

Άσκηση 1

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και πάνω στις πλευρές του AB , $B\Gamma$, ΓA παίρνουμε αντίστοιχα τα τμήματα $A\Delta$, BE , ΓZ ώστε $A\Delta=BE=\Gamma Z$, δείξτε ότι το τρίγωνο που σχηματίζεται από τις τομές ανά δύο των $A\epsilon$, BZ , $\Gamma\Delta$ είναι ισόπλευρο.

Άσκηση 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα ύψη του $B\Delta$, ΓE . Αν πάρουμε BP στην προέκταση του ΔB και ΓK στην προέκταση του $E\Gamma$, ώστε $BP=AG$ και $\Gamma K=AB$, δείξτε ότι το τρίγωνο APK είναι ορθογώνιο ισοσκελές.

Άσκηση 3

Δίνεται κύκλος (K,ρ) , η χορδή του AB και το μέσο M του τόξου \widehat{AB} , δείξτε ότι για τις αποστάσεις MZ , MH του M από τις ακτίνες KA , KB αντίστοιχα του κύκλου ισχύει:

$$MZ = MH = \frac{AB}{2}.$$

Άσκηση 4

Δίνονται οι εξωτερικά εφαπτόμενοι κύκλοι $(K,R), (\Lambda,\rho)$ με $\rho < R$, ώστε το εξωτερικά εφαπτόμενο τμήμα AB αυτών να είναι ίσο με $R - \rho$. Αν B το σημείο τομής της AB με τον κύκλο (Λ,ρ) , δείξτε ότι $\widehat{K\Lambda B} = 135^\circ$.

Άσκηση 5

Δίνεται τμήμα AB ευθείας ϵ και ένα εσωτερικό σημείο του M ώστε $MA = \frac{5}{3}MB$. Αν Σ είναι σημείο στην προέκταση του

AB προς το B , ώστε $\Sigma A = \frac{5}{3}\Sigma B$, δείξτε ότι $\frac{2}{AB} = \frac{1}{AM} + \frac{1}{AS}$.

