

Επαναληπτικές ασκήσεις Άλγεβρας Α' Λυκείου

1. Αν υπάρχουν θετικοί αριθμοί α, β, γ ώστε

$$\alpha\beta\left(\frac{\alpha+\beta}{2}-\gamma\right)+\gamma\beta\left(\frac{\gamma+\beta}{2}-\alpha\right)+\alpha\gamma\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}-\beta\right)\leq 0, \text{ να λυθεί η εξίσωση}$$
$$\alpha x^2+2\beta x+\gamma=0.$$

2. Δίνεται ένα 2×2 γραμμικό σύστημα με αγνώστους x, y τέτοιο ώστε να ισχύουν οι σχέσεις $D_x^2+D_y^2+5\leq 2D_x+4D_y$ και $D_x+4D_y=D$, όπου

D_x, D_y, D οι ορίζουσες του συστήματος. Λύστε το σύστημα.

3. Να βρεθούν τα λ, μ με $\frac{8}{7}\lambda^2=\mu$ ώστε οι ρίζες της εξίσωσης

$$x^2-(2\lambda-3)x=2\mu-\lambda \text{ να είναι ρητές εκφράσεις του } \lambda.$$

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{x-1}{x^2+x-2}$.

α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της

β. Να εξεταστεί αν είναι άρτια ή περιττή

γ. Να την εξετάσετε ως προς τη μονοτονία στο διάστημα $(-2, 1)$

δ. Να λυθεί η εξίσωση $|f(x)|=\frac{1}{3}$.

5. Αν α, β, γ θετικοί ρητοί αριθμοί ώστε $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\alpha\beta\gamma$, δείξτε ότι ο αριθμός

$$(\alpha^2\beta^2+1)(\gamma^2\beta^2+1)(\alpha^2\gamma^2+1) \text{ είναι τέλειο τετράγωνο ρητού αριθμού.}$$

6. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x, y, ω τέτοιοι ώστε

$$|5x-10|+|3x+2y-12|+|x+y+2\omega+3|=0. \text{ Έπειτα, να δείξετε ότι τα σημεία}$$

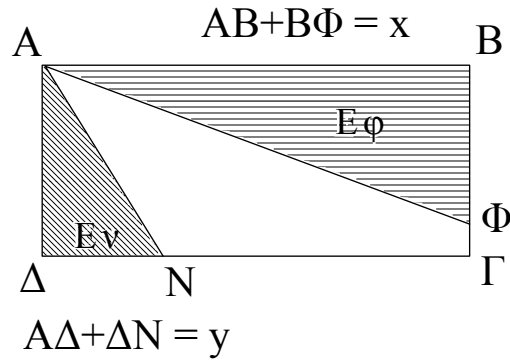
$$K(x, y), \Lambda(y, \omega), M(x, -\frac{29}{7}(x+y+\omega)) \text{ είναι κορυφές ορθογωνίου τριγώνου.}$$

7. Δύο φίλοι ο Φώτης και ο Νίκος αποφάσισαν να τρέξουν περιμετρικά στην πλατεία του χωριού τους που είναι σχήματος ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ με διαστάσεις $\alpha=60$ m και $\beta=30$ m ξεκινώντας από μια κορυφή της και ακολουθώντας ο ένας τη διαδρομή $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow \Delta$ και ο άλλος τη διαδρομή $A \rightarrow \Delta \rightarrow \Gamma \rightarrow B$. Αν x είναι το μήκος της διαδρομής του Φώτη και y το μήκος της διαδρομής του Νίκου, βρείτε:

α. Τη συνάρτηση $\Phi(x)$ που εκφράζει το σκιασμένο εμβαδόν E_Φ του σχήματος για τις διάφορες θέσεις του Φώτη (Φ) στην περίμετρο της πλατείας.

β. Τη συνάρτηση $N(y)$ που εκφράζει το σκιασμένο εμβαδόν E_N του σχήματος για τις διάφορες θέσεις του Νίκου (N) στην περίμετρο της πλατείας.

γ. Θεωρώντας ότι τα δύο παιδιά τρέχουν με την ίδια σταθερή ταχύτητα, παραστήστε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων Φ και N . Υπάρχει διάστημα του x , όπου $E_\Phi > E_N$; Για ποια x έχουμε $E_\Phi = E_N$ και σε ποια σημεία της περιμέτρου θα βρίσκονται τότε οι δύο φίλοι;



8. Να λυθεί η εξίσωση $(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)=48$