

Άσκηση 1

Δίνεται τμήμα AB ευθείας ε και ένα εσωτερικό σημείο του M ώστε
 $MA = \frac{5}{3}MB$. Αν Σ είναι ένα σημείο στην προέκταση του AB

προς το B τέτοιο ώστε $SA = \frac{5}{3}SB$, δείξτε ότι

$$\frac{2}{(AB)} = \frac{1}{(AM)} + \frac{1}{(AS)}.$$

Άσκηση 2

Δίνονται οι τρεις διαδοχικές γωνίες $\widehat{A\hat{O}B}, \widehat{B\hat{O}G}, \widehat{G\hat{O}\Delta}$ με
 $\widehat{A\hat{O}B} = 3\widehat{B\hat{O}G}$, δείξτε ότι $4\widehat{B\hat{O}\Delta} = \widehat{A\hat{O}\Delta} + 3\widehat{G\hat{O}\Delta}$.

Άσκηση 3

Σε τρίγωνο ABΓ προεκτείνουμε τις πλευρές του ΒΑ και ΓΑ προς το μέρος του Α και στις προεκτάσεις αυτές παίρνουμε αντίστοιχα τα τμήματα $AB' = AB$ και $AG' = AG$. Δείξτε ότι η προέκταση της διαμέσου ΑΜ διέρχεται από το μέσο της Β'Γ'.

Άσκηση 4

Δίνεται ένα τρίγωνο ABΓ και τυχαίο εσωτερικό σημείο M του τριγώνου. Έστω Δ το σημείο τομής των ΒΜ, ΑΓ και Ε το σημείο τομής των ΓΜ, ΑΒ. Αν $MB=MG$ και $MD=ME$, δείξτε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

Άσκηση 5

Δίνεται γωνία $x\widehat{Oy}$ και ένα σημείο M της διχοτόμου της Oz. Φέρνουμε την MA κάθετη στην Ox. Αν η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος OM τέμνει την Oy στο B, δείξτε ότι η BM είναι κάθετη στην AM.