημείο Κ της επιφάνειας του υγρού και απέχει αποστάσεις $r_1 = 0,225\,m$ και r_2 από τις πηγές Π_1 και Π_2, αντίστοιχα. Το κομμάτι του φελλού ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $0,3\,s$.

Γ1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ των εγκάρσιων κυμάτων που παράγονται στην επιφάνεια του υγρού (μονάδες 3) και να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης του φελλού που οφείλεται σε κάθε κύμα ξεχωριστά (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Γ2. Να βρείτε την κινητική του ενέργεια του φελλού τη χρονική στιγμή $0,35s$.

Μονάδες 6

Γ3. Να σχεδιάσετε σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του φελλού από τη θέση ισορροπίας συναρτήσει του χρόνου t, για το χρονικό διάστημα $0 \le t \le 0,55\,s$.

Μονάδες 6

Οι μαθητές αντικαθιστούν το υγρό που περιέχεται στη λεκάνη κυμάτων με άγνωστο υγρό. Το πείραμα επαναλαμβάνεται χωρίς να μεταβληθεί η θέση του φελλού, η συχνότητα, η θέση των δύο πηγών και το πλάτος τους. Εξαιτίας της αλλαγής του υγρού το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης των κυμάτων αυξήθηκε κατά 50%.

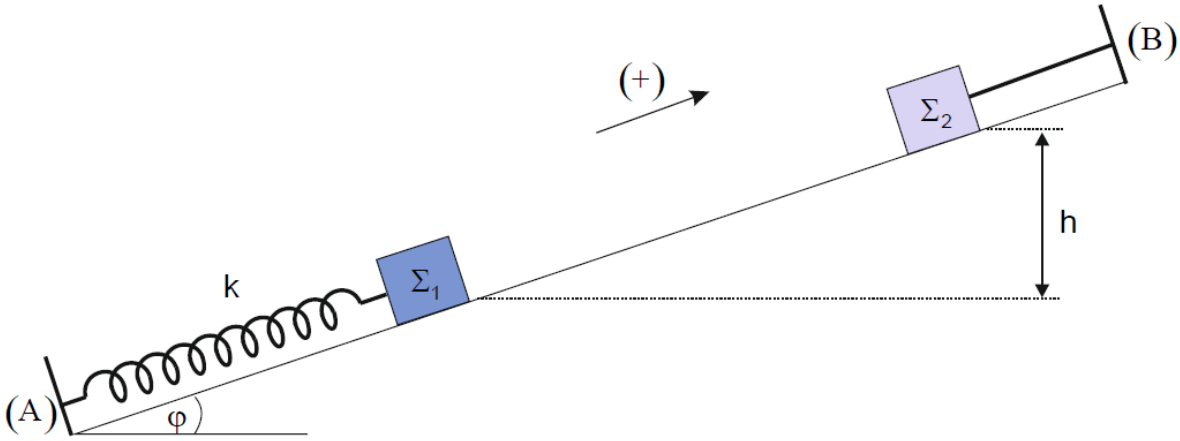
Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του φελλού μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτόν.

Μονάδες 6

Δίνονται $\pi^2 \simeq 10$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} = 0$ και $\sigma\upsilon\nu\pi = -1$.

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα Σ_1, με μάζα $m_1 = 1\,kg$, ισορροπεί ακίνητο πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$. Το σώμα είναι δεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\,\frac{N}{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Δεύτερο σώμα Σ_2, με μάζα $m_2 = 1\,kg$, ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με τη βοήθεια νήματος, σε ύψος h πάνω από το σώμα Σ_1.



Μετακινούμε το σώμα Σ_1 στη διεύθυνση του ελατηρίου προς τα πάνω κατά $d = \frac{11\pi}{40}\,m$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ τ' αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή κόβεται το νήμα. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και το σώμα Σ_2 αρχίζει να κινείται πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο προς τη βάση του. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά όταν το σώμα Σ_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Δ1. Να βρείτε τη χρονική στιγμή της πρόσκρουσης των δύο σωμάτων (μονάδες 4) και το ύψος h (μονάδες 4).

Μονάδες 8

Δ2. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης.

Μονάδες 5

Δ3. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης επαναφοράς που ασκείται στο συσσωμάτωμα.

Μονάδες 5

Δ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της δύναμης του ελατηρίου συναρτήσει της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας. Να θεωρήσετε ως θετική φορά από το (Α) προς το (Β).

Μονάδες 7

Οι αντιστάσεις του αέρα, οι διαστάσεις των σωμάτων και η διάρκεια της κρούσης θεωρούνται αμελητέες.

Δίνονται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\,\frac{m}{s^2}$, $\pi^2 \simeq 10$ και $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$.

ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Παρασκευή 5 Ιανουαρίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. α

Α2. γ

Α3. β

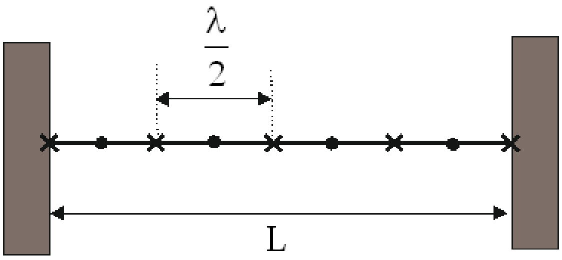
Α4. γ

Α5. **α.** Λάθος
β. Σωστό
γ. Σωστό
δ. Σωστό
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή επιλογή γ

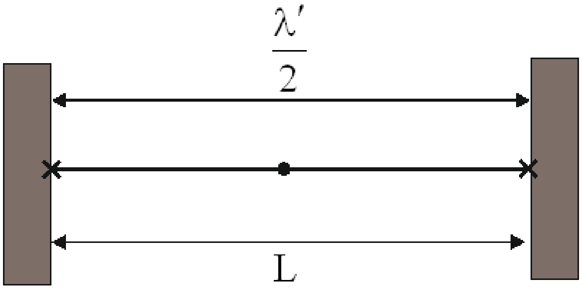
Τα αρμονικά κύματα, που συμβάλλοντας παράγουν το στάσιμο κύμα, έχουν συχνότητα f και μήκος κύματος λ. Τα άκρα της χορδής είναι δεσμοί και μεταξύ τους έχουν δημιουργηθεί τέσσερις κοιλίες και άλλοι τρείς δεσμοί.



Η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι $\frac{\lambda}{2}$. Άρα το μήκος της χορδής L είναι:

$$L = 4\cdot\frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = 2\lambda \; (1)$$

Έστω ότι τα αρμονικά κύματα, που συμβάλλοντας παράγουν το νέο στάσιμο κύμα, έχουν συχνότητα f' και μήκος κύματος λ'. Τα άκρα της χορδής είναι δεσμοί και μεταξύ τους έχει δημιουργηθεί μια κοιλία.



Συνεπώς το μήκος της χορδής είναι $L = \frac{\lambda'}{2} \; (2)$.

Από (1) και (2) έχουμε ότι $2\lambda = \frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \lambda' = 4\lambda \; (3)$. Η ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων παραμένει σταθερή διότι δεν άλλαξε το μέσο διάδοσης. Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής η σχέση (3) θα γίνει:

$$\frac{\cancel{\upsilon_\delta}}{f'} = 4\frac{\cancel{\upsilon_\delta}}{f} \Leftrightarrow f' = \frac{f}{4}$$

Η μεταβολή της συχνότητας είναι:

$$\Delta f = f' - f \Rightarrow \Delta f = \frac{f}{4} - f \Rightarrow \Delta f = -\frac{3f}{4}$$

Δηλαδή η συχνότητα μειώθηκε κατά $\frac{3f}{4}$.

Β2. Σωστή επιλογή **β**

«Η περίοδος του διακροτήματος είναι ίση με το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων ή δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου».

Επομένως η περίοδος του διακροτήματος είναι $T_\Delta = 0{,}1s$ και η συχνότητά του $f_\Delta = \frac{1}{T_\Delta} \Rightarrow f_\Delta = 10Hz$. Γνωρίζουμε ότι $f_\Delta = |f_1 - f_2|$ και μας δίνεται ότι $f_1 > f_2$.

Συνεπώς $f_\Delta = f_1 - f_2 \Leftrightarrow f_2 = f_1 - f_\Delta \Rightarrow f_2 = 490Hz$.

Ο σύνθετος ήχος που καταγράφει ο ανιχνευτής έχει γωνιακή συχνότητα

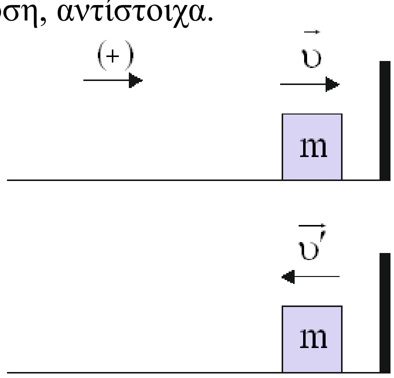
$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \Rightarrow \cancel{2\pi} f = \frac{\cancel{2\pi} f_1 + \cancel{2\pi} f_2}{2} \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2} \Rightarrow f = \frac{500 + 490}{2} \Rightarrow f = 495Hz$$

Ο ζητούμενος λόγος είναι ίσος με:

$$\frac{f}{f_\Delta} = \frac{495\,\cancel{Hz}}{10\,\cancel{Hz}} = 49{,}5 \Rightarrow \boxed{\frac{f}{f_\Delta} = 49{,}5}$$

Β3. Σωστή επιλογή **β**

Η μεταβολή της ορμής του σώματος εξαιτίας της κρούσης του με τον τοίχο είναι ίση με $\Delta\vec{p} = \vec{p}\,' - \vec{p}\ (1)$, όπου $\vec{p}$ και $\vec{p}\,'$ η ορμή του σώματος ακριβώς πριν και αμέσως μετά την κρούση, αντίστοιχα.



Ορίζουμε ως θετική τη φορά της ταχύτητας του σώματος ακριβώς πριν την κρούση. Η σχέση (1) θα γίνει:

$$\Delta p = -p' - p \Rightarrow \Delta p = m\cdot(-\upsilon') - m\cdot\upsilon \Rightarrow |\Delta p| = m\cdot\upsilon' + m\cdot\upsilon \Rightarrow$$

$$\frac{4}{3}\cancel{m}\cdot\upsilon = \cancel{m}\cdot\upsilon' + \cancel{m}\cdot\upsilon \Rightarrow \upsilon' = \frac{\upsilon}{3}\,(2)$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος εξαιτίας της κρούσης του με τον τοίχο είναι ίση με:

$$\Delta K = K_{μετα} - K_{πριν} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m\cdot(\upsilon')^2 - \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 \overset{(2)}{\Rightarrow} \Delta K = \frac{1}{2}m\cdot\left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta K = -\frac{4}{9}m\cdot\upsilon^2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από την εξίσωση της απομάκρυνσης των πηγών λαμβάνουμε τα εξής στοιχεία:

A=0,05mκαι ω=20π rad/s

Η συχνότητα fταλάντωσης των πηγών θα είναι ίση με:

$$\omega = 2\pi\cdot f \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = \frac{20\pi}{2\pi} \Rightarrow f = 10\text{Hz}$$

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής το μήκος κύματος θα ισούται με:

$$\upsilon_\delta = \lambda\cdot f \Leftrightarrow \lambda = \frac{\upsilon_\delta}{f} \Rightarrow f = \frac{0,5}{10}\text{m} \Rightarrow \boxed{\lambda = 0,05\text{m}}$$

Η περίοδος του κύματος είναι:

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{10}\text{s} \Rightarrow T = 0,1\text{s}$$

Το κύμα από την πηγή $Π_1$ φτάνει στον φελλό τη χρονική στιγμή:

$$\upsilon_\delta = \frac{r_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{r_1}{\upsilon_\delta} = \frac{0,225}{0,5}\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow t_1 = 0,45\text{s}$$

Το κύμα από την πηγή $Π_2$ φτάνει στο φελλό τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,3\text{s}$. Οπότε η απόσταση του φελλού από την $Π_2$ είναι:

$$\upsilon_\delta = \frac{r_2}{t_2} \Rightarrow r_2 = \upsilon_\delta\cdot t_2 \Rightarrow r_2 = (0,5\cdot 0,3)\text{m} \Rightarrow r_2 = 0,15\text{m}$$

Οι εξισώσεις των απομακρύνσεων των ταλαντώσεων, που εκτελεί ο φελλός εξαιτίας κάθε κύματος ξεχωριστά, είναι:

$$y_1 = Aημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) \Rightarrow \boxed{y_1 = 0,05ημ2\pi(10t - 4,5)\ (\text{S. I.}),\ \text{για } t \le 0,45\text{ s}}$$

$$y_2 = Aημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) \Rightarrow \boxed{y_2 = 0,05ημ2\pi(10t - 3)\ (\text{S. I.}),\ \text{για } t \le 0,3\text{ s}}$$

Γ2. Τη χρονική στιγμή t=0,35sο φελλός εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μόνο εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή $Π_2$. Συνεπώς η ταχύτητα ταλάντωσης του φελλού είναι ίση με:

$$\upsilon_\varphi = \omega A \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_2}{\lambda}\right) \Rightarrow \upsilon_\varphi = \pi\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi(10\cdot 0,35-3) \Rightarrow$$

$$\upsilon_\varphi = \pi\cdot\sigma\upsilon\nu\pi \Rightarrow \upsilon_\varphi = -\pi\,\frac{m}{s}$$

Η κινητική ενέργεια του φελλού τη χρονική στιγμή t=0,35s είναι ίση με:

$$K_\varphi = \frac{1}{2}\Delta m\cdot\upsilon_\varphi^2 \Rightarrow K_\varphi = \frac{1}{2}2\cdot 10^{-3}\cdot\pi^2 \Rightarrow \boxed{K_\varphi = 10^{-2}\ J}$$

Γ3. Ο φελλός από τη χρονική στιγμή t=0μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,3\,s$ ήταν ακίνητος, διότι καμία κυματική διαταραχή που προέρχεται από τις δυο πηγές δεν έχει φτάσει σε αυτόν.

$$\boxed{y = 0,\ \gamma\iota\alpha\ 0 \le t < 0,3s}$$

Από τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,3s$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,45s$ ο φελλός εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μόνο εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή $Π_2$, με εξίσωση:

$$\boxed{y_2 = 0,05\eta\mu 2\pi(10t-3)\ (S.I.),\ \gamma\iota\alpha\ 0,3\,s \le t < 0,45\,s}$$

<u>Α΄ τρόπος</u>

Μετά τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,45s$ έχουν φτάσει στο φελλό τα κύματα που προέρχονται και από τις δύο πηγές. Το πλάτος ταλάντωσης του φελλού είναι ίσο με:

$$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right)\right| = 2\cdot 0,05\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{0,225-0,15}{2\cdot 0,05}\right)\right| = 0$$

Επομένως ο φελλός εξαιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων σε αυτόνακινητοποιείται. Δηλαδή:

$$\boxed{y = 0,\ \gamma\iota\alpha\ t \ge 0.45s}$$

<u>Β΄ τρόπος</u>

Μετά τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,45s$ έχουν φτάσει στο φελλό τα κύματα που προέρχονται και από τις δύο πηγές.

Αν ο φελλός βρίσκεται σε κροσσό απόσβεσης, τότε θα ισχύει ότι:

$$r_1 - r_2 = (2\kappa+1)\cdot\frac{\lambda}{2}\ \ \mu\varepsilon\ \kappa\in\mathbb{Z}$$

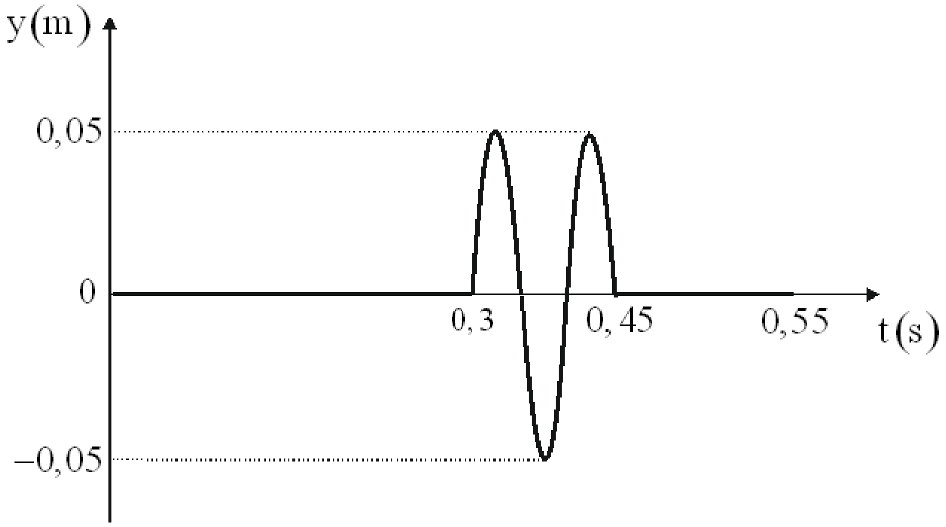
Με αντικατάσταση έχουμε:

$$0,225-0,15=\left(2\kappa+1\right)\cdot\frac{0,05}{2}\;\Rightarrow\kappa=1$$

Επομένως ο φελλός εξαιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων σε αυτόν ακινητοποιείται. Δηλαδή:

$$\boxed{y=0,\ \text{για}\ t\geq 0.45\text{s}}$$

Άρα η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του φελλού συναρτήσει του χρόνου για το χρονικό διάστημα $0\leq t\leq 0,55\text{s}$, είναι:



Γ4. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο άγνωστο υγρό θα είναι ίση με:

$$\upsilon'_\delta=\upsilon_\delta+50\%\cdot\upsilon_\delta\Leftrightarrow\upsilon'_\delta=0,5+\frac{50}{100}\cdot 0,5\Leftrightarrow\upsilon'_\delta=0,75\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η συχνότητα ταλάντωσης των δυο πηγών δε μεταβλήθηκε. Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής το νέο μήκος κύματος θα ισούται με:

$$\upsilon'_\delta=\lambda'\cdot f\Leftrightarrow\lambda'=\frac{\upsilon'_\delta}{f}\Rightarrow\lambda'=\frac{0,75}{10}\text{m}\Rightarrow\lambda'=0,075\text{m}$$

Το νέο πλάτος ταλάντωσης του φελλού θα είναι:

$$A'_1=2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda'}\right)\right|=2\cdot 0,05\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{0,225-0,15}{2\cdot 0,075}\right)\right|\Rightarrow$$

$$A'_1=2\cdot 0,05=0,1\text{m}$$

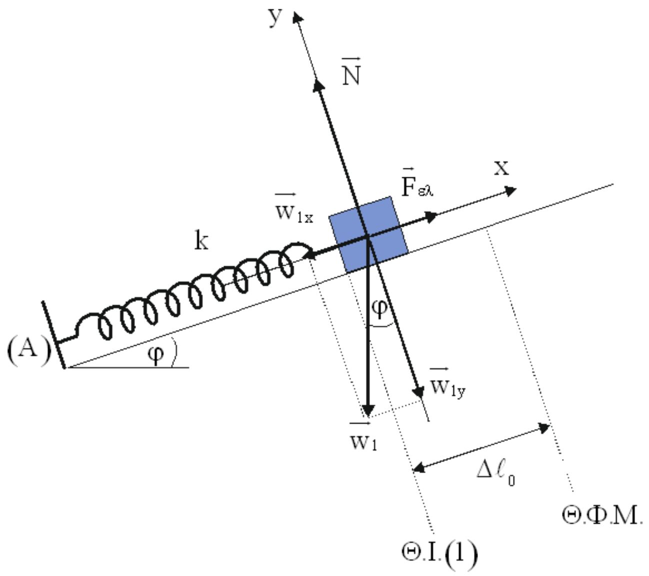
Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του φελλού μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτόν ισούται με:

$$\upsilon'_{max}=\omega\cdot A'_1\Rightarrow\upsilon'_{max}=20\pi\cdot 0,1\Rightarrow\boxed{\upsilon'_{max}=2\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη θέση ισορροπίας του σώματος $Σ_1$ ισχύει ότι:

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_{ελ} - w_{1x} = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta\ell_0 = m_1 \cdot g \cdot ημφ \Rightarrow \Delta\ell_0 = \frac{m_1 \cdot g \cdot ημφ}{k} = 0,05\text{m}$$



Η κυκλική συχνότητα $ω_1$ της ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$ είναι ίση με:

$$ω_1 = \sqrt{\frac{D}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}} \Rightarrow ω_1 = 10\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η περίοδος T_1 της ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$ είναι ίση με:

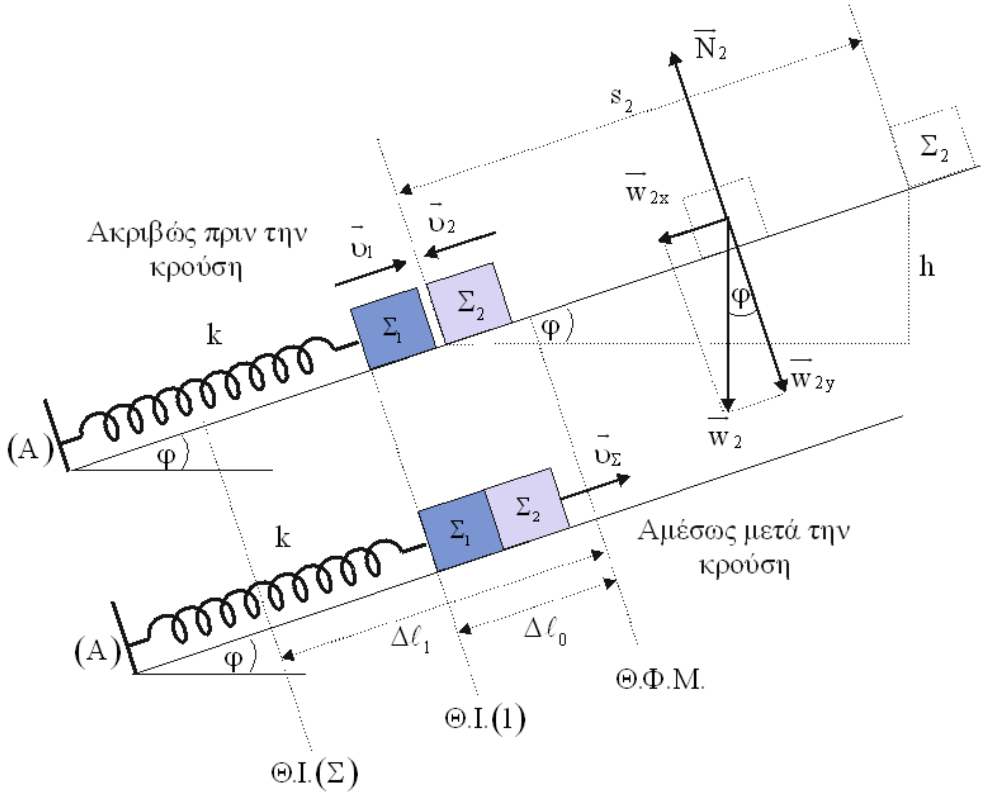
$$T_1 = \frac{2\pi}{ω_1} = \frac{2\pi}{10}\text{s} \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{5}\text{s}$$

Το σώμα $Σ_1$ αρχίζει να ταλαντώνεται από θέση πλάτους και συγκρούεται με το σώμα $Σ_2$ όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή t = 0. Συνεπώς η χρονική στιγμή της πρόσκρουσης των δύο σωμάτων είναι ίση με:

$$t_1 = \frac{3T_1}{4} \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{3\pi}{20}\text{s}}$$

Το σώμα $Σ_2$ αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος αρχίζει να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στον άξονα της κίνησης του σώματος $Σ_2$ και έχουμε ότι:

$$\left|\Sigma\vec{F}_x\right| = m_2 \cdot \left|\vec{α}\right| \Rightarrow w_{2x} = m_2 \cdot α \Rightarrow \cancel{m_2} \cdot g \cdot ημφ = \cancel{m_2} \cdot α \Rightarrow α = g \cdot ημφ \Rightarrow α = 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή της πρόσκρουσης των δύο σωμάτων, το σώμα Σ_2 έχει διανύσει απόσταση:

$$s_2 = \frac{1}{2}\alpha \cdot t_1^2 \Rightarrow s_2 = \left[\frac{1}{2}5\cdot\left(\frac{3\pi}{20}\right)^2\right]\mathrm{m} \Rightarrow s_2 = \left[\frac{5}{2}\cdot\frac{9\pi^2}{400}\right]\mathrm{m} \Rightarrow s_2 = \frac{9}{16}\mathrm{m}$$

Συνεπώς η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος Σ_2 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή της πρόσκρουσης, είναι ίση με:

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{s_2} \Leftrightarrow h = \eta\mu\varphi \cdot s_2 \Rightarrow= h = \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{16}\right]\mathrm{m} \Rightarrow \boxed{h = \frac{9}{32}\mathrm{m}}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του σώματος Σ_1 τη χρονική στιγμή $t = 0$.

$$E_T = K + U_T \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{D}A_1^2 = 0 + \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{D}d^2 \Rightarrow A_1 = d = \frac{11\pi}{40}\mathrm{m}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση είναι ίσο με:

$$\upsilon_1 = \upsilon_{max} = \omega_1 \cdot A_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \left(\frac{11\pi}{4}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 ακριβώς πριν την κρούση είναι ίσο με:

$$\upsilon_2 = \alpha \cdot t_1 \Rightarrow \upsilon_2 = \left(\frac{3\pi}{4}\right)\frac{m}{s}$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.) κατά την κρούση των δύο σωμάτων, το σύστημα των οποίων θεωρούμε μονωμένο.

$$\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_\Sigma \Rightarrow m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\cdot \vec{\upsilon}_\Sigma$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = (m_1 + m_2)\cdot \upsilon_\Sigma \Rightarrow 1\cdot\frac{11\pi}{4} - 1\cdot\frac{3\pi}{4} = 2\cdot\upsilon_\Sigma \Rightarrow \upsilon_\Sigma = \pi\frac{m}{s}$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος εξαιτίας της κρούσης είναι ίση με:

$$\Delta K = K_{\sigma\upsilon\sigma\tau(\mu\varepsilon\tau\alpha)} - K_{\sigma\upsilon\sigma\tau(\pi\rho\iota\nu)} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\cdot\upsilon_\Sigma^2 - \frac{1}{2}m_1\cdot\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_2\cdot\upsilon_2^2 \Rightarrow$$

$$\Delta K = \left[\frac{1}{2}2\cdot\pi^2 - \frac{1}{2}1\cdot\left(\frac{11\pi}{4}\right)^2 - \frac{1}{2}1\cdot\left(\frac{3\pi}{4}\right)^2\right]J \Rightarrow \Delta K = \left[10 - \frac{1210}{32} - \frac{90}{32}\right]J \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta K = \left[-\frac{980}{32}\right]J = -30,625J}$$

Δ3. Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος ισχύει ότι:

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} - w_x = 0 \Rightarrow k\cdot\Delta\ell_1 = (m_1 + m_2)\cdot g\cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\Delta\ell_1 = \frac{(m_1 + m_2)\cdot g\cdot\eta\mu\varphi}{k} = 0,1m$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

$$E_T = K + U_T \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}DA^2 = \cancel{\frac{1}{2}}(m_1 + m_2)\upsilon_\Sigma^2 + \cancel{\frac{1}{2}}D(\Delta\ell_1 - \Delta\ell_0)^2 \Rightarrow$$

$$100A^2 = 2\cdot\pi^2 + 100(0,05)^2 \Rightarrow 100A^2 = 20 + 0,25 \Rightarrow A^2 = \frac{81}{400} \Rightarrow A = \frac{9}{20}m = 0,45m$$

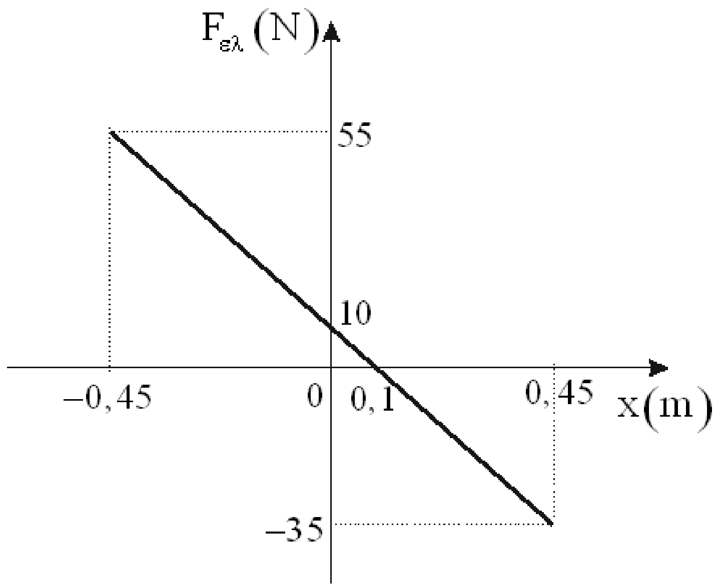
Η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης επαναφοράς θα ισούται με:

$$\Sigma F_{max} = D\cdot A \Rightarrow \Sigma F_{max} = \left(100\cdot\frac{9}{20}\right)N \Rightarrow \boxed{\Sigma F_{max} = 45N}$$

Δ4. Σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσης του συσσωματώματος ισχύει ότι:

$$\Sigma F_x = -D \cdot x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w_x = -D \cdot x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - D \cdot x \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{\varepsilon\lambda} = 10 - 100 \cdot x \ (\text{S. I.}),\ x \in [-0,45\text{m}, +0,45\text{m}]}$$



<u>Οι απαντήσεις είναι ενδεικτικές.</u>
<u>Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.</u>