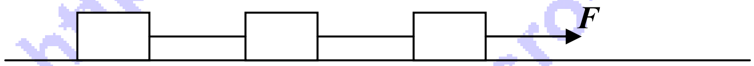
Α΄ Λυκείου

18 Μαρτίου 2006

Θεωρητικό Μέρος

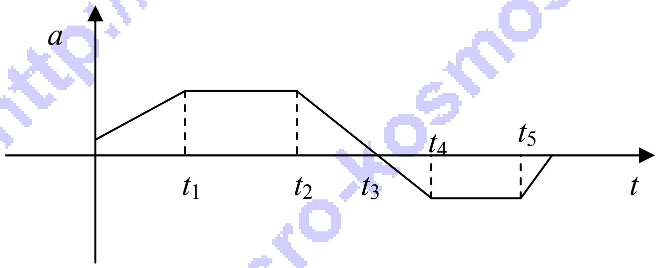
Θέμα 1ο

α) Τρία κιβώτια με ίσες μάζες συνδέονται με σχοινί όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το όλο σύστημα επιταχύνεται προς τα δεξιά πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση δύναμης με μέτρο *F*. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μεσαίο κιβώτιο έχει μέτρο:

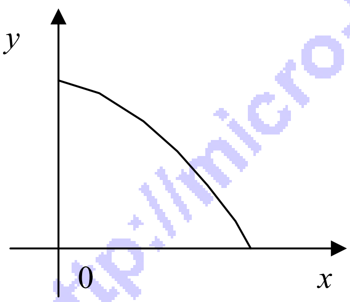


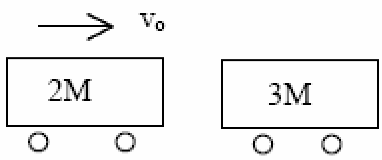
α) μηδέν β) *F* γ) 2*F*/3 δ) *F*/3

β) Ένα αυτοκίνητο αρχίζει να κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά. Στο διπλανό γράφημα απεικονίζεται η επιτάχυνση του αυτοκινήτου σε σχέση με το χρόνο. Ποια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του;



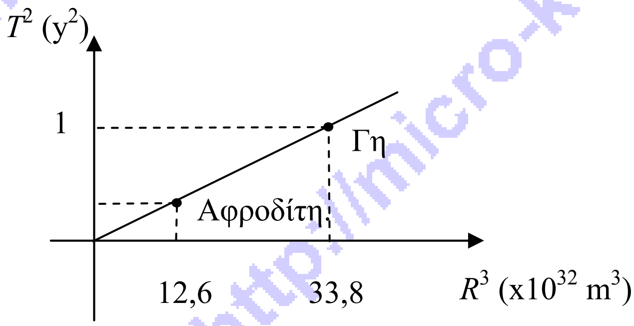
γ) Μια μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα υ_0 τη χρονική στιγμή t_0=0 και ακολουθεί την παραβολική τροχιά που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να παραστήσετε γραφικά:
α) την οριζόντια θέση (*x*) σε σχέση με το χρόνο;
β) την οριζόντια ταχύτητα (υ_x) σε σχέση με το χρόνο;
γ) την οριζόντια επιτάχυνση (α_x) σε σχέση με το χρόνο;
δ) την κατακόρυφη θέση (y) σε σχέση με το χρόνο;
ε) την κατακόρυφη ταχύτητα (υ_y) σε σχέση με το χρόνο;
στ) την κατακόρυφη επιτάχυνση (α_y) σε σχέση με το χρόνο;
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.





δ) Το καροτσάκι με μάζα 2*M* έχει ταχύτητα v_0 πριν συγκρουστεί με άλλο καροτσάκι το οποίο έχει μάζα 3*M* και είναι ακίνητο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα δύο καροτσάκια μετά τη σύγκρουση κινούνται μαζί παραμένοντας ενωμένα. Ποια θα είναι η ταχύτητα τους και ποία η μεταβολή της ορμής του καροτσιού με μάζα 2*M*; Απαντήστε θεωρώντας γνωστά τα *M* και v_0

ε) Θεωρώντας κυκλικές τις τροχιές των πλανητών του ηλιακού μας συστήματος γύρω από τον Ήλιο, να δικαιολογήσετε το παρακάτω γράφημα όπου *T* η περίοδος και *R* η ακτίνα της τροχιάς πλανήτη. Επίσης να υπολογίσετε την περίοδο της Αφροδίτης και τη μάζα του Ήλιου.



Δίνονται: 1y=365 days , 1day=24h ,

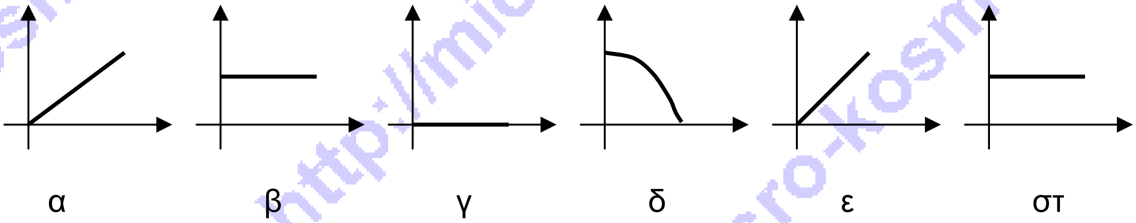
1h=3600s , G=6,7 10^{-11} Nm^2/kg^2

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

α) Σωστή η δ

β) Την χρονική στιγμή t_3

γ)



δ) Από Α.Δ.Ο. $2mv_0=5mV$ οπότε $V=2v_0/5$, $\Delta p_1=2mV-2mv_0=-6mv_0/5$

ε) $T^2=\dfrac{4\pi^2}{GM}R^3$, $\dfrac{1}{T_A^2}=\dfrac{33{,}8}{12{,}6}$ οπότε $T_A=0{,}61$ y ,

$$M=\frac{4\pi^2R^3}{GT^2}=\frac{4\cdot 3{,}14^2\cdot 33{,}8\cdot 10^{32}}{6{,}7\cdot 10^{-11}(365\cdot 24\cdot 3600)^2}=2\cdot 10^{30}\,Kg$$

Θέμα 2^{ο}

α) Να βρεθεί η ακτίνα γέφυρας η οποία έχει σχήμα κυκλικού τόξου. Σας δίνεται ότι η πίεση στο οδόστρωμα της γέφυρας από αυτοκίνητο, το οποίο κινείται πάνω στη γέφυρα με ταχύτητα υ=90 km/h και βρίσκεται στο πάνω μέρος της είναι δύο φορές μικρότερη από την πίεση που αντιστοιχεί σε μη κινούμενο αυτοκίνητο. Δίνεται g=10 m/s^2.

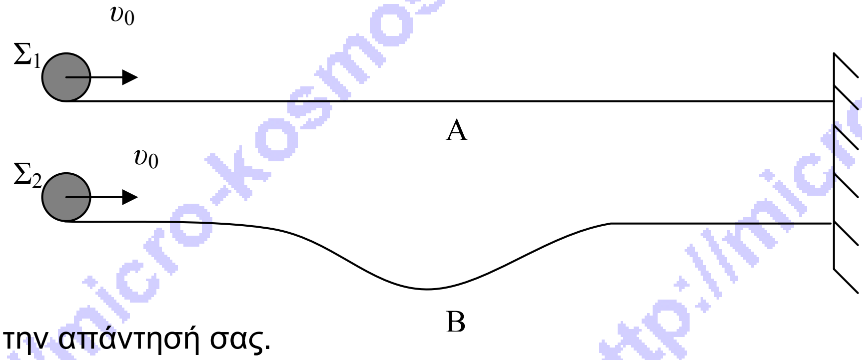
β) Σωματίδιο αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Όταν διανύσει απόσταση L να επιβραδύνεται με επιτάχυνση α μέχρι να σταματήσει. Πόση πρέπει να είναι η αρχική ταχύτητα του σωματιδίου ώστε ο ολικός χρόνος κίνησής του να είναι ελάχιστος; (Δίνεται ότι το άθροισμα δύο ποσοτήτων με σταθερό γινόμενο είναι ελάχιστο, όταν αυτές είναι ίσες.)

γ) Οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 έχουν την χρονική στιγμή t_0 τις ίδιες ταχύτητες υ_0 και βρίσκονται στις θέσεις οι οποίες φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Η Σ_1 κινείται στη λεία οριζόντια σιδηροτροχιά Α, ενώ η Σ_2 κινείται στη λεία σιδηροτροχιά Β η οποία έχει την κοιλότητα που φαίνεται στο σχήμα. Στον τοίχο δεξιά:

i) θα φτάσει πρώτη η σφαίρα Σ_1

ii) θα φτάσει πρώτη η σφαίρα Σ_2

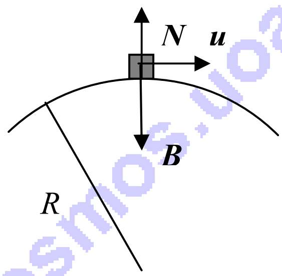
iii) Οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 θα φτάσουν ταυτόχρονα



Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Συνοπτικές απαντήσεις/ λύσεις:

α) Αφού η πίεση είναι δύο φορές μικρότερη και η δύναμη N το ίδιο αφού η επιφάνεια είναι η ίδια.



$$\frac{N}{mg}=\frac{mg-\frac{mu^2}{R}}{mg}=\frac{gR-u^2}{gR}=\frac{1}{2} \quad \text{οπότε: } R=\frac{2u^2}{g}=125m$$

β) $L=ut_1 \Rightarrow t_1=\frac{L}{u}$, $t_2=\frac{u}{a}$, $t_1+t_2=\frac{L}{u}+\frac{u}{a}$ επειδή $\frac{L}{u}\cdot\frac{u}{a}=\sigma\tau\alpha\theta$ το $t_1+t_2=\frac{L}{u}+\frac{u}{a}$ θα είναι μέγιστο όταν $\frac{L}{u}=\frac{u}{a}\Rightarrow u=\sqrt{La}$

γ) Σωστό το ii) Η κάθετη δύναμη στήριξης επιταχύνει τη σφαίρα Σ_2 στον άξονα x καθώς αυτή κατεβαίνει το κεκλιμένο και στη συνέχεια την επιβραδύνει καθώς ανεβαίνει το άλλο κεκλιμένο μέχρι που αποκτά την αρχική της ταχύτητα υ_0. Συνεπώς στον άξονα των x κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα από την Σ_1 όσο βρίσκεται στην κοιλότητα. Επειδή η μετατόπιση στον x είναι η ίδια και για τις δύο σφαίρες θα φτάνει πρώτη η Σ_2.

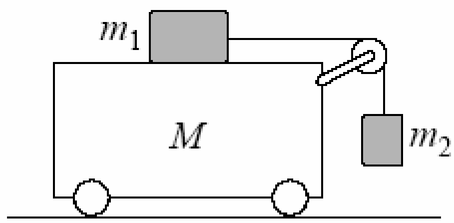
Θέμα 3^o

Α. Ένα ομογενές σώμα, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, έχει μάζα M=2 kg και ισορροπεί ακίνητο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως φ=30^0. Προκειμένου να βάλουμε σε κίνηση το σώμα στη διεύθυνση x΄x του κεκλιμένου επιπέδου, ασκούμε στο σώμα δύναμη F στη διεύθυνση αυτή. Για να κινηθεί το σώμα προς τα κάτω πρέπει η δύναμη F να έχει μέτρο τουλάχιστο ίσο με F_1=5 N.

α. Για να κινηθεί το σώμα προς τα πάνω, ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη τιμή του μέτρου της ασκούμενης σ΄ αυτό δύναμης F_2 ;

β) Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης κεκλιμένου επιπέδου και σώματος. Δίνεται g=10 m/s^2 .Θεωρήστε ότι η μέγιστη στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.

Β. Υποθέστε ότι αρχικά τα τρία σώματα του συστήματος που φαίνεται στο διπλανό σχήμα κρατούνται ακίνητα. Όλες οι επιφάνειες είναι λείες, και η αβαρής τροχαλία είναι στερεωμένη στο όχημα με μάζα M. Το σχοινί είναι μη εκτατό (το μήκος του παραμένει σταθερό). Ενδιαφερόμαστε για την επιτάχυνση που αποκτά κάθε σώμα αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_0 κατά την οποία ελευθερώνονται. Σημειώστε ότι αυτή τη στιγμή το σχοινί που κρατά το σώμα με μάζα m_2 είναι ακόμα κατακόρυφο.



α) Σχεδιάστε και ονομάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα και στο όχημα με την τροχαλία, τη χρονική στιγμή t_0.

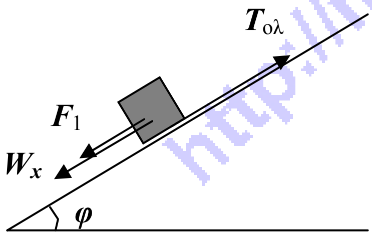
β) Γράψτε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για το κάθε σώμα και εξηγήστε γιατί το όχημα που έχει μάζα M επιταχύνεται.

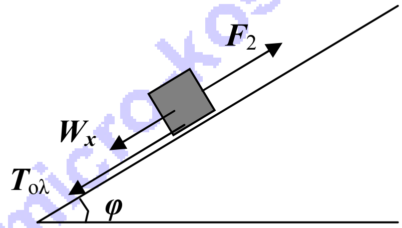
γ) Αν α η επιτάχυνση του οχήματος με μάζα M, α_1 η επιτάχυνση του σώματος m_1 και α_2 η επιτάχυνση του σώματος με μάζα m_2, να βρείτε τις σχέσεις μεταξύ αυτών των επιταχύνσεων.

δ) Βρείτε την τάση του σχοινιού και τις τρεις επιταχύνσεις σε σχέση με τις μάζες M, m_1, m_2 και της επιτάχυνσης λόγω της βαρύτητας g.

Συνοπτικές απαντήσεις/ λύσεις:

Α.





α) $F_1+W_x=T_{ολ}$ (1) $F_2=T_{ολ}+W_x$ (2) Από (1) και (2) $F_2-F_1-W_x=W_x$ οπότε:

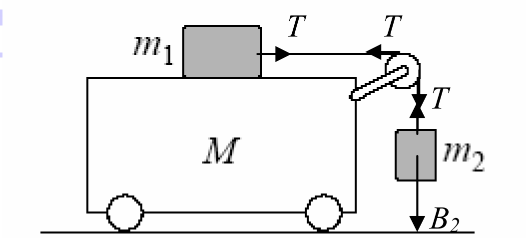
$F_2=F_1+2W_x$ ή $F_2=F_1+2Mg\eta\mu\varphi$ (3) . Από (3) $F_2=25$ N (4)

β) Από (2) και (4) $T_{ολ}=F_2-W_x=F_2-Mg\eta\mu\varphi$ και με αντικατάσταση $T_{ολ}=15$N.

$T_{ολ}=\mu N=\mu W_\psi=\mu Mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ οπότε $\mu=\dfrac{T_{ολ}}{Mg\sigma\upsilon\nu\phi}$ και με αντικατάσταση $\mu=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Β. β) $m_2g-T=m_2\alpha_2$ (1) , $T=m_1\alpha_1$ (2) , $T=M\alpha$ (3) αλλά $\alpha_1=\alpha_2$ (4)

Από τις (2), (3) έχουμε: $M\alpha=m_1\alpha_1$ οπότε $\alpha=\dfrac{m_1\alpha_1}{M}$ (5)



Από την (1) $T=m_2g-m_2\alpha_2$ από την (4) έχουμε: $T=m_2g-m_2\alpha_1$ και από την (2)

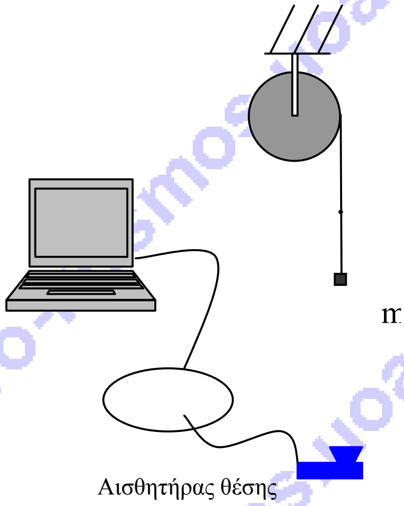
$T=m_2g-m_2\dfrac{T}{m_1}$ από την οποία προκύπτει: $T=\dfrac{m_1m_2g}{m_1+m_2}$ (6)

Η (2) με τη βοήθεια της (6) δίνει: $a_1=\dfrac{m_2g}{m_1+m_2}$ (7)

Τέλος η (5) με τη βοήθεια της (7) δίνει: $a=\dfrac{m_1m_2g}{M(m_1+m_2)}$ (8)

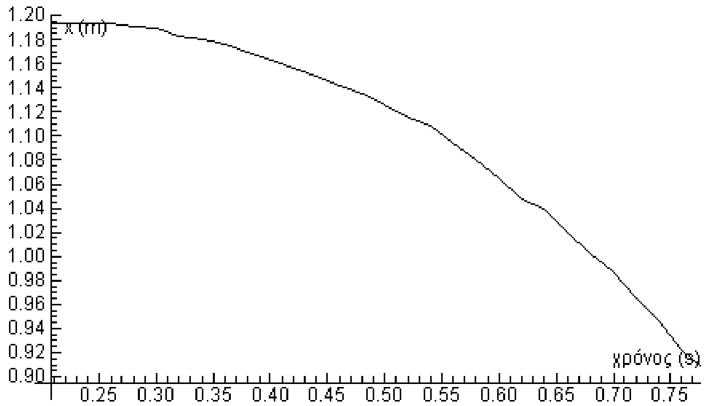
Πειραματικό Μέρος

Μια τροχαλία μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Γύρω από την τροχαλία έχει τυλιχθεί ένα νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου κρέμεται ένα βαρίδι με μάζα 10 g. Κρατάμε την τροχαλία ώστε να μην στρέφεται και το βαρίδι να είναι ακίνητο. Η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας είναι g=9,81 m/s^2



α) Να βρείτε την τάση του νήματος τότε;

Με σκοπό να διαπιστώσουμε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το βαρίδι αν αφήσουμε ελεύθερη την τροχαλία, τοποθετούμε ένα αισθητήρα θέσης[*] στην ίδια κατακόρυφο με το βαρίδι και σε κάποια απόσταση από αυτό. Θέτουμε σε λειτουργία τη λήψη των μετρήσεων από τον Η/Υ τη χρονική στιγμή μηδέν και σχεδόν ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερη την τροχαλία να περιστραφεί. Στην οθόνη δημιουργείται το διάγραμμα θέσης χρόνου για την κίνηση του βαριδιού και καταγράφονται σε πίνακα τιμών η απόσταση του βαριδιού από τον αισθητήρα και οι αντίστοιχες χρονικές στιγμές.



Τμήμα διαγράμματος θέσης-χρόνου

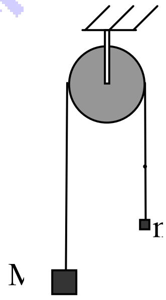
Το τμήμα του πίνακα τιμών που αντιστοιχεί στο παραπάνω διάγραμμα είναι:

[*] Με τον όρο αισθητήρα εννοούμε συσκευή ή διάταξη με την οποία ο Η/Υ "αισθάνεται" ή μετρά φυσικές ποσότητες του περιβάλλοντος, όπως θερμοκρασία, πίεση, απόσταση κλπ. Στην περίπτωση που μελετάμε με τον αισθητήρα θέσης και το κατάλληλο λογισμικό καταγράφονται οι τιμές της θέσης του βαριδιού (απόστασης από τον αισθητήρα) σε κάθε χρονική στιγμή. Επίσης ταυτόχρονα με την εξέλιξη του φαινομένου δημιουργείται και παρουσιάζεται στην οθόνη και το διάγραμμα θέσης-χρόνου.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ

Χρόνος (s)	Απόσταση (m)	Χρόνος (s)	Απόσταση (m)	Χρόνος (s)	Απόσταση (m)
0.00	1.191	0.28	1.191	0.56	1.093
0.02	1.191	0.30	1.189	0.58	1.080
0.04	1.191	0.32	1.182	0.60	1.065
0.06	1.191	0.34	1.180	0.62	1.048
0.08	1.191	0.36	1.176	0.64	1.039
0.10	1.192	0.38	1.169	0.66	1.020
0.12	1.191	0.40	1.163	0.68	1.002
0.14	1.191	0.42	1.156	0.70	0.987
0.16	1.191	0.44	1.150	0.72	0.965
0.18	1.191	0.46	1.141	0.74	0.946
0.20	1.191	0.48	1.135	0.76	0.922
0.22	1.191	0.50	1.126	0.78	0.907
0.24	1.191	0.52	1.115		
0.26	1.191	0.54	1.109		

β) Ποια είναι η συχνότητα των μετρήσεων από τον Η/Υ;
γ) Ποια χρονική στιγμή αφέθηκε το βαρίδι;
δ) Βρείτε τη μετατόπιση του βαριδιού από τη χρονική στιγμή κατά την οποία αφέθηκε ελεύθερο μέχρι τη χρονική στιγμή 0.78 s;
ε) Στο μικρό χρόνο κίνησης του βαριδιού και επειδή αυτό έχει μικρή επιφάνεια η αντίσταση του αέρα έχει αμελητέα επίδραση στην κίνησή του και όπως προκύπτει από το διάγραμμα αλλά και θεωρητικά, η κίνηση του βαριδιού είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Είναι ή όχι ελεύθερη πτώση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στηριζόμενοι στα πειραματικά δεδομένα.
στ) Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του βαριδιού καθώς αυτό κατέρχεται;
ζ) Να βρείτε την τάση του νήματος τότε.
η) Αν ξετυλίξουμε το νήμα από την τροχαλία και στο άκρο του κρεμάσουμε ένα βαρίδι από διαφορετικό υλικό και το σύστημα ισορροπεί ακίνητο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι η σωστή;



i) M<m ii) M=m iii) M>m

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Συνοπτικές απαντήσεις/ λύσεις:

α) Αφού το βαρίδι ισορροπεί Σ***F***=0 συνεπώς η τάση του νήματος θα έχει μέτρο ίσο με το βάρος του βαριδιού δηλαδή: $T_0=mg$=9,81 10^{-2} N

β) f=N/t δηλαδή f=1/0,02 s δηλαδή 50Hz

γ) Το βαρίδι αφέθηκε τη χρονική στιγμή 0,29 ±0,01

δ) Η μετατόπιση θα είναι y=1,191-0,907=0,284m ε) Το αντίστοιχο χρονικό διάστημα είναι Δt=0,78-0,29=0,49 s. Επειδή (προκύπτει και θεωρητικά), η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη θα ισχύει $y=at^2/2$ από την οποία η επιτάχυνση είναι: $a=2y/t^2$ οπότε: a=2,366 m/s². Συνεπώς δεν πρόκειται για ελεύθερη πτώση.

στ) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής θα είναι ή συνισταμένη δύναμη συνεπώς $\Sigma F=ma=2{,}366\ 10^{-2}$ N

ζ) Η τάση του νήματος θα είναι $T=mg-\Sigma F$ δηλαδή $T=7{,}44\ 10^{-2}$ N

η) Σωστή είναι η ii)

<u>*Παρατήρηση*</u>

Σε απάντηση των δικαιολογημένων ερωτημάτων και παρατηρήσεων που μας έστειλε ο συνάδελφος Θεόδωρος Γάκης αναφέρουμε ότι στο θέμα 3Β της Α΄ Λυκείου χάριν ευκολίας θεωρήθηκε στη λύση ότι η μάζα του καροτσιού είναι πολύ μεγαλύτερη από τις μάζες των σωμάτων. Έτσι $a_1=a_2$. Αυτό πράγματι δεν τονιζόταν στην εκφώνηση και έτσι το ερώτημα αυτό θα βαθμολογηθεί με ελαστικό τρόπο.